COMENTARIOS A UN ARTÍCULO DE TÉCNICA AERONÁUTICA

Por FEDERICO CANTERO VILLAMIL

El autor presenta un breve comentario al artículo que la Revista publicó en el número 46 (98), como síntesis de otros relativos a la propulsión por reacción, que el Dr. Stemmer publicó en la revista suiza "Flugwehr und Tecknick". La Revista acoge con simpatía esta demostración del interés que el tema despierta, sin perjuicio de dar por su parte toda la importancia que el tema merece, como ya lo viene haciendo con gran extensión el Ingeniero aeronáutico Teniente Coronel don José Pazó, con la serie de artículos ya iniciada en el número 50 (102) de esta Revista, desarrollando el tema dentro de la técnica aeronáutica.

Dirigiéndonos a los que hayan leído dicho artículo, y refiriéndonos, por tanto, a sus párrafos y expresiones, creemos útil añadir algunas pequeñas cosas; por ejemplo: que la notación M_t, que es lo que resta de la masa M al cabo de un tiempo t, de la aminoración de la masa original M, es una función de t; es decir, que

$$M_t = f(t).$$

Y, como consecuencia, $m_t = M_t/n$ es también una función de t, porque n (índice de fraccionamiento) se supone es constante; de manera que

$$n = M/m = M_t/m_t,$$

o sea que

$$m_t = M_t/n.$$

Al fraccionarse así incesantemente la masa M, claro es que M_t disminuye indefinidamente—como asimismo m, si hemos de suponer a n constante—. Señalaremos, sin embargo y en consecuencia, que ello constituye un supuesto *teórico.*

* * *

Más adelante, en el citado artículo se encuentra un ejemplo relativo al caso en que la aceleración no pase de 30 metros por segundo (máximo que puede soportar el organismo humano). Si quisiéramos saber cuál sería el número de impulsos k correspondientes, o mejor dicho, la frecuencia de dichos impulsos, obtendríamos:

$$f = (j \cdot n)/c = (30 \cdot 1.000)/2.500 =$$

$$= 12 \textit{ impulsos} \text{ por segundo para } n = 1.000 \text{ y } c = 2.500,$$

puesto que j lo fijamos en 30.

* * *

No habrán dejado de ver, por lo demás, los lectores del artículo que hay en él una errata, sin duda, de imprenta, pues el valor y expresión de la máxima carga útil no es $M \times e.\frac{v}{c}$, sino $M/e.\frac{v}{c}$ (línea 27, 2.ª columna, pág. 58).

* * *

Oportunamente advierte el Dr. Stemmer que los sistemas móviles "ligados" no podrán tomarse en consideración más que cuando dichos "sistemas" se muevan en las capas inferiores de la atmósfera, donde existe aire suficientemente *denso* para que añadido como comburente a los combustibles que pueda llevar el "móvil", resulte dicha incorporación de efectiva utilidad.

Este "ligado" a que se refiere el Dr. Stemmer es, por consiguiente, el que resulta por la incorporación al sistema móvil de las masas de aire exteriores, utilizándolas en la generación de energía cinética por las explosiones de su mezcla con el combustible. Podríamos llamar, por tanto, a esta incorporación "ligado previo", para distinguirlo de otro género de "ligado", que por cierto nos preocupa con obsesión desde hace mucho tiempo; y por creer, en consecuencia, que hemos profundizado algo en su estudio, diremos: que este segundo género de "ligado", que puede establecerse entre el chorro o masas expulsadas por las toberas de un "eyector de propulsión por reacción" y las masas del aire exterior atravesadas por el sistema móvil durante su progresión (que lo llamaríamos "ligado *a posteriori*"), tiene su fundamento, o inspiración, en el hecho de que si la cuerda en vibración de un instrumento de música se une al vibrar con el aire ambiente, en forma tan plena que la energía de su vibración se manifiesta y transmite a extensiones enormes de la masa circundante—en sonidos—, es lógico pensar que podrá lograrse, análogamente y por razones idénticas, la unión elástica y plena de la energía de un chorro flúido emergiendo de un "eyector", siempre que las masas de ese chorro salgan o nazcan de la tobera con vida o virtualidad pulsatoria o vibratoria, a semejanza de las cuerdas de un violoncello, por ejemplo.

