COMO SE CALCULA UN BOMBARDEO

PROBABILIDAD DE BATIR UN BLANCO CON UN LANZAMIENTO

Por el Comandante A. MONTEL

(CONTINUACION)

Probabilidad de batir un blanco con un lanzamiento.—Como ya hemos dicho, los errores o desvíos que se pueden cometer en el bombardeo son muy variables, dependiendo de una serie de factores balísticos, instrumentales y personales. El valor que tendrá un nuevo desvío no podemos calcularlo *a priori,* pero, sin embargo, lo que sí podemos averiguar es la probabilidad que tendremos, en un nuevo lanzamiento, de cometer un desvío *comprendido entre dos límites señalados.*

* * *

Si en una rosa de impactos suponemos que al contar el número de impactos que se producen a distancias determinadas nos arrojasen los datos siguientes:

Distancias: 10, 20, 30, 40, ...

Número de impactos: 100, 50, 33,3, 25, ...

veríamos que existiría una ley de distribución de los mismos, y el hallar la expresión matemática que la expresara, no presentaría ninguna dificultad en este caso, ya que sería de la forma $y = k/x$, siendo k una constante (su representación gráfica sería la de una hipérbola equilátera). Pero en la realidad no ocurre así. Si tabuláramos los valores, según el procedimiento anterior, con los resultados obtenidos de un número muy elevado de impactos, veríamos la dificultad que presenta el encontrar la ley matemática y ecuación correspondiente, pues las cifras no guardan aparentemente ninguna relación entre sí.

Valiéndose del artificio de construir su gráfica y ensayar sucesivamente su identidad con las procedentes de las funciones tipo parabólica, logarítmica y exponenciales, nos encontraríamos con que la gráfica de los impactos obedece siempre a una ecuación del tipo

$$y = K\, e^{-a^2 x^2};$$

pero da la coincidencia de que esta ecuación es una de las clásicas del Cálculo de Probabilidades, donde es deducida directamente. Esto demuestra que a la teoría del tiro le son aplicables todas las leyes de las probabilidades. En la fórmula anterior existen dos constantes, K y a; la primera es la ordenada en el origen y la segunda no es más que el coeficiente angular de la curva. La letra e representa la base de los logaritmos naturales.

Esta fórmula en el Cálculo de Probabilidades indica la que se tiene de cometer un desvío o error igual al valor de x. Pero interesándonos a nosotros el hallar la probabilidad que tendremos de cometer un error comprendido entre X y O, se comprende que la cuestión se reduce a integrar esta fórmula entre los valores dichos. Su resultado viene expresado por

$$P_x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\varepsilon} e^{-\varepsilon} \,.\, d\varepsilon.$$

Esta es la fórmula que suele encontrarse en los tratados de bombardeo, y de la que suelen partir para hallar la expresión del factor de probabilidad.

(NOTA.—Para mayor sencillez en el cálculo se suele poner ε en lugar de $a \, . \, x$.)

* * *

Esto es en realidad lo que pretendemos hallar cuando buscamos la probabilidad que tendremos de batir un blanco. En efecto, supongamos que deseamos hallar la probabilidad que tendremos de batir en dirección el blanco representado en la figura 1; indudablemente sería idéntico expresar tal interrogante en esta otra forma: "Deseamos hallar la probabilidad que tendremos de cometer un desvío, comprendido entre los valores X y O'', ya que siempre que cometamos un desvío menor que X la bomba caerá forzosamente en dirección dentro del blanco. El mismo razonamiento podríamos aplicarlo al alcance, o sea, que todo se reduce a calcular la probabilidad que tendríamos de cometer un desvío comprendido entre X y O.

Hasta este momento hablamos solamente de los dos acontecimientos: el de batir el blanco en dirección y en alcance, por separado; pero fácilmente se comprende que de no existir simultaneidad en los dos sucesos, todo el cálculo sería inútil, ya que de nada serviría batir un blanco en dirección si al mismo tiempo no concurriese el hecho de serlo también en alcance. De esta coincidencia nos ocuparemos más adelante.

Factor de probabilidad.—El Cálculo de Probabilidades establece una relación matemática entre el *error máximo* que se desea admitir y el *error probable,* denominando al resultado de la misma con el nombre de *factor de probabilidad.*

$$\text{Factor de probabilidad} = \frac{\text{Error máximo admisible}}{\text{Error probable}}$$

Si nos fijamos ahora que en el caso del bombardeo el error máximo que podríamos admitir, por ejemplo, en dirección sería X, que no es otro que la semidimensión del blanco, resulta que podremos escribir la anterior relación en la siguiente forma:

$$\text{Factor de probabilidad} = \frac{\text{Semi-dimensión del blanco}}{\text{Desvío probable}} \qquad \text{(VII)}$$

que en lo sucesivo la representaremos por

$$f\,p_y = \frac{1/2\,L_y}{r_y}, \qquad f\,p_z = \frac{1/2\,L_z}{r_z}.$$

Siendo:

$f\,p_y$ = factor de probabilidad en alcance;
$f\,p_z$ = factor de probabilidad en dirección;
r_y = desvío probable en alcance;
r_z = desvío probable en dirección.

(La fórmula VII es la básica para todos los métodos de bombardeo.)

