Aerotecnia

Una nueva característica en los ensayos mecánicos de materiales

Por JOSÉ CUBILLO FLUITERS

NO es necesario insistir sobre la modalidad tan destacada que, dentro de la ingeniería en general, tiene la ingeniería aeronáutica.

Uno de los aspectos que más la carecterizan es el estudio del problema dinámico de la resistencia como cuestión fundamental, entendiendo por problema dinámico no la consideración de las solicitaciones de origen dinámico que puede experimentar un material, sino los efectos dinámicos resultantes de las acciones de las masas elementales que componen ese material cuando estas masas varían de posición relativa por la acción de las fuerzas elásticas provocadas por las fuerzas exteriores.

Esta acciones dinámicas se manifiestan bajo la forma de *vibraciones* que pueden ser: ya las originadas por la puesta en acción de las fuerzas elásticas al equilibrar las exteriores en el momento de la solicitación, ya las causadas por las rupturas de equilibrio entre los dos sistemas de fuerzas citados, cuyas vibraciones tienen un efecto de mucha importancia sobre el material, no sólo por producir aumentos de deformación con los consiguientes de esfuerzo, sino por imponer un límite inferior a la resistencia al estar el material sometido a estados de *fatiga* resultantes de la alternancia de los esfuerzos, cuyo límite desciende aún más, si las amplitudes de esas alternancias son más elevadas a consecuencia de las concentraciones de esfuerzos resultantes de los punzonados, muescas, escotaduras y demás acciones inevitables al poner en obra el material, o las fallas o defectos también imposibles de evitar en absoluto en la fabricación.

Pero sobre todo, si las causas que alteran el estado equilibrio no son eventuales sino que actúan de modo permanente en forma periódica, entonces se representan las vibraciones *forzadas*, cuyas deformaciones pueden llegar en el caso de *resonancia* a ser infinitas, es decir, a determinar la rotura del material, aun cuando la *intensidad* de la causa actuante *sea muy pequeña*, en el caso de que el material o sistema que vibra tenga muy pequeña «capacidad de amortiguamiento».

Y he aquí nombrada ya la nueva cualidad que ha de tenerse en cuenta en los materiales sometidos a vibración, de cuya cualidad pretendemos ocuparnos.

Conviene recordar, aunque sea esto ligeramente, la teoría de las vibraciones elásticas, sobre la que hoy existe abundante literatura.

En esta teoría se estudian en primer lugar las vibraciones de los sistemas de *un grado de libertad*, es decir, de aquellos cuya posición se puede determinar completamente por el conocimiento de *una coordenada o parámetro*, sea éste lineal, sea angular; es decir, que la referida teoría se puede aplicar igualmente a las vibraciones de extensión como a las de torsión o flexión en los casos elementales de ser una sola masa la que vibre, pasando después a estudiar los casos de dos o más grados de libertad para terminar con el de infinitos grados de libertad o problema de la masa continua vibrante cuyo problema presenta dificultades insuperables.

En el caso fundamental de una sola masa vibrante hay que estudiar primeramente las vibraciones libres y después las forzadas, estando relacionadas ambas por la condición de *resonancia* en la que influye de modo decisivo el valor de la frecuencia de la referida vibración libre y, sobre todo, su *manera*, es decir, el que sea o no vibración amortiguada.

Detallaremos algo el cálculo de la frecuencia de estas vibraciones, sin entrar en más particularidades que las que sean indispensables para nuestro objeto.

Cuando sólo actúan las fuerzas elásticas en el sistema formado por una masa suspendida o sostenida por un material de masa despreciable que no hace otra cosa que *suministrar* la fuerza elástica a la masa que vibra, la ecuación de la oscilación libre es, si no hay amortiguamiento:

$$m \frac{d^2 e}{dt^2} + \frac{sE}{l} e = R.$$

Y si lo hay,

$$m \frac{d^2 e}{dt^2} + f \frac{de}{dt} + \frac{sE}{l} e = R,$$

cuando se supone la fricción interna proporcional a la velocidad o,

$$m \frac{d^2 e}{dt^2} + f \left(\frac{de}{dt}\right)^2 + \frac{sE}{l} e = R$$

cuando se considera esa fricción proporcional al cuadrado de la referida velocidad.