Acertando a producir esa emergencia pulsatoria del chorro flúido, es indudable que su unión elástica a las masas de aire circundante alcanzará proporciones insospechadas.

Es decir, que un acierto en el logro de esa unión elástica, daría lugar a una mayor actuación del factor MASA en el lado de afuera de la expulsión, y por tanto, el valor M_a (empleando las mismas anotaciones del artículo que estamos comentando), que había sido "previamente ligado", por la incorporación de aire para obtener las mezclas explosivas de emergencia, se nutriría por segunda vez, o *a posteriori*, a seguido de la salida de las expulsiones pulsatorias; y al conseguir un nuevo aumento para M_a quedaría mayor energía en M_k, con lo que en resumen: el rendimiento de la propulsión por "reacción" habrá aumentado considerablemente.

* * *

Pasemos ahora a presentar algunos ejemplos de cálculos de este género de problemas con elementos semejantes a casos de realidad.

Supongamos, en un primer caso, que la desintegración de la masa M del móvil se verifica en partículas $m = (M/n)$ iguales entre sí, es decir, que m es una constante.

La masa M_a, que se forma y nutre de partículas m, valdrá al cabo de k expulsiones:

$$M_a = k \,.\, m = k \,.\, (M/n) = M \,.\, (k/n);$$

siendo n, como hemos dicho, el número de partículas correspondiente a la descomposición o desintegración de la masa M.

M_k valdrá, por el contrario:

$$M_k = \big(M - M \,.\, (k/n)\big) = M \,.\, \big(1 - (k/n)\big) = M \,.\, (n - k)/n.$$

Por otra parte, habrá de cumplirse siempre la ecuación fundamental

$$M_k \,.\, v_k = M_a \,.\, v_a,$$

y la porción de energía que existirá, para un momento dado, en la masa móvil M_k, será:

$$\frac{1}{2} \,.\, M_k \,.\, v_k^2,$$

como análogamente la porción arrastrada por M_a valdrá:

$$\frac{1}{2} \,.\, M_a \,.\, v_a^2.$$

La relación entre ambas porciones de energía será:

$$\frac{1}{2} \,.\, M_k \,.\, v_k^2 \,/\, \frac{1}{2} \,.\, M_a \,.\, v_a^2 =$$

$$= \frac{1}{2} (M_k \,.\, v_k) \,.\, v_k \,/\, \frac{1}{2} (M_a \,.\, v_a) \,.\, v_a = v_k / v_a,$$

puesto que

$$M_k \,.\, v_k = M_a \,.\, v_a;$$

de donde deduciremos asimismo que:

$$v_k / v_a = M_a / M_k,$$

y por tanto, en definitiva, que la relación entre las porciones de energía captadas y existentes en cada una de ambas masas, está en proporción *inversa* a los valores respectivos de esas masas en cada momento.

La energía producida—o gastada—hasta un instante dado, podrá conocerse; y si la designamos por W_t no habrá más que repartirla en dos partes *inversamente proporcionales* a las masas parciales M_k y M'_a, cuya suma podrá conocerse también para cada instante.

Si el avión o "sistema móvil propulsado por reacción" —que estamos considerando en este primer ejemplo de cálculo—suponemos tiene tal forma y cualidades aerodinámicas, que su resistencia a la progresión a través de la masa atmosférica ambiente es despreciable, pero que está "ligado" a dichas masas atmosféricas, atravesadas por las correspondientes y sucesivas tomas de aire, necesarias para la combustión explosiva de las partículas de gasolina (que como manantial de energía lleva consigo ese sistema móvil), resultará que:

$$M'_a = (k \cdot m) + (k \cdot 19\, m) = 20 \cdot m \cdot k$$

(si la proporción en peso de la mezcla de gasolina y aire para la combustión es de 1/19, como generalmente se admite).

M'_a, que es como designaremos a la masa incrementada o "previamente ligada" que el sistema móvil expulsa, será, en consecuencia, 20 veces mayor que M_a:

$$M'_a = 20 \cdot M_a = 20 \cdot M \cdot (k/n),$$

siendo n el índice de fraccionamiento de partículas que pasan a formar M'_a.