Llegado este momento, el lector nos podría reprochar, con razón, que si bien es cierto que le hemos indicado un procedimiento para calcular el factor de probabilidad, no es menos cierto que todavía no le hemos hablado de su significado. Para soslayar aquélla pasaremos a dar una idea del mismo (1).

Significado físico del factor de probabilidad.—Supongamos (fig. 2) que los desvíos probables en alcance y dirección estén representados por las magnitudes $M\,B$ y $N\,B$, respectivamente. El rectángulo $A\,B\,C\,D$ comprenderá las zonas del 50 por 100 en alcance y dirección. Si nos imaginamos ahora un blanco de las mismas dimensiones que el citado rectángulo, resultará indudablemente que dentro del mismo estarían comprendidos la mitad de los impactos. Si fuera menor, tal como el $A'\,B'\,C'\,D'$, abarcaría un número menor, y si sus dimensiones fueran las indicadas por el $A''\,B''\,C''\,D''$, entonces contendría uno mayor. Vemos, por tanto, a grandes rasgos, que existe una determinada dependencia entre la probabilidad de batir el blanco y el valor que adquiera la relación semi-dimensión del blanco-desvío probable, o lo que es lo mismo,

(1) La fórmula anterior se resuelve para valores comprendidos entre 0 y 3, y con los mismos se construyen unas tablas a simple entrada que nos dan directamente el valor de P en función de los de ε.

Estas tablas no resultan prácticas, pues en el bombardeo, lo mismo que en el cálculo de errores, se suele emplear como término comparativo los denominados *error* o *desvío probable;* así que de estos valores tendríamos que llegar a los de ε, y con éstos entrar en la tabla para hallar el de p. El Cálculo de Probabilidades establece una relación entre dicho desvío y la constante a, y es: $a = \frac{0{,}477}{r_z}$. Como sabemos que $\varepsilon = a \, . \, x$, si ahora ponemos en lugar de a el nuevo valor, tendremos:

$$\frac{\varepsilon}{0{,}477} = \frac{x}{r_z}.$$

A esta última relación es la que se denomina *factor de probabilidad.* Con este valor no tenemos ya más que entrar en otras tablas, deducidas de la anterior, en donde encontraremos los valores de P correspondientes a los de f_p, o sea a los de $\varepsilon/0{,}477$.

PROBABILIDADES DE BATIR UN BLANCO

Factores de probabilidad.....	Probabilidad de batir por 100...	Diferencias por 0,01......	Factores de probabilidad.....	Probabilidad de batir por 100...	Diferencias por 0,01......	Factores de probabilidad.....	Probabilidad de batir por 100...	Diferencias por 0,01......	Factores de probabilidad.....	Probabilidad de batir por 100...	Diferencias por 0,01......	Factores de probabilidad.....	Probabilidad de batir por 100...	Diferencias por 0,01......
0,02	1,08	54	0,80	41,05	46	1,58	71,34	30	2,36	88,85	15	3,14	96,59	5,5
0,04	2,15	54	0,82	41,98	46	1.60	71,95	30	2,38	89.15	15	3,16	96,70	5.5
0,06	3.23	54	0,84	42,90	46	1,62	72,55	29	2,40	89.45	14	3,18	96,81	5
0,08	4.40	54	0.86	43,81	45	1,64	73.13	29	2,42	89,73	14	3.20	96,91	5
0,10	5 38	54	0,88	44.72	45	1,66	73,71	28	2,44	90,02	14	3,22	97,01	5
0,12	6,45	54	0.90	45,62	45	1,68	74,28	28	2 46	90 29	14	3.24	97,11	5
0,14	7,52	54	0,92	46.51	44	1,70	74,85	27	2,48	90.57	13	3.26	97,21	5
0,16	8,59	54	0,94	47,39	44	1,72	75,40	27	2,50	90,82	13	3,28	97,31	4 5
0,18	9,66	54	0,96	48 27	44	1,74	75,94	26	2,52	91,08	13	3,30	97,40	4,5
0,20	10,73	53	0,98	49,14	43	1,76	76.48	26	2,54	91.33	12	3 32	97,48	4,5
0,22	11,80	53	**1,00**	**50,00**	43	1,78	77,01	26	2,56	91,58	12	3,34	97,57	4,5
0,24	12.86	53	1,02	50.85	43	1,80	77,53	25	2,58	91,82	12	3,36	97,66	4
0,26	13,92	53	1,04	51,70	42	1,82	78,04	25	2.60	92,05	11	3,38	97,74	4
0.28	14.98	53	1,06	52,54	42	1,84	78,54	25	2.62	92.27	11	3,40	97,82	4
0,30	16,04	52	1,08	53,37	42	1,86	79,04	24	2,64	92 50	11	3,42	97,90	3,5
0,32	17,09	52	1.10	54.19	41	1,88	79.52	24	2,66	92.72	11	3,44	97,97	3,5
0,34	18.14	52	1,12	55.00	41	1,90	80,00	23	2,68	92,94	10	3,46	98,04	3,5
0,36	19,19	52	1,14	55,81	40	1,92	80,47	23	2,70	93,14	10	3.48	98,11	3.5
0,38	20,23	52	1,16	56,60	40	1,94	80,93	22	2,72	93,34	10	3,50	98.18	3
0,40	21,27	52	1,18	57,39	39	1,96	81.38	22	2,74	93.54	10	3,52	98,24	3
0 42	22,30	52	1,20	58,17	39	1,98	81,83	22	2.76	93.74	9	3,54	98,30	3
0,44	23,34	51	1.22	58,94	38	**2,00**	**82,27**	21	2,78	93,93	9	3,56	98.36	3
0,46	24,36	51	1,24	59,70	38	2,02	82,69	21	2,80	94.11	9	3,58	98,42	3
0,48	25,39	51	1,26	60,46	37	2,04	83,11	21	2.82	94.29	9	3.60	98,48	3
0,50	**26,41**	51	1,28	61.21	37	2,06	83,53	20	2,84	94,47	8	3,62	98,54	2,5
0.52	27,42	50	1,30	61,94	36	2,08	83,93	20	2,86	94,63	8	3,64	98,59	2,5
0,54	28.43	50	1.32	62.67	36	2.10	84,33	19	2,88	94,79	8	3,66	98,64	2,5
0,56	29,44	50	1.34	63,39	35	2,12	84.71	19	2,90	94.95	8	3,68	98,69	2,5
0,58	30,44	49	1,36	64,10	35	2.14	85,11	18	2 92	95,11	8	3,70	98,74	2,5
0,60	31,43	49	1.38	64.80	35	2,16	85,48	18	2,94	95,27	7,5	3,72	98,79	2,5
0,62	32.42	49	1,40	65 49	34	2,18	85,85	18	2.96	95,42	7	3,74	98,84	2
0,64	33.40	49	1,42	66.18	34	2,20	86 22	17	2.98	95,56	7	3 76	98,88	2
0.66	34,38	49	1,44	66,86	34	2.22	86 56	17	**3,00**	**95,70**	7	3,78	98.92	2
0,68	35,35	48	1,46	67.53	33	2,24	86,91	17	3.02	95,84	7	3,80	98,96	2
0.70	36.32	48	1,48	68,18	33	2,26	87,26	16	3.04	95,98	6,5	3,85	99,06	1,8
0.72	37,28	48	1.50	68.83	32	2,28	87,59	16	3,06	96.11	6	3,90	99,15	1,6
0,74	38.24	47	1.52	69,47	32	2,30	87,92	16	3,08	96.23	6	3,95	99,23	1,4
0.76	39,18	47	1,54	70,10	31	2,32	88,24	15	3.10	96,35	6	**4,00**	**99,30**	0.9
0.78	40,12	47	1.56	70,72	31	2,34	88,55	15	3,12	96,47	6	4,59	99,76	0 3
0,80	41.05		1,58	71,34		2.36	88.85		3,14	96,59		**5,00**	**99,93**	
												5,62	99,98	

