

# La Matemática aplicada en el diseño y fabricación de aeronaves

JOSÉ ANTONIO MARTINEZ CABEZA  
Ingeniero Aeronáutico

**A**unque la juventud de la Aviación podría hacer pensar lo contrario, los principios físicos que rigen el vuelo de las aeronaves y su formulación matemática tienen una larga y apasionante historia tras de sí.

Un retroceso en el tiempo para buscar los orígenes de esos principios físicos conduce hasta julio de 1687, la fecha en que Sir Isaac Newton (1642-1727) publicó sus «Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica». Cuando se habla de Newton el que más y el que menos asocia su nombre con la Mecánica. Pero fue también uno de los padres de la Hidrostática y la Hidrodinámica. Examinó los fenómenos relacionados con el movimiento de los fluidos y extrajo conclusiones usadas como punto de partida por otros nombres ilustres de la Ciencia. Newton consideraba el flujo fluido como una corriente uniforme y paralela de partículas y, basado en esa hipótesis, estableció que una corriente que incidiera sobre un cuerpo plano inclinado un determinado ángulo respecto de la dirección del movimiento fluido, produciría una fuerza resultante sobre él proporcional a la densidad del fluido, al cuadrado de su velocidad, al área del cuerpo y al cuadrado del seno del ángulo.

En 1738 Daniel Bernoulli (1700-1782) publicó su «Hydrodynamica» donde expuso sus conceptos acerca de los efectos de la presión, la densidad y la velocidad en el movimiento de los fluidos y estableció el teorema que lleva su apellido. Fue Leonhard Euler (1707-1783) quien allá por 1755 formuló las ecuaciones del movimiento de los fluidos y puso en lenguaje matemático los conceptos de Newton y Bernoulli.

Cerca de las postrimerías del siglo XIX el británico Frederick William Lanchester (1868-1946) abordó unas actividades que estaban llamadas a tener gran relevancia para la Aerodinámica. Durante 1892 experimentó con pequeños planeadores y con los resultados

obtenidos enunció su teoría de la circulación para explicar la generación de sustentación en las alas, teoría que expuso en una conferencia dictada en la Birmingham Natural History and Philosophical Society el 19 de junio de 1894. Diversas circunstancias condujeron a que esa teoría, eso sí, debidamente revisada, no estuviera lista para publicación hasta tres años más tarde. Sin embargo no vería entonces la luz porque la Physical Society no la consideró digna de su respaldo. Lanchester editó su teoría en la obra «Aerodynamics» (1907), pero su redacción resultaba difícilmente comprensible para el mundo científico de la época y sus trabajos no recibieron la atención que merecían. El matemático Wilhelm Kutta (1867-1944), sin conoci-



*Las circunstancias que rodearon el primer vuelo supersónico de la Historia de la Aviación realizado por Charles Yeager con el Bell X-1 enseñaron el camino que debería seguir el diseño aeronáutico en el futuro.*  
-NASA Langley Research Center-



*El Lockheed Martin F-117 integró un diseño de baja firma radar y una aerodinámica absolutamente inusual con la ayuda de ordenadores de gran capacidad y software específico.  
-Lockheed Martin-*

miento de los trabajos de Lanchester, había llegado a parecidas conclusiones merced a sus estudios para calcular de manera teórica la sustentación de los planeadores de Otto Lillienthal (1848-1896). En 1906 Nikolai Ergorovich Joukowski (1847-1921) publicó unos trabajos que, también de manera independiente, iban en idéntico sentido. El resultado final sería el teorema de Kutta-Joukowski, un principio básico para la Aerodinámica que estableció la proporcionalidad entre la sustentación y la circulación.

Ludwig Prandtl (1875-1953) había dado a conocer en 1904 el concepto de capa límite y su efecto en la resistencia aerodinámica, y posteriormente, entre 1910 y 1920, desarrolló sus estudios acerca de la sustentación y la resistencia de las alas siguiendo los pasos de Lanchester, Kutta y Joukowski.