Y la ecuación de equivalencias de las cantidades de movimiento aparecerá entonces así:

$$M_k \cdot v_k = M'_a \cdot v_a = 20 \cdot M \cdot (k/n) \cdot v_a.$$

Dando valores a las letras de estas fórmulas para concretar el caso, supongamos, por ejemplo, que el peso inicial del sistema móvil es $P = 2.000$ *kilogramos*, de los cuales, 1.000 kilogramos constituyen la carga de combustible (gasolina). La masa inicial, en consecuencia, valdrá:

$$M = 2.000/9{,}8 = 204{,}08$$

(que redondearemos en 204 para simplificar los cálculos).

Si fijamos el índice de fraccionamiento en la cifra $n = 100.000$, o lo que es lo mismo, que cada expulsión lleva $2.000/100.000 = 0{,}02$ kilogramos = 20 gramos de gasolina, tendremos como siempre actuando la ecuación:

$$M_k \cdot v_k = M'_a \cdot v_a,$$

en la que $v_a = c - v_k$ (si observamos las velocidades desde nuestro suelo o tierra firme).

Aplicando las fórmulas anteriormente expuestas, resultará al cabo de k expulsiones, para un valor de $k = 300$, y admitiendo que $c = 1.700$ (como podrá ser tratándose de gases muy calientes y a presión de 15-20 atmósferas):

$$M_k = 204\,\big(1 - (300/100.000)\big) = 204 \cdot (1 - 0{,}003) = 203{,}4$$

y

$$M'_a = 204 \cdot 20 \cdot (300/100.000) = 4.080 \cdot 0{,}003 = 12{,}24;$$

pero

$$v_k/v_a = M'_a/M_k = 12{,}24/203{,}4 = 1/16{,}6 = v_k/(c - v_k);$$

de donde

$$(c - v_k)/v_k = (c/v_k) - 1 = 16{,}6, \qquad c/v_k = 17{,}6, \qquad c = 17{,}6 . v_k$$

de manera que

$$v_k = c/17{,}6 = 1.700/17{,}6,$$

o sean casi los *100 metros* por segundo (progresión horizontal).

La cual velocidad se habrá alcanzado al cabo de cumplirse las 300 expulsiones, que representan: $300 \times 20 = 6.000$ gramos de gasolina, es decir, seis kilogramos.

El tiempo en que ese régimen se habrá alcanzado dependerá exclusivamente del que hayan tardado en realizarse esas 300 expulsiones. Si la frecuencia que supusiésemos fuera de 30 expulsiones por segundo, se habría tardado en alcanzar los 100 metros por segundo: $300/30 = 10$ segundos; de manera que en cada segundo de tiempo el consumo de gasolina habrá sido de 600 gramos, y en consecuencia, 20 veces más de mezcla = 12 kilogramos, que para una densidad de tal mezcla de 1,37, corresponden a $12/1{,}37 = 8{,}76$ metros cúbicos por segundo (1).

El rendimiento al final de este primer período de la puesta en marcha, o en velocidad, hasta los 100 metros por segundo, podríamos calcularlo así:

El semiincremento de la fuerza viva de la masa: 204, hasta la velocidad 100, vale:

$$\frac{1}{2} \cdot 204 \cdot 100 \cdot 100 = 1.020.000 \text{ de kilográmetros;}$$

pero los 6 kilogramos de gasolina representan una energía de

$$6 \cdot 11.300 \cdot 425 = 67.800 \cdot 425 = 28.815.000 \text{ kilográmetros;}$$

luego el rendimiento será solamente:

$$1.020/28.815 = 0{,}0354\ (3{,}54\ \%).$$

* * *

Los cálculos anteriores se han hecho bajo el supuesto de considerar despreciable la resistencia al avance del avión o móvil en propulsión, y siempre en progresión horizontal.

Pero si admitimos que esa resistencia existe y ha de contarse tanto en el primer período de rodadura sobre el suelo como también después del momento del "despegue", y que vale: $2.000/16 = 125$ kilogramos, será preciso, para vencer tal resistencia, una impulsión o *empuje*, obtenido de la ecuación

$$M'_a \cdot v_a = 125;$$

---

(1) Este resultado evidencia que nos encontramos ante un problema de capacidad o volumen del compresor.

y como el valor medio de v_a sería, muy aproximadamente, 1.650; M'_a habría de valer: 125/1.650 = 0,07575 por segundo de tiempo, o sea, un peso de 0,07575 · 9,8 = 0,743 kilogramos, que llevarían consigo: 0,743/20 = 0,03716 kilogramos de gasolina = *37,16 gramos por segundo de tiempo;* (37,16 × 3.600 = 133,78 kilogramos por hora).