ESA-1.-

entre la probabilidad de batir el blanco (que también se suele denominar su vulnerabilidad) y el factor de probabilidad.

Ahora cabría pensar si esa dependencia está regida por una ley muy sencilla, como por ejemplo sería la de que la probabilidad fuese igual al producto de una constante por el factor de probabilidad; es indudable que entonces podríamos calcular directamente la probabilidad de batir a un blanco. Desgraciadamente esa ley de dependencia no es tan sencilla, sino que viene materializada por una fórmula bastante complicada y que requiere un proceso de integración para hallar los sucesivos valores de p, correspondientes a los de f_p. Estos fueron calculados por Kramp, y habiendo sido tabulados, bastará utilizar una de estas tablas para hallar directamente dichos valores sin necesidad de vernos obligados a integrar cada vez que deseásemos hallar una probabilidad.

Tablas de probabilidad.—Existen de muy diversas formas, pero todas son análogas, no diferenciándose en realidad más que en el grado de apreciación. La que publicamos en la página anterior consta de tres columnas.

La primera columna está formada por los valores de f_p, variando su orden de aproximación del modo siguiente: De 2 en 2 centésimas hasta el valor de 3,80; de 5 en 5 hasta el de 4; de 50 en 50 hasta el de 5. Como se puede comprobar, a un valor de 5,62 corresponde ya un valor de p, que puede estimarse como de certeza práctica.

En la segunda columna figuran los valores de los tantos por cien de probabilidad.

En la tercera, las diferencias tabulares en centésimas.

El manejo de las mismas es de lo más elemental. A tres casos podemos dejar reducido el número de los que se nos pueden presentar para su manejo:

- que el factor de p esté en la tabla. La probabilidad viene dada directamente.
- que el f_p quede comprendido entre dos valores de los de la tabla. Entonces se halla la p correspondiente al factor de probabilidad inmediatamente inferior, y se le suma el producto, que resulta de multiplicar la diferencia entre el f_p dado y el elegido por la diferencia tabular correspondiente.
- que deseemos apreciar hasta las milésimas. Se procede igual que antes, pero teniendo en cuenta, para la diferencia de f_{ps}, también las milésimas. Este caso no tiene aplicación más que en los centros de experiencias.