La década de los 20 fue especialmente fructífera en el estudio de la Mecánica de Fluidos en general y de la Aerodinámica en particular. Max Munk (1890-1986), que en 1919 había participado con Prandtl en el desarrollo del concepto de la resistencia inducida, publicó su teoría de los perfiles delgados en 1922. Se desarrollaron en ese período de tiempo familias de perfiles aerodinámicos, se examinaron diferentes formas de

alas, el efecto de sus parámetros fundamentales en la sustentación, la resistencia y las cualidades de vuelo, se estudió el cálculo de actuaciones y, lo que es más importante, todo ello se formuló matemáticamente. Los nombres de Theodore Von Kármán (1881-1963), Hermann Glauert (-1934), Jakob Ackeret (1898-1981) y Theodore Theodorsen (1897-1978) se sumaron a la tarea de dotar de una sólida base físico-matemática a la Aviación. La realidad sería, no obstante, que hasta finales de la Segunda Guerra Mundial el diseño aeronáutico se apoyó fundamentalmente en la experimentación y en la aplicación de las «lecciones aprendidas» de conceptos precedentes.

Las industrias aeronáuticas buscaban sacar el máximo rendimiento de la velocidad, aquello en que las aeronaves superaban con creces a los demás vehículos. Y así, inmersos en la búsqueda aviones cada vez más rápidos, diseñadores y constructores se fueron introduciendo en el rango de velocidades donde la compresibilidad del aire ya se pone de manifiesto.

Los aviones de caza de altas actuaciones iban a ejemplificar de manera dramática los efectos de la compresibilidad. Fue Ralph Virden, piloto de Lockheed cuyo YP-38 resultó destruido el 4 de noviembre de 1941 mientras efectuaba un picado, la primera víctima conocida de esa propiedad física. Se cree que del orden de 50 pilotos pudieron perecer en accidentes de similar origen, aunque la cifra auténtica nunca se supo debido a la coincidencia con tiempos bélicos. En los medios aeronáuticos se tenía la certeza de que los efectos del vuelo cerca de la velocidad del sonido y la presencia de ondas de choque eran la causa de los desastres, pero no se sabía como resolver el problema y había por añadidura otras cuestiones más acuciantes por atender. La leyenda de la «barrera del sonido» ganó fama, a veces alimentada desde algún medio científico.

El régimen supersónico no era precisamente un desconocido. Ernst Mach (1838-1916), que entre 1873 y 1893 desarrolló una serie de técnicas para la medida de las ondas sonoras y su propagación, estableció en 1887 los principios del movimiento supersónico en los fluidos. Prandtl había realizado numerosos experimentos en Göttingen entre 1905 y 1908 referentes al movimiento supersónico, a través de toberas y con ayuda de ellos desarrolló su teoría de las ondas de choque y las expansiones supersónicas. En 1920 Prandtl había retornado al estudio del movimiento fluido a altas velocidades. Albert Betz y Adolf Busemann (1901-1986), del Instituto Kaiser Wilhelm de Göttingen, habían sugerido los fundamentos básicos del diseño de aviones capaces de superar la velocidad del sonido en medio de una indiferencia generalizada.

Albert Betz invirtió incontables horas de ensayos y análisis sobre el régimen transónico usando diferentes formas de ala, incluida el ala delta. Betz publicaría cinco trabajos al respecto entre 1936 y 1939 y un libro en ese último año. Adolf Busemann presentó en el congreso Volta celebrado en Roma a comienzos de octu-

bre de 1935 los resultados de sus estudios sobre el vuelo supersónico. Busemann había concluido que las alas en flecha eran una solución para reducir el notable aumento de resistencia asociado al vuelo en las inmediateces de Mach 1, aunque sus razonamientos eran un tanto endeble porque se basaban en que de esa manera las alas se mantendrían en el interior de las ondas de choque generadas en el morro del avión.