Radio de acción.—El número de horas de vuelo sería: (1.000/100,33) = 10 horas aproximadamente, puesto que el gasto de gasolina de 133,78 corresponde a un peso de 2.000 kilos de sistema móvil; es decir: que el consumo final para P = 1.000 sería a razón de: 66,89 kilogramos por hora, y (133,78 más 66,89)/2 = *100,33*.

El total recorrido en kilómetros resultaría de multiplicar esas diez horas por los 360 kilómetros por hora que hemos calculado para el avión (100 metros por segundo):

10 horas × 360 kms/h. = *3.600 kilómetros.*

El consumo por tonelada bruta y kilómetro resultaría, en consecuencia:

1.000 kilos / (3.600 × 1,5) = 1.000/5.400 = 0,185 kgs. de gasolina.
= *185 gramos por tonelada y kilómetro.*

Para tonelada *neta* transportada, el consumo resultaría de la expresión:

1.000 / (3.600 × 1,00) = 0,278 kilogramos

(278 gramos de gasolina por tonelada y kilómetro).

El rendimiento durante la progresión—supuesta siempre horizontal—sería:

Trabajo por segundo de tiempo: 125 . 100 = 12.500 kilográmetros, con un consumo de gasolina por segundo también de: 0,03716 kilogramos, que equivalen a

0,03716 . 11.300 . 425 = 178.460 kilográmetros;

por consiguiente, el rendimiento resultará de

12.500/178.460 = 0,07 (un 7 por 100).

EL "LIGADO DE RECUPERACION"
o "a posteriori".

Al desarrollar los ejemplos anteriores hemos visto que el "chorro" de gases calientes, emergiendo al exterior, se lleva una cantidad de energía cinética, representada en total por

$$W_a = \frac{1}{2} \cdot M_a \cdot 1.650 \cdot 1.650 = 16.661.700 \text{ kilográmetros}$$

en el tiempo del arranque, y

$$= W_p = \frac{1}{2} \cdot M_p \cdot 1.600 \cdot 1.600 = 96.960 \text{ kilográmetros}$$

durante cada segundo de tiempo del período de la progresión horizontal y a velocidad uniforme de 100 metros por segundo (llevándose además en ambos casos las respectivas calorías contenidas en las masas de los calientes chorros que el avión va expulsando).

En el primero de esos dos casos (arranque) la proporción de energía cinética perdida es:

16.661.700 / 28.815.000 = 0,586;

es decir, más del 58 por 100 de la energía total contenida en los seis kilogramos de gasolina.

En el segundo caso (progresión uniforme) la proporción de energía perdida es:

96.960 / 178.460 = 0,543,

o sea 54,3 por 100 de la energía correspondiente a los 37,16 gramos de gasolina, que la propulsión del "móvil" consume *por unidad de tiempo* en su avance o progresión horizontal.

Esos *despilfarros* de kilográmetros: 16.661.700 durante el arranque, y 96.960 por cada segundo de tiempo de la progresión uniforme, hemos de tratar de *recuperarlos* en la mayor cuantía posible, lo cual puede conseguirse mediante el "ligado" de recuperación" o *a posteriori*, que comprende dos etapas o conceptos a cual más importantes: el primero es enlazar las masas de gases calientes del chorro o "chorros", emergiendo a gran velocidad del "móvil", con las del aire ambiente exterior.

Pero nada eficaz se habrá conseguido sin realizar la segunda parte o etapa de la cuestión, pues, efectivamente, nada útil se habrá logrado si no se captan para el móvil propulsado los efectos de *empuje* resultante de la transformación de energía cinética realizada por la unión elástica de las masas del chorro o "chorros" emergentes, con las exteriores de aire circundantes.

Esa captación de energía cinética transformada, podrá efectuarse mediante los *empujes* que los movimientos comunicados a las masas de aire exteriores produzcan contra las superficies de los conos divergentes difusores y demás superficies adecuadas, añadidas y fijadas al "móvil" en las salidas de los chorros de masas emergentes, constituyendo en su conjunto lo que se llama "un eyector". *Empujes,* que serán del mismo género que los producidos por la corriente de aire contra las superficies alares sustentadoras de los aviones, y también semejantes a las fuerzas nacidas de la mutua corriente de aire (o fuerte interdeslizamiento de velocidades) en las extremidades de las palas de las hélices propulsoras.