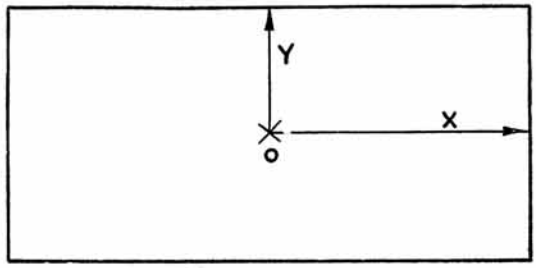


FIG. 1

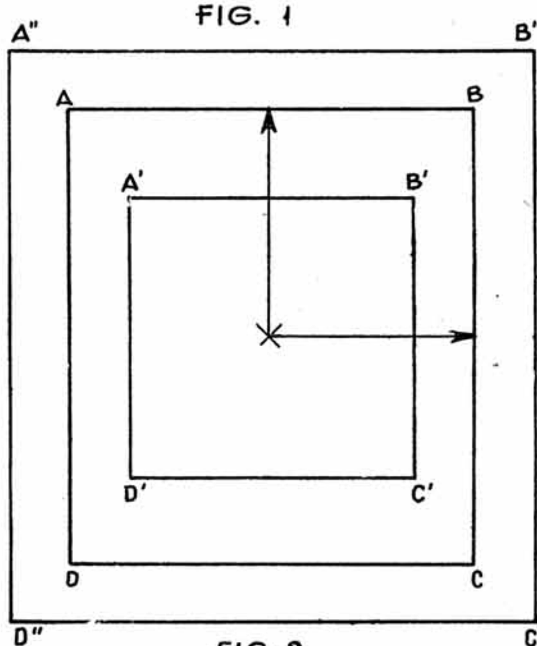


FIG. 2

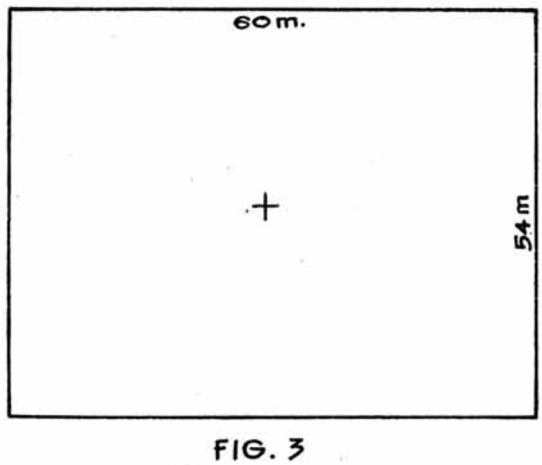


FIG. 3

Cálculo de la probabilidad de batir un blanco rectangular.—Fundándonos en las ideas que llevamos expuestas, ya disponemos de suficientes elementos para calcular por separado las probabilidades de batir un blanco rectangular, en alcance o en dirección. A este efecto tenemos que distinguir dos casos, según el punto que tomemos como referencia para las punterías, y son:

a) Que el punto a apuntar sea el centro de figura del mismo.

b) Que sea un punto cualquiera.

En el primer caso no tenemos más que aplicar las fórmulas ya conocidas. En efecto, supongamos que se trate de hallar la probabilidad que tendremos de batir en dirección el blanco representado en la figura 3 con una sola bomba y desde 1.200 metros de altura de lanzamiento.

Hallaríamos el factor de probabilidad, así:

$$f\,p_x = \frac{1/2\,L_x}{r_x} = \frac{30}{15} = 2,$$

con este valor iremos a la tabla de probabilidades y veríamos la que le corresponde. Que es el del 82,27 por 100. Esta sería, por tanto, la probabilidad que tendríamos de batirlo en dirección con un avión de nuestra unidad imaginaria.

Se comprende que en la práctica este dato no sería de ninguna utilidad considerado aisladamente, ya que de nada nos serviría que el impacto cayese centrado en dirección, si no lo fuese también al mismo tiempo en alcance. Es decir, lo que a nosotros interesará saber es la probabilidad que tendremos de que los dos acontecimientos ocurran simultáneamente, puesto que de este modo entonces sí que nos indicará la probabilidad que tendremos de que la bomba caiga dentro del blanco.

El solucionar el anterior contratiempo no presenta mayor dificultad, puesto que el Cálculo de Probabilidades nos la ofrece con una de sus leyes, que dice así: "*La probabilidad de que dos acontecimientos independientes ocurran simultáneamente, viene dada por el producto de las probabilidades de cada uno de ellos, considerados separadamente.*" Para mayor claridad pongamos un ejemplo sencillo. Supongamos que deseamos saber la probabilidad que tendremos de que al lanzar dos dados nos salgan dos *unos;* como en este caso son sucesos independientes, puesto que lo que ocurra con cada dado es indiferente de lo que haya sucedido con el anterior, resultará que la probabilidad vendrá dada por el producto de las probabilidades simples. (Véase figura 4.)

Aplicando estas consideraciones al ejemplo anterior de bombardeo, tendremos como probabilidad de batir el blanco la siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} f\,p_x = 2\ldots\ldots \quad p = 82{,}27\ \% \\ f\,p_y = \dfrac{1/2\ L_y}{r_y} = \\ = \dfrac{27}{28} = 1{,}5\ldots \quad p' = 68{,}83\ \% \end{array}\right\} \quad P = p \cdot p' = 56{,}64\ \%$$

El caso (b) puede ser frecuente que se nos presente; por ejemplo, al tratarse de un objetivo enmascarado, de difícil localización desde el aire, pero que exista en sus proximidades un punto muy característico, y que sea, por tanto, conveniente, cuando no indispensable, el tomarlo como punto a apuntar. Cualquiera que sea la situación de este punto-referencia, el cálculo de la probabilidad se reduce en último extremo a valerse de unas sencillas construcciones geométricas para transformarlo en el caso (a) y deducir su vulnerabilidad de sumas o diferencias de blancos parciales centrados, que resultan de las construcciones geométricas.