La integración de estas ecuaciones no presenta dificultades aplicando los principios de las ecuaciones lineales, en los dos primeros casos, directamente, y en el último, después de una sencilla transformación, permitiéndonos reco:dar que esa última ecuación fué tratada ampliamente en la teoría de las oscilaciones de un dirigible, presentada por el que esto escribe al Congreso de Ciencias de Oporto.

Las ecuaciones del movimiento obtenidas son:

$$e = \frac{Vo}{\sqrt{\frac{sE}{ml}}} \text{ sen. } \sqrt{\frac{sE}{lm}}\, t + \frac{l}{sE} R \qquad [1]$$

en el primer caso, y

$$e = \frac{Vo}{\sqrt{\frac{sE}{ml} - \frac{f^2}{4m^2}}} \varepsilon^{-\frac{f}{2m}t} \text{ sen.} \sqrt{\frac{sE}{ml} - \frac{f^2}{4m^2}}\, t + \frac{l}{sE} R \quad [2]$$

en el segundo.

El tercero, de más difícil desarrollo, puede tratarse de varios modos más o menos aproximados, obteniéndose como expresión de la deformación, la ley

$$e = -e_o \left[\left(1 - \frac{1}{3} e_o \frac{f}{m}\right) \cos \sqrt{\frac{sE}{ml}}\, t + \frac{1}{3} e_o \frac{f}{m} \cos.^2 \sqrt{\frac{sE}{ml}}\, t \right] \quad [3].$$

En estas fórmulas, aparte de las conocidas soluciones de s, l, m, E y t, son V_o la velocidad inicial de la masa que vibra y R la fuerza actuante, representando f el factor de amortiguamiento o de fricción interna y ε la base de los logaritmos neperianos.

No dejaremos de señalar una propiedad interesante que proporciona una gran utilidad en los asuntos de vibraciones y que es, por otro lado, de una gran sencillez: nos referimos a la determinación rápida del período de la vibración por la comparación con un *péndulo*.

En efecto, transformando el período del movimiento representado por la ecuación [1] cuando el seno es circular, ya que si el radical fuese imaginario se tendría un seno hiperbólico y el movimiento no sería periódico, transformando, decimos, como se indica, resulta:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{sE}{lm}}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{sE}} = 2\pi \sqrt{\frac{Rl}{gsE}}.$$

Y teniendo en cuenta que la deformación estática producida por la fuerza R es

$$e_o = \frac{Rl}{sE},$$

se obtiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{e_o}{g}}$$

que es la conocida fórmula del *péndulo simple* de longitud e_o.

Un material o sistema elástico de un grado de libertad vibra, pues, si no tiene amortiguamiento, con un período que es el mismo que el de un péndulo cuya longitud fuese la deformación estática producida en el material o sistema por las fuerzas actuantes.

En el caso de existir amortiguamiento proporcional a la velocidad, representado por la ecuación [2], el período es:

$$T_f = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{sE}{lm} - \frac{f^2}{4m^2}}}$$

mayor que en el caso anterior y que transformado sencillamente conduce a

$$T_f = 2\pi \sqrt{\frac{e_o}{g - e_o \frac{f^2}{4m^2}}}$$

como si la aceleración de la gravedad hubiese disminuído en la cantidad $e_o \frac{f^2}{4m}$.

Demuestra este resultado que variar la calidad del material o los dispositivos para que haya amortiguamiento, sin variar la masa, es, para la vibración, como trasladar de planeta el sistema, llevándole a otro astro de menor intensidad gravitatoria.

Por otro lado, el amortiguamiento de la oscilación viene medido por f, puesto que la disminución de amplitud de cada oscilación marcada por la relación

$$\text{log. nep. } e_n - \text{log. nep. } e_{n+1} = \frac{f}{2m} T_f$$

llamada *decremento* logarítmico, en la cual se ve claramente la influencia de dicha cantidad.