Cuando se decidió abordar el vuelo a velocidades superiores a la del sonido se establecieron las condiciones para el salto cualitativo que necesitaba el progreso aeronáutico. Se constató entonces que ese reto no podía ser abordado acudiendo a la experiencia del vuelo subsónico. El Reino Unido con el Miles M.52 y la Unión Soviética con el Bisnovat B-5 y el DFS 346 -éste capturado en Alemania- pusieron manos a la obra respectivamente en 1943 y 1946 con el fracaso como resultado. Los Estados Unidos se apuntaron el éxito pero no precisamente por estar en mejores condiciones que los británicos y los soviéticos. Todo comenzó cuando en 1944 el Congreso aprobó un presupuesto para la exploración del vuelo supersónico, en un programa que conjuntamente debería ser abordado por el NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) y el Departamento de Defensa.

En teoría tal programa debía beneficiarse de una situación privilegiada: Estados Unidos no había tenido guerra en su territorio, y por ello sus industrias e instalaciones estaban intactas, perfectamente «entrenadas» en la producción masiva de aviones y en el desarrollo de proyectos en plazos extremadamente cortos. Tenía además en el NACA unas excelentes instalaciones para ensayos. No es exagerado decir que al concluir la Segunda Guerra Mundial, Estados Unidos disponía de la mejor organización de diseño, experimentación y producción de aviones que el mundo había visto hasta entonces.

Pero no había métodos ni conocimientos para diseñar con una base físico-matemática solvente un avión capaz de sobrepasar Mach 1. Los túneles aerodinámicos disponibles tampoco eran adecuados. El X-1, que el 14 de octubre de 1947 se convirtió en el primer avión supersónico de la Historia de la Aviación, hubo de ser concebido con enormes dosis de intuición y -¿por qué no decirlo?- fortuna para compensar el desconocimiento de los efectos inherentes a los regímenes transónico y supersónico. Bell Aircraft Corporation, la compañía en la que recayó el diseño y construcción de los tres prototipos X-1 fabricados, optó por un ala del 8-10% de espesor relativo -según el prototipo de que se tratara- y alargamiento 6,03, no se atrevió a usar flecha y dispuso un fuselaje con forma de bala a partir de ciertos estudios existentes acerca del comportamiento aerodinámico de los proyectiles de calibre 0,5. El primer vuelo supersónico de la Historia de la Aviación contó con todos los rasgos de una aventura en la que Charles Yeager, el legendario piloto que lo llevó a cabo, hizo el papel de explorador de un mundo casi desconocido, pero esa gesta tuvo una virtud muy

importante: enseñó el camino que debería seguir el diseño aeronáutico.

Y así el auge de la Aviación fue vertiginoso a partir del final de la Segunda Guerra Mundial. Las herramientas matemáticas adquirieron protagonismo creciente en apoyo de los métodos empíricos. La Aviación Militar apoyada en los motores de reacción pronto convertiría el vuelo supersónico en una rutina. La Aviación Comercial evolucionaría con diligencia para ofrecer combinaciones cada vez más atractivas de confort, velocidad y alcance que la llevaron con prontitud a ocupar un lugar relevante entre los medios de transporte.

Hasta tal punto fue raudo el progreso de las aeronaves comerciales que se pasó de utilizar en las últimas semanas de 1945 aviones DC-3 y DC-4 sobrantes de guerra para el transporte de pasajeros, a iniciar los es-

El diseño del F-117 tuvo su base en un software puesto a punto por Lockheed en 1975 bajo el nombre clave de Echo 1, que con ayuda de un ordenador Cray permitió predecir y simular la forma en que los objetos reflejan las ondas de radar. Era el fruto de muchos años de trabajo que se remontaban en el tiempo hasta los días del programa A-12 (1959), cuando Clarence L. Johnson decidió que su departamento - «Skunk Works»- debía investigar acerca de los procedimientos para conseguir bajas firmas radar. Ni que decir tiene que aplicaciones matemáticas y ordenadores fueron responsables de la compleja compatibilización de las inusuales formas del F-117 con la Aerodinámica y, finalmente, fue un sistema cuádruple redundante «fly-by-wire» de control de vuelo similar al del F-16 el que permitió que ese avión volara a pesar de ser inestable.