Este artificio es de lo más sencillo, como puede verse por los ejemplos que exponemos a continuación:

Ejemplo 1.° Supongamos que se trata de hallar la probabilidad que tendremos de alcanzar con una sola bomba, desde 2.100 metros de altura, el blanco *A B C D* (fig 5), viniendo forzado el tener que tomar como punto a apuntar el vértice *C*.

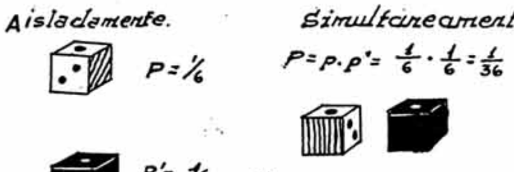


Fig. 4

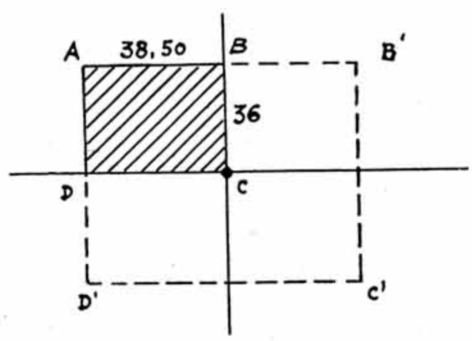


Fig. 5

Bastará construir el rectángulo $A\,B'\,C'\,D'$ de doble longitud y anchura que el dado, con lo cual ya podremos fácilmente calcular la probabilidad de batir a este último por estar en el caso (a). La cuarta parte del valor hallado será la probabilidad buscada. Así:

Vulnerabilidad del rectángulo $A\,B'\,C'\,D'$:

$$\left.\begin{aligned} f\,p_y &= \frac{1/2\,L_y}{r_y} = \\ &= \frac{36}{18} = 2\ldots\ldots\ p = 82{,}27\ \% \\ f\,p_x &= \frac{1/2\,L_x}{r_x} = \\ &= \frac{38{,}50}{25} = 1{,}54\ldots\ p' = 70{,}10\ \% \end{aligned}\right\}\quad P = p\,.\,p' = 57{,}67\ \%$$

Vulnerabilidad del rectángulo $A\,B\,C\,D$:

$$P = \frac{57{,}67}{4} = 14{,}41\ \%$$

Ejemplo 2.° Imaginémonos ahora el blanco $A\,B\,C\,D$ y tomemos como referencia el punto O (figura 6.ª), efectuando el lanzamiento desde una altura de 3.000 metros. Utilizando, como siempre, los desvíos de nuestra unidad hipotética.

El camino a seguir sería el siguiente: Calcular la vulnerabilidad del blanco $A\,A'\,B'\,C'$, del $B\,b\,d\,e$, del $C\,f\,g\,h$ y la del $D\,M\,N\,P$. Restar de la primera la suma de la segunda, más la diferencia entre la cuarta y tercera. Su cuarta parte sería el valor buscado. En efecto:

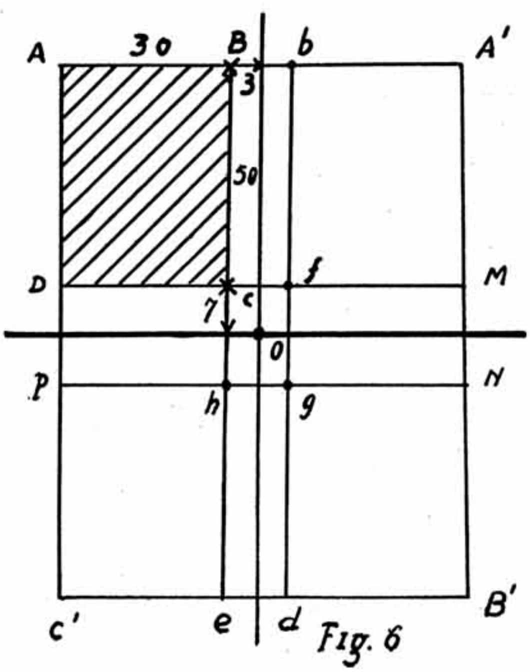


Fig. 6

Vulnerabilidad del rectángulo $A\,A'\,B'\,C'$:

$$\left.\begin{aligned} f\,p_y &= \frac{57}{24} = 2{,}37\ldots\ldots\ p = 89\ \% \\ f\,p_x &= \frac{33}{33} = 1\ldots\ldots\ p' = 50\ \% \end{aligned}\right\}\ P_1 = 44{,}5\ \%$$