* * *

Para apreciar numéricamente los efectos de este género de "ligado de recuperación", continuaremos calculando a base de los mismos datos del ejemplo que anteriormente hemos presentado para exponer los valores del "ligado previo". Y, además, para esta nueva aplicación numérica supondremos primeramente que la transformación de energía cinética, emergiendo del "móvil", alcanza sólo a una masa exterior treinta veces mayor que la emergente, con rendimiento de transformación del orden del 80 por 100. Y así también, que el rendimiento en la segunda fase o etapa "de la recuperación", o sea en cuantía del efectivo *empuje* logrado por causa de los movimientos de las nuevas masas de aire exteriores afectadas por la transformación de la energía cinética, es del orden del 70 por 100.

Analizaremos en primer lugar el final del período de la puesta en velocidad, o "arranque" del avión, como sigue:

El 80 por 100 de la energía que desearíamos captar vale:

$$16.661.700 \cdot 0{,}80 = 13.339.360 \text{ kilográmetros,}$$

cuya energía, transferida a una masa treinta veces mayor que la emergente, y producto del "ligado previo", dará una velocidad para esa mayor masa, deducida de la ecuación:

$$V \cdot V = 13.339.360 / \left(\frac{1}{2} \cdot M_d\right) = 13.339.360 / 183{,}6 = 72.690;$$

pues

$$M_d = 30 \cdot 12{,}24 = 367{,}20,$$

y por consiguiente,

$$V = \sqrt{72.690} = 270 \textit{ metros}$$

de velocidad relativa o apreciada desde el avión; pero como éste progresa a la velocidad de 100 metros por segundo respecto al suelo, esos 270 metros relativos quedarán en: $270 - 100 = 170$ absolutos, calculados desde el suelo (sistema de coordenadas de tierra firme).

Y si esa masa, treinta veces mayor, al pasar por el "eyector", queda efectivamente enlazada con nuestro avión o "sistema móvil", la energía de los 13.339.360 kilográmetros se repartirá entre dicho "sistema móvil" o avión, y la masa de aire exterior afectada por la transformación de energía cinética, en proporción a las velocidades respectivas, correspondiendo, por tanto, al avión:

$$13.339.360 \times \left(100 / (100 + 170)\right) = 13.339.360 \times (100/270) =$$

$$= 4.958.000 \text{ kilográmetros,}$$

de los cuales hemos supuesto no se captarán para efectivo *empuje* sino solamente un 70 por 100, o sean:

$$4.958.000 \times 0{,}70 = 3.470.600 \text{ kilográmetros,}$$

que sumados a los 1.200.000 obtenidos por el "ligado previo", nos dan:

$$3.470.600 + 1.020.000 = 4.490.600.$$

Por tanto, el rendimiento será ahora:

$$4.490.600 / 28.815.000 = 0{,}172 \textit{ (17,2 por 100).}$$

Si la masa afectada por la transformación de la energía cinética llegase a ser cien veces mayor que la de los "chorros emergentes", la velocidad resultante (para entonces $M_d = 1.224$), sería:

$$V \cdot V = 13.339.360 / 612 = 21.800;$$

de donde

$$V = \sqrt{21.800} = 148 \textit{ metros;}$$

de manera que corresponderían al avión:

$$0{,}70 \cdot 13.339.360 \cdot \left(100 / (100 + 48)\right) = 6.310.000 \text{ kilográmetros;}$$

y como

$$6.310.000 + 1.020.000 = 7.330.000,$$

se habrá alcanzado, en definitiva, un rendimiento de

$$7.330.000 / 28.815.000 = 0{,}252 \textit{ (25,2 por 100).}$$

* * *

En el segundo caso, o de la progresión a velocidad uniforme de 100 metros por segundo, y en los mismos supuestos básicos anteriores, la masa afectada por unidad de tiempo sería:

$$0{,}07575 \times 30 = 2{,}2725;$$

de manera que la velocidad V se deduciría de la ecuación:

$$0{,}80 \cdot 96.960 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}2725 \times V \cdot V;$$

de donde

$$V \cdot V = 68.900 \quad \text{y} \quad V = \sqrt{68.900} = 262{,}5 \text{ metros,}$$