*El 25 de mayo de 1972 este LTV F-8 Crusader de la NASA se convirtió en el primer avión del mundo que voló provisto de un sistema «fly-by-wire» acoplado a un ordenador digital. La NASA había comenzado a estudiar en 1960 ese programa experimental cuyo principal valedor fue el ex-astronauta Neil Armstrong.  
-NASA Dryden Flight Research Center-*

tudios acerca del avión comercial supersónico en Francia y Gran Bretaña en 1956 y en Estados Unidos en 1958. Es más, el acuerdo franco-británico que dio origen al Concorde se firmó el 19 de noviembre de 1962, transcurridos poco más de 17 años desde el fin de la Segunda Guerra Mundial.

El avance tecnológico en el terreno de los ordenadores, arrastrado por la carrera en pos de la Conquista del Espacio, tuvo una repercusión decisiva en el apartado aeronáutico. Las primeras consecuencias espectaculares de la llegada de los superordenadores iban a darse en el terreno militar, aunque han tardado años en ser conocidas, pues en su momento pertenecieron al mundo del alto secreto. Un ejemplo relevante es el F-117, hoy un avión sobradamente conocido, cuyos orígenes se remontan hasta mediados de la década de los 70. De hecho el contrato para su desarrollo se firmó el 16 de noviembre de 1978.

Hoy los sistemas computadorizados «fly-by-wire» son algo usual -y fundamental- en la Aviación Militar y figuran en algunos aviones civiles de los cuales el A320 (1987) fue el pionero, pero su historia se remonta muchos años atrás en el tiempo. La primera aplicación práctica en un avión construido en serie le correspondió al Grumman F-14 (1970), pero fue el F-16 el que sacó un magnífico rendimiento al «fly-by-wire» merced a un sistema analógico (1974), un par de años después de que la NASA iniciara la experimentación de un sistema digital a bordo de un F-8 Crusader.

Un segundo ejemplo, similar al F-117 en cuanto a secreto pero donde la Matemática Aplicada fue considerablemente más lejos y estableció nuevos estándares en el diseño y fabricación de aeronaves, es el bombardero Northrop Grumman B-2. Heredero de los XB-35 e YB-49 de los años 50, el B-2 tuvo su origen



*Máquina de control numérico usada por Boeing en la producción de pisos para sus aviones. El empleo de ese tipo de maquinaria de precisión es tradicional en la fabricación aeronáutica. -Boeing-*



*Un puesto de trabajo del sistema CAD Catia (Dassault Systèmes) en pleno análisis de una instalación del Boeing 777. -Boeing-*

en trabajos iniciados en 1978 y fue lanzado en octubre de 1981 por la Administración Reagan. Northrop adquirió por un precio superior a los 1.000 millones de dólares y montó en sus instalaciones de Pico Rivera (California) un ordenador CAD/CAM de características excepcionales. Con su ayuda la configuración exterior del B-2 y el posicionamiento de sus elementos interiores se fueron almacenando en una base de datos tridimensional, junto con la información necesaria para la correcta operación de las maquinarias de control numérico, los robots de fabricación y el montaje de subconjuntos y elementos en los útiles. De esa manera se eliminó la necesidad de útiles de prototipo y desde el primer avión se construyó en condiciones de serie. Tal fue la precisión dimensional conseguida que la envergadura real del prototipo B-2 (52,43 m. nominales) es-