Vulnerabilidad del rectángulo $B\,b\,d\,e$:

$$\left.\begin{aligned} f\,p_y &= 2{,}37\ldots\ldots\ p = 89\ \% \\ f\,p_x &= \frac{3}{33} = 0{,}09\ldots\ldots\ p' = 4{,}94\ \% \end{aligned}\right\}\ P_2 = 4{,}39\ \%$$

Vulnerabilidad del rectángulo $C\,f\,g\,h$:

$$\left.\begin{aligned} f\,p_y &= \frac{7}{24} = 0{,}29\ldots\ldots\ p = 15{,}51\ \% \\ f\,p_x &= 0{,}09\ldots\ldots\ p' = 4{,}94\ \% \end{aligned}\right\}\ P_3 = 0{,}76\ \%$$

Vulnerabilidad del rectángulo $D\,M\,N\,P$:

$$\left.\begin{aligned} f\,p_y &= 0{,}29\ldots\ldots\ p = 15{,}51\ \% \\ f\,p_x &= 1\ldots\ldots\ p' = 50\ \% \end{aligned}\right\}\ P_4 = 7{,}75\ \%$$

Vulnerabilidad del rectángulo $A\,B\,C\,D$:

$$P = \frac{P_1 - (P_2 + P_4 - P_3)}{4} =$$

$$= \frac{44{,}5 - (4{,}39 + 7{,}75 - 0{,}76)}{4} = \frac{33{,}12}{4} = 8{,}28\ \%$$

Vulnerabilidad de blancos irregulares.—En la realidad no siempre nos hemos de encontrar con blancos que tengan exactamente la forma de un rectángulo o la de un círculo. Cuando su forma sea muy diferente se complica extraordinariamente el cálculo de la probabilidad de batirlo, puesto que no nos cabría otro procedimiento, con los conocimientos adquiridos, que el de descomponerlo en una serie de rectángulos, de la manera más aproximada posible, calcular por separado sus probabilidades, y por su suma obtener la del blanco dado. Siendo impracticable este procedimiento la mayoría de las veces, es preciso acudir a otros nuevos, cuya explicación omitimos por haber sido ya objeto de un artículo en esta misma Revista con fecha febrero de 1934, cuya lectura detenida aconsejamos por su gran interés y no haber perdido actualidad.

Cálculo del número de bombas necesarias para tener la seguridad práctica de un impacto.—Hasta este momento hemos tratado de hallar la probabilidad de batir un blanco con el empleo de una sola bomba; pero se comprende que muchas veces resultará aquélla muy pequeña, y por tanto se llega inevitablemente a la necesidad de buscar algún procedimiento de aumentarla, o incluso de obtener la seguridad de un impacto, puesto que a fin de cuentas esto es lo que en realidad nos interesa.

Este procedimiento nos lo proporciona el cálculo de probabilidades según el razonamiento que vamos a exponer, y que se funda en *la influencia de la repetición del ensayo,* que en nuestro caso serán *lanzamientos.*

Uno de los rasgos más característicos de las leyes de probabilidad, que les distinguen de las demás, es su dependencia con el número de ensayos. Al alcance de todos está el poner de manifiesto esta dependencia mediante un sencillo ejemplo práctico, para el cual, si bien se requiere solamente una moneda, es necesario, en cambio, estar dotado de gran dosis de paciencia. Pero como pedir su ejecución sería abusar de la amabilidad del lector, creemos preferible narrarle lo que ocurrió con un célebre experimento clásico. Como de todos es sabido, la probabilidad que se tiene al lanzar una moneda de que salga "cara" es del 50 por 100, y por tanto, cabría esperar que en un segundo lanzamiento saliese "cruz"; en el tercero, "cara", y así sucesivamente. Sin embargo, esto no suele ocurrir; puede muy bien suceder que nos salga dos o más veces seguidas "cruz" o "cara". Así parece que las leyes de probabilidades son letra muerta; pero no es así, pues lo que sucede es que estas leyes son como un límite y que se cumplen con tanta más exactitud cuanto mayor es el número de ensayos. Cuantas más veces lancemos la moneda, más nos aproximaremos a que el número de "caras" que hayan salido sea exactamente el mismo que el de "cruces". Esto fué la célebre experiencia, que consistió en lanzar 4.048 veces la moneda y se obtuvieron 2 048 "caras". Si el número de lanzamientos hubiese sido mayor, más aproximado hubiera sido el número de "caras" al valor mitad.

Vemos, según lo anterior, que aunque tengamos el 50 por 100 de probabilidad de que nos caiga la bomba dentro del blanco, no quiere decir que basta lanzar dos, *cada una en una pasada,* para que tengamos la *certeza práctica* de que por lo menos una caiga dentro. La cuestión de averiguar el número de ensayos, o lo que es lo mismo, de lanzamientos en sendas pasadas, se puede resolver analíticamente del modo siguiente:

Para materializar las explicaciones vamos a concretarnos a un caso práctico. Supongamos que tenemos la probabilidad del 49 por 100 para que nos caiga una bomba dentro del blanco. Esto equivale a decir que tenemos la del 0,51 de que nos caiga fuera. Con dos bombas tendríamos $(0{,}51)^2 = 0{,}51 \cdot 0{,}51$, de que nos caigan las dos fuera, pues basta recordar que son sucesos independientes. Con n bombas sería de $(0{,}51)^n$ la probabilidad de que nos cayesen las n bombas fuera. Si ahora nos fijamos en que los sucesos "caer dentro" y "caer fuera" son dependientes entre sí, puesto que en realidad se excluyen, y teniendo en cuenta que existe una ley de probabilidades que dice: "*La probabilidad* P *de que ocurra uno de dos (o más) acontecimientos que mutuamente se excluyen, viene dada por la suma de sus probabilidades* p *y* p', *teniendo lugar separadamente.*" Por ejemplo, ¿qué probabilidad tendremos de que al lanzar un dado salga un *seis* o un número *impar?* Los acontecimientos se excluyen, pues de salir el seis no puede aparecer un número par, o a la inversa (fig. 7).