En definitiva, el empleo de un material con capacidad de amortiguamiento acusada produce las siguientes consecuencias:

1.° La oscilación es más lenta.

2.° La resonancia, si existe, no trae consigo deformaciones extraordinarias, es decir, es tanto menos peligrosa cuanto mayor sea dicho amortiguamiento.

Hasta ahora no ha sido posible hacer determinaciones cuantitativas sobre el valor de f que ha de introducirse en un proyecto al hacer el cálculo de la vibración: *a posteriori* es muy fácil determinarla, pues basta *medir* las amplitudes sucesivas de cada oscilación y entonces la fórmula del decremento, citada antes, da en seguida el referido valor.

También conviene señalar que si se observa que el movimiento tiene un período de igual valor que si no hay amortiguamiento, la resistencia será proporcional al cuadrado de la velocidad, puesto que en este caso se verifica dicha igualdad de períodos y el coeficiente de fricción habría que determinarle sobre esta hipótesis, es decir, empleando la ley de amortiguamiento del referido caso, que es la parabólica siguiente:

$$e_{n+1} = e_n - \frac{2}{3} e_n^2 \frac{f}{m};$$

en la que conocidos e_n y e_{n+1}, así como m, se deduciría f, que valdría ahora,

$$f = \frac{3m\,(e_n - e_{n+1})}{2e_n^2}$$

en lugar de

$$f = \frac{2n\,(\text{log. nep. } e_n - \text{log. nep. } e_{n+1})}{T_f}$$

en el caso de fricción proporcional a la simple velocidad.

Es claro, repetimos, que estas determinaciones *a posteriori* son útiles solamente para deducir los valores de f que pueden aplicarse en otros casos análogos al estudiar un proyecto, pero sin perder el carácter de empirismo de tal modo de proceder.

Las determinaciones que en calidad de *ensayo* se pueden efectuar sobre los materiales, están relacionadas con el *ciclo de histéresis elástica* que, como es sabido, tiene forma análoga al de otros ciclos de histéresis estudiados por la Física, tales como el bien conocido de histéresis magnética.

Se obtiene dicho ciclo si en el diagrama de deformaciones elásticas se llevan en el eje de abscisas, *o e*, las deformaciones unitarias, y en el de ordenadas, *o F*, los esfuerzos, cuando se somete el material a esfuerzos alternativos (fig. 1.ª).

Si las deformaciones fuesen absolutamente *elásticas*, el

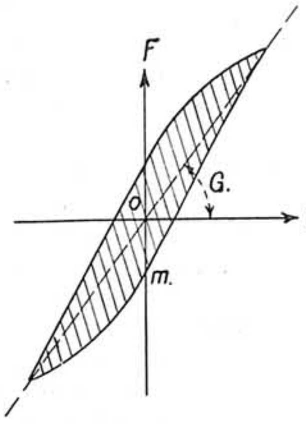

Fig. 1.ª

ciclo estaría representado por una recta que pasaría por el origen, de tal modo que, al cesar el esfuerzo, el material volvería al estado *neutro;* pero, en virtud de existir una cierta fracción de deformación *plástica*, es preciso someter el material a un esfuerzo, *o m*, de sentido contrario para que recupere el referido estado neutro; a consecuencia de ello *no devuelve* toda la energía gastada con él al someterlo a solicitación: parte de ella queda absorbida por la deformación plástica y pérdida en calor, estando representada dicha energía precisamente por el trabajo equivalente al área comprendida en dicho ciclo.

Este área o trabajo será la medida del *rozamiento* o *fricción interna* entre los diferentes elementos constitutivos del material al moverse bajo la acción de las causas que le solicitan. Este trabajo es lo que antes llamábamos «capacidad de amortiguamiento», que es así la energía gastada en la porción plástica de toda deformación.

En el acero, la relación entre la deformación plástica y la total llega a 0,2; en el hierro forjado, puesto que la deformación no es mayor del 0,1 por 100, el amortiguamiento puede corresponder a una deformación plástica a lo más del 0,02 por 100, mientras que el alargamiento de rotura llega al 20 por 100.