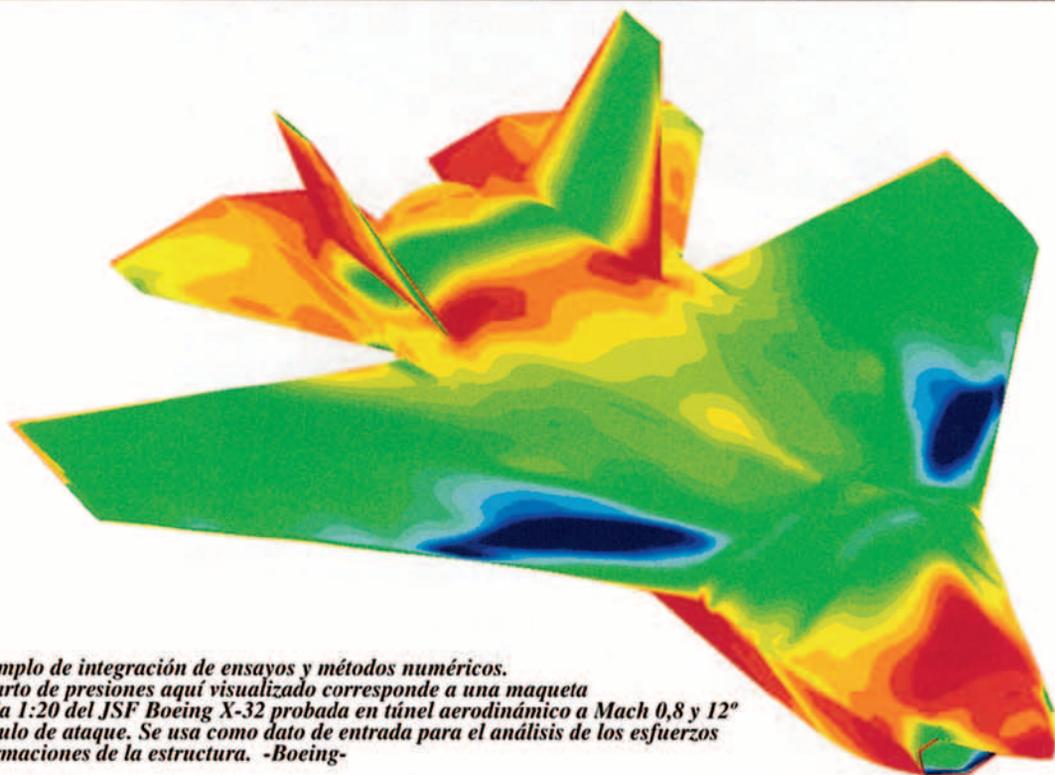
tuvo en la tolerancia preestablecida de  $\pm 0,25$  pulgadas ( $\pm 6,35$  mm.).

Además esa base de datos estaba conectada con los subcontratistas principales, Boeing Military Airplanes (Wichita, Kansas) y LTV Aerospace (Grand Prairie, Texas), con los restantes subcontratistas que por el nivel de su participación necesitaban de ella y con la propia USAF. El uso de ese sistema redujo la programación de control numérico de producción en aproximadamente un 40% en tiempo y se obtuvo una precisión del 97% en la siempre conflictiva ubicación de cableados, conducciones y sistemas mecánicos. La información almacenada en el ordenador sirvió también para confeccionar los diversos manuales técnicos del avión. XB-35 e YB-49 adolecieron de problemas de estabilidad. Un sistema cuádruple redundante «fly-by-wire» hizo desaparecer toda posibilidad de que tal cosa se repitiera en el B-2.

En la actualidad el uso de las herramientas matemáticas combinadas con los poderosos ordenadores desarrollados en las dos últimas décadas es norma en las actividades de diseño y producción de aeronaves. Los sistemas CAD han evolucionado desde el estado de herramienta de dibujo para la elaboración de planos con gran rapidez y precisión, típico de los primeros años 80, hasta convertirse en una herramienta de gran eficiencia en otras labores. Los sistemas CAD actuales trabajan en tres dimensiones y están en condiciones de abordar cualquier tarea de diseño, desde la generación de superficies y sólidos con cálculos de áreas, volúmenes, momentos de inercia, centros de gravedad y demás parámetros afines, hasta la confección de complejos modelos donde se pueden estudiar accesibilidades para mantenimiento, interferencias entre elementos y optimizaciones en ubicación de instalaciones, pasando por análisis cinemáticos de todo tipo.