Volviendo al caso del bombardeo, resultará que si a la certeza matemática, que es 1, le restamos la probabilidad que tenemos para que nos caigan fuera, podremos igualarla a la probabilidad que deseemos para que por lo menos un impacto nos caiga dentro; es decir:

$$1 - (0{,}51)^n = p.$$

Si fijamos el valor de p, podremos despejar el de n.

Por regla general, para los bombardeos se puede tomar como valor de certeza práctica cualquiera de los superiores al 82 por 100. Supongamos que nos conformemos con un valor de p igual al 90 por 100. Entonces,

$$(0{,}51)^n + 0{,}9 = 1;$$

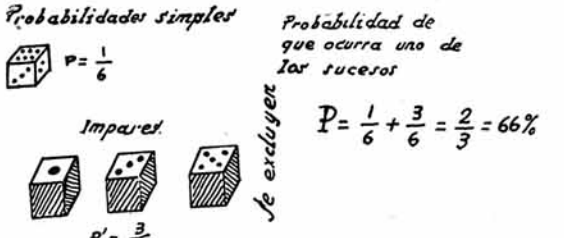
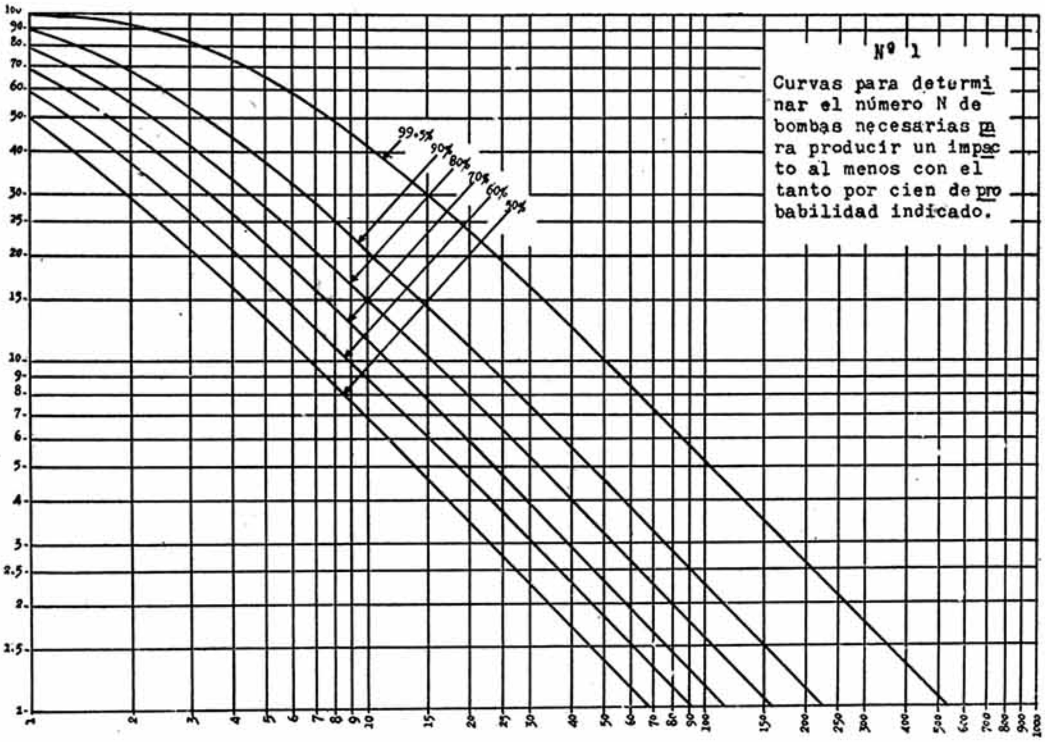


Fig. 7



de donde

$$(0{,}51)^n = 1 - 0{,}9 = 0{,}1;$$

y resolviéndola por logaritmos, nos da:

$$n \log . 0{,}51 = \log . 0{,}1;$$

o sea

$$n = \frac{\log 0{,}1}{\log 0{,}51} = \frac{\bar{1}.000.000}{\bar{1}.707.570} = \frac{1}{0{,}2924} = 3{,}6;$$

es decir, que, en números redondos, tendríamos que efectuar cuatro lanzamientos para tener la certeza práctica de alcanzar el blanco con una bomba.