correspondiendo, por tanto, al avión:

$$0{,}80 \times 96.960 \times (100 / 262{,}5) = 29.500 \text{ kilográmetros,}$$

cuyo 70 por 100 es:

$$29.500 \times 0{,}70 = 20.650 \text{ kilográmetros,}$$

que sumados con los 12.500 obtenidos en el "ligado previo", resultan 33.150 kilográmetros, elevándose con ello, y en definitiva, el rendimiento a

$$33.150 / 178.460 = 0{,}185 \textit{ (18,5 por 100).}$$

Si la masa de aire exterior afectada fuera 100 veces superior a la de directa emergencia, obtendríamos:

$$V \cdot V = 77.568 / 3{,}7875 = 20.250,$$

$$V = 142{,}5 \text{ metros,}$$

$$77{,}568 \cdot (100 / 142{,}5) = 54.400,$$

$$54.400 \cdot 0{,}70 = 38.080,$$

que sumados con los 12.500 dan 50.580 kilográmetros.

El rendimiento resultaría ser:

50.580/178.460 = 0 282 *(28,2 por 100).*

En resumen: El "ligado de recuperación" aumenta enormemente el rendimiento, con la economía consiguiente en el consumo de carburante.

Pero si no reducimos ese consumo de gasolina por unidad de tiempo, se incrementará el *empuje* determinante de la progresión del avión, y al aumentar ese *empuje* se incrementará la velocidad de marcha o avance, lo cual, en este género de propulsión "por reacción", da lugar asimismo a un aumento del rendimiento, como evidenciaremos con la siguiente aplicación de cálculo numérico.

Contemos para tal que la velocidad de progresión se ha duplicado y es ahora 200 metros por segundo, y supongamos, para procurar acercarnos a la realidad, que el avión, para esa mayor velocidad, ofrece más resistencia al avance, por ejemplo de 2.000/12 = 167 kilogramos.

La masa actuante (por "ligado previo"), para alcanzar esa cifra de impulsión o *empuje,* deberá ser:

$(m \,.\, 1.500 = 167)$, $m = 167/1.500 = 0{,}111$,

pues la velocidad del "chorro emergente", respecto al suelo, será ahora:

1.700 — 200 = 1.500 metros por segundo.

El peso correspondiente a esa masa será 0,111 . 9,8 = = 1,087 kilogramos de mezcla gaseosa, que llevará consigo 1,087/20 = 0,0544; es decir, 54,4 gramos de gasolina por cada segundo de tiempo (54,4 × 3.600 = 195,5 kilos por hora).

El rendimiento lo determinaremos semejantemente a como en los casos anteriores, estableciendo que:

Trabajo por segundo: 167 . 200 = 33.400 kilográmetros.

Pero los 54,4 gramos de gasolina contienen:

0,0544 . 11.300 . 425 = 261.000 kilográmetros.

Luego el rendimiento estará representado por

33.400/261.000 = 0,128 *(12,8 por 100),*

o sea un aumento del (12,8 — 7,00) = 5,8 por 100 respecto al caso de ese mismo avión volando, o progresando horizontalmente, a la velocidad de 100 metros por segundo.

Resultado notable, que se repetiría si desarrollásemos nuevos ejemplos, tanto para el "ligado previo", según el ejemplo que acabamos de ofrecer, como en los casos de "ligado de recuperación".

Hemos de considerar y anotar bien tales resultados, como valiosa enseñanza de esta cuestión tan interesante y de actualidad como lo es la "propulsión por reacción" de las aeronaves, tan llena de prometedoras perspectivas.

* * *

Antes de terminar este ya largo artículo, advertiremos que los ejemplos y cálculos numéricos presentados (muchos con la regla de cálculo) lo han sido con carácter de divulgación sencilla, o abreviada nada más, apartando y despreciando, en consecuencia, aspectos y apreciaciones correspondientes a una mayor rigurosidad y exactitud en los cálculos y coeficientes supuestos en los problemas, temiendo restasen, quizá, eficacia a las convicciones generales que hemos tratado de llevar al ánimo del lector. El "técnico-mecánico" y el profesor o matemático nos disculparán, adelantando nuestra gratitud por las correcciones y adiciones que aportasen para perfeccionar y ampliar el presente estudio.