La integración del CAD con sistemas PDM (Product Data Management) y otros paquetes de software específicos, permite controlar las documentaciones de diseño y producción, la actualización inmediata de la información a todos los niveles tras la introducción de modificaciones y puestas a punto y la disponibilidad de los datos precisos en el lugar y momento adecuados, sea a nivel de diseño, adquisición de materiales u organización de la fabricación. En otras palabras, la información de diseño de una aeronave, su geometría y su documentación, cualquiera que sea su grado de complejidad, puede ser accesible para todos los estamentos de la empresa por vía informática.

La presencia de la Matemática Aplicada en el terreno del diseño aeronáutico tiene un especial significado en el cálculo de las estructuras de las aeronaves. Las estructuras aeronáuticas son peculiares desde el momento en que deben cumplir una serie de condiciones que raras veces se presentan o no son críticas en otros campos. El caso más evidente lo constituye la necesidad de mantener el peso en los mínimos compatibles con el cumplimiento de los requisitos de resistencia exigidos por las normas de certificación y por



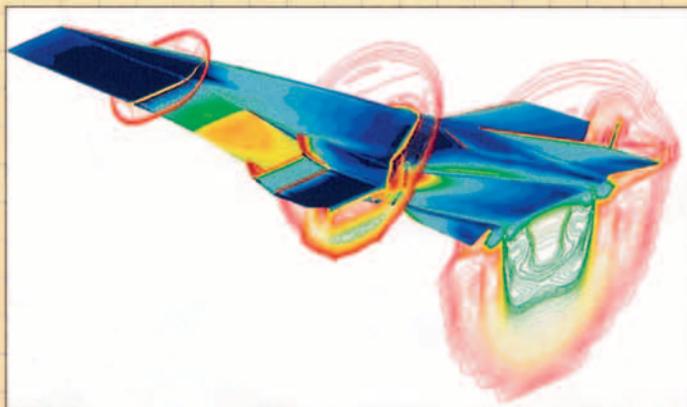
*Un ejemplo de integración de ensayos y métodos numéricos. El reparto de presiones aquí visualizado corresponde a una maqueta a escala 1:20 del JSF Boeing X-32 probada en túnel aerodinámico a Mach 0,8 y 12° de ángulo de ataque. Se usa como dato de entrada para el análisis de los esfuerzos y deformaciones de la estructura. -Boeing-*

los criterios especiales impuestos al diseño.

Es pues necesario disponer de herramientas de cálculo de alta precisión que permitan predecir a nivel de esfuerzos y deformaciones el comportamiento de la estructura bajo los múltiples casos de carga que deben serle aplicados. De entre los métodos numéricos disponibles, posiblemente el más empleado es el de elementos finitos.

La creciente presencia en las aeronaves

de materiales compuestos de matriz no metálica y matriz metálica, laminados de resinas termoestables reforzadas con diversas fibras -carbono, kevlar, fibra de vidrio, etc.-, resinas termoplásticas y materiales afines por su bajo peso y proporcionalmente elevadas prestaciones mecánicas, es posible gracias en buena parte a la existencia de esos métodos de cálculo. Se debe recordar que, a diferencia de las aleaciones clásicas usadas en aeronáutica -aleaciones ligeras de aluminio y magnesio, acero, aleaciones de titanio- caracterizadas por ser isótropas, esos nuevos materia-



*Imagen CFD del avión no tripulado experimental X-43A Hyper-X que debe efectuar tres vuelos a Mach 7 y Mach 10 en un futuro próximo. Está presentado en vuelo a Mach 7 con su scramjet operativo y se representan la transferencia de calor a la superficie del vehículo (el color rojo muestra la zona más caliente) y los contornos de igual número de Mach local en corte por tres planos. -NASA Dryden Flight Research Center-*