Como la probabilidad 0,51, que podemos denominar q, es siempre igual a $1 - p$, siendo p la dada y denominando P a la deseada, podríamos generalizar la fórmula anterior en la forma siguiente:

$$P = 1 - (1 - p)^n;$$

fijando ahora sucesivos valores para p y n, hallaríamos los correspondientes de P. Con dichos datos y los resultados podemos construir una gráfica o ábaco como el que insertamos (ábaco núm. 1). Este está construído sobre ejes logarítmicos para mayor claridad, pues de lo contrario las líneas correspondientes a probabilidades simples elevadas resultarían muy próximas (2).

Manejo del ábaco núm. 1.—Por ser tres las variables que entran en la ecuación $P = 1 - (1 - p)^n$, es indudable que otros tantos serán los problemas que se nos pueden presentar, conociendo dos de las mismas (por ser tres el número de combinaciones sin repetición que podemos formar con tres elementos, tomados de dos en dos). Pongamos un ejemplo de cada uno de los casos:

Ejemplo 1.º Sabiendo que la probabilidad que tenemos de batir un blanco ha resultado ser del 40 por 100, ¿qué probabilidad tendríamos con ocho lanzamientos?

Entraremos con el valor de p (40 por 100) por el eje "probabilidad de impacto útil con una bomba", y con el de n (8), por el de "número de bombas necesarias"; la curva con la cual coincida el punto de intersección nos dará la probabilidad buscada. Caso de que dicha intersección quede entre dos curvas, bastará proceder a una interpolación.

El resultado del ejemplo en cuestión sería: $P = 97$ por 100.

---

(2) Estos ábacos son análogos a los empleados por la aviación norteamericana.

Ejemplo 2.° Sabiendo que con 10 bombas tendremos una probabilidad del 90 por 100 de obtener un impacto, ¿cuál obtendríamos con una bomba?

Entraremos con el valor 10 por el eje "número de bombas", buscaremos el punto de intersección con la curva del 90 por 100, y bajando desde el mismo una perpendicular al eje "probabilidad de un impacto útil", su pie nos dará el valor buscado. En nuestro ejemplo sería: $p = 20$ por 100.

Ejemplo 3.° Calcular el número de bombas que tendremos que lanzar (en otras tantas punterías) para obtener una nueva probabilidad, por ejemplo, del 99,5 por 100, sabiendo que la vulnerabilidad del blanco es del 40 por 100.

Entraremos con el valor 40 por 100 por el eje "impacto útil", y buscaremos el punto de intersección con la curva del 99,5 por 100, y al bajar la perpendicular desde este último al eje "número de bombas", su pie nos dará el resultado. En el problema propuesto sería: $n = 10$.

Con este ábaco también podemos resolver otros problemas, que a primera vista parecen distintos a los anteriormente expuestos, pero que en realidad no son más que variantes de los mismos. Para mayor claridad, insertamos a continuación un ejemplo.

Ejemplo complementario.—Supongamos que hemos llegado a la conclusión de que con cinco bombas tenemos el 70 por 100 de probabilidad de alcanzar el blanco. Cabría preguntar: ¿Cuántas necesitaríamos para obtener el 90 por 100?

Se entra con el valor 5 por el eje "número de bombas", buscamos el punto de corte con la curva del 70 por 100, y desde este punto, recorriendo la recta perpendicular a la anterior, hallar el punto de intersección con la curva del 90 por 100, y una vez hallado, seguir desde el mismo la perpendicular al eje "número de bombas"; su pie nos dará el valor buscado. En el problema en cuestión sería $n' = 9{,}2$; o sea, en números redondos, diez bombas o lanzamientos.

(Continuará en el próximo artículo, que versará sobre "el cálculo del número de bombas cuando se desee más de un impacto útil".)

Solución del ejercicio núm. 1:

1.° $Y = \frac{\varepsilon y}{n} = \frac{112}{10} = 11{,}2, \qquad X = \frac{\varepsilon x}{n} = \frac{131}{10} = 13{,}1.$

2.° Sí existe error sistemático.

3.° $S . S - W.$

4.° Los impactos que tienen mayor ordenada que 11,2 son:

Número del impacto	Ordenada	Diferencias
1	20	8,8
2	12	0,8
4	13	1,8
5	16	4,8
9	17	5,8
		Suma... 22

$$d_{ym} = \frac{22}{5} = 4{,}4.$$

5.° El mismo valor que el de la ordenada del centro de impactos. Con sólo los largos vendría incrementado d_{ym} en el valor de la anterior ordenada, es decir, en 11,2 m.

6.° El del noveno sería 5,8, y el del décimo, igual 10.

7.° $d_{am} = \frac{72.1}{10} = 7{,}21.$

8.° $r_v = 0{,}845\ d_{ym} = 0{,}845 \cdot 4{,}4 = 3{,}7.$

9.° $d_m = 4{,}1 \cdot 3{,}7 = 15{,}1.$

Nota.—**Solamente se ha aproximado hasta las décimas.**

Ejercicio a resolver:

Problema núm. 2. Se desea llevar a efecto un bombardeo sobre un blanco cuyas dimensiones son:

$L_v = 40$ m.

$L_s = 70$ m.

Sabiendo que la altura es la de 2.700 m., ¿qué probabilidad tendremos de alcanzarlo con una bomba?

Si llegásemos a la conclusión de que con ocho bombas tendríamos una probabilidad del 50 por 100, ¿qué probabilidad conseguiríamos con 14 bombas?

(Las soluciones, en el próximo artículo.)