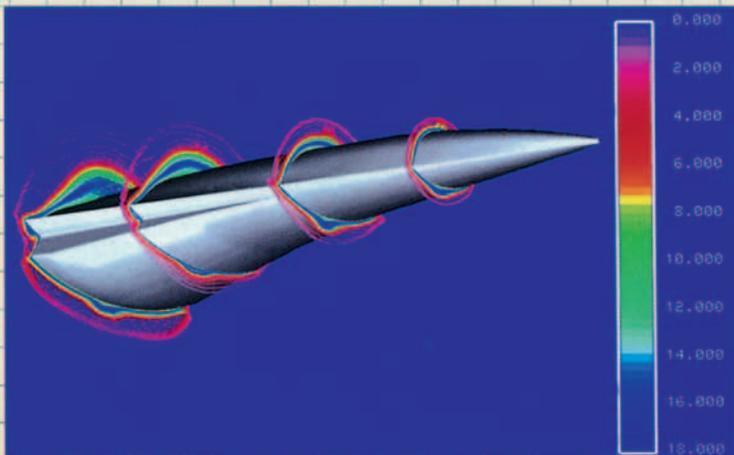
les que en algunas aeronaves constituyen un porcentaje muy relevante del peso estructural son anisótropos y su comportamiento depende de la dirección de aplicación de los esfuerzos.

Pero además las estructuras aeronáuticas tienen problemas específicos en cuyo estudio y resolución los métodos numéricos apoyados en el empleo de los ordenadores son decisivos. Los fenómenos aeroelásticos tienen una relevancia especial

y deben ser estudiados y analizados minuciosamente para evitar fallos catastróficos. Otro tanto sucede con el caso de la fatiga, de cuyos letales efectos dio en su día trágico testimonio el Comet. Es verdad que los ensayos estáticos y dinámicos a los que en todos los casos se someten las estructuras de las aeronaves suponen una garantía, pero corregir problemas aparecidos durante los ensayos es costoso en dinero y, sobre todo, en tiempo. Una estructura mal diseñada puede, por ese camino, suponer el prematuro fracaso de un proyecto.

Sin lugar a dudas el campo donde Matemática y modernos ordenadores se han unido para dar resultados espectaculares es en el de la CFD (Computational Fluid Dynamics). De las expectativas que ese trinomio presenta da muestra el hecho de que hay debates acerca de la posibilidad de que los superordenadores sustituyan a los túneles aerodinámicos en el futuro.

No parece que eso vaya a suceder en un plazo previsible, pero no es menos cierto que la CFD ha tomado una relevancia más que notoria en la concepción y estudio aerodinámico de cualquier avión actual. Incluso algunas empresas de software han puesto en el mercado y en condiciones bastante asequibles, aplicaciones de CFD para distintos niveles de usuario. La CFD es una herramienta cuyas aplicaciones aeronáuticas van hoy desde el análisis de alas hasta al diseño de turbomáquinas y cámaras de combustión.



*Simulación CAD/CFD en vuelo a Mach 19 de uno de los conceptos evaluados durante 1988 en el proceso iterativo que condujo a la forma definitiva del X-30. La escala de colores de la derecha muestra el valor de las temperaturas en derredor de la aeronave como múltiplo de la temperatura ambiente del aire en la zona de vuelo. El azul brillante corresponde a la zona más caliente (temperatura 18 veces superior a la del entorno). -NASA Langley Research Center-*

Un ejemplo de lo que ofrece lo constituye el cancelado X-30, para cuya definición la NASA desarrolló a partir de 1984 un Numerical Aerodynamic Simulator (NAS) que, mediante el uso de ordenadores Cray, permitió integrar CFD y CAD para, con iteraciones sucesivas, definir la forma óptima de ese avión experimental que debería haber alcanzado Mach 25 y que fue cancelado prematuramente en mayo de 1993.

Previsiblemente es la CFD el capítulo donde cabe esperar el mayor desarrollo de nuevos métodos de análisis en el futuro cercano, en particular en lo que concierne a las corrientes no estacionarias. No hay margen para la duda, sin embargo, en cuanto al papel de la Matemática Aplicada en el mundo de la creación y producción de aeronaves: ha sido, es y será el fundamento de su progreso. ■



*El concepto AMA (Advanced Mobility Aircraft) Super Freighter de Lockheed Martin, un proyecto para un futuro donde las Matemáticas Aplicadas continuarán siendo la base del progreso aeronáutico. -Lockheed Martin-*