Para hacer independiente del volumen del material la energía absorbida por la fricción interna, se ha referido a la mitad de volumen, resultando así las dimensiones $\frac{\text{kg. cm.}}{\text{cm}^3}$, por vibración, es decir, tal como se obtiene del área del ciclo de histéresis, cuyas ordenadas son $\frac{\text{kg.}}{\text{cm}^2}$ y las abscisas $\frac{\text{cm.}}{\text{cm.}}$.

Si ahora, en un segundo diagrama, se llevan los referidos trabajos por centímetro cúbico en ordenadas y abscisas los esfuerzos a que está sometido el material, se obtienen curvas que si no permiten resultados cuantitativos en lo que se refiere a la determinación de *f*, sí dan una idea clara del modo de conducirse el material. En los ensayos realizados por Föppl en el Laboratorio de Munich, el material se sometía a vibraciones de torsión y los esfuerzos argumentales eran los cortantes en superficie de la probeta.

Se aprecia que, aunque el esfuerzo sea mucho menor que aquel que corresponde a la ruptura por vibración, se presenta la capacidad de amortiguamiento en cantidad apreciable, cuya capacidad aumenta con el esfuerzo.

La figura 2.ª representa las curvas (ν, τ) (amortiguamiento, esfuerzo cortante) relativas a varios materiales: aluminio, cobre y diversos aceros.

Se ve que el amortiguamiento se presenta aún con pequeñas solicitaciones y que no puede mirarse como un principio de rotura sino como una verdadera característica del material.

Otro aspecto del asunto resulta de las consideraciones siguientes: si se designa por Ψ la relación entre el amortiguamiento y el trabajo absorbido por la deformación, esta relación es una medida de la referida parte plástica de cada deformación; si $\Psi = v$, la deformación es puramente elástica y el módulo de elasticidad (en las experiencias de Föppl, el transversal) adquiere el valor normal $G = \frac{\tau}{\gamma}$, del cociente del esfuerzo por la deformación angular; en

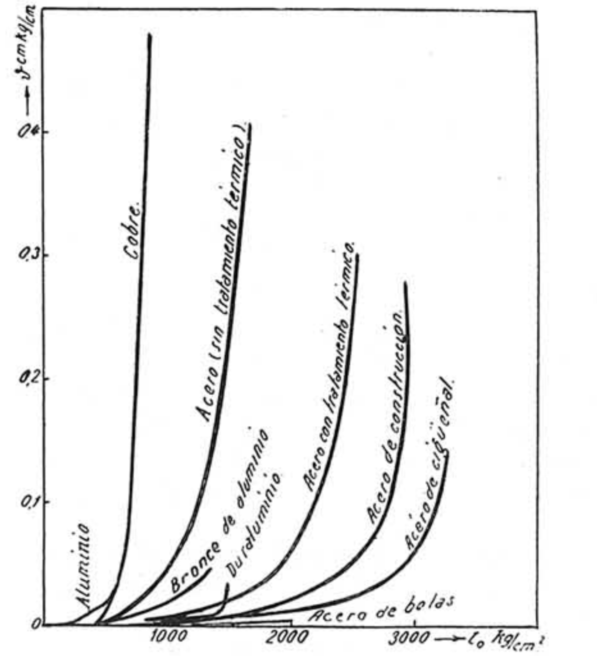

Fig. 2.ª

otro caso, G varía, adquiriendo un valor G' que es función de τ, y Ψ mide la relación entre ambas magnitudes: Ψ aumenta con el esfuerzo τ, mientras que G' disminuye; por consiguiente, resulta de este modo de ver el asunto, que la *variabilidad* del módulo de elasticidad del material con esfuerzos crecientes es de gran significación, puesto que implica una menor elevación del esfuerzo que la que resultaría, caso de mantenerse dicho módulo constante, para las grandes deformaciones.

Para estimar el valor práctico de un material desde el punto de vista de la capacidad del amortiguamiento, se debe considerar también la conducta del mismo en los casos de concentración de esfuerzos a consecuencia de escotaduras, punzonados, etc., indispensables en la puesta en obra como se dijo antes, puesto que unos, los *tenaces*, tienden a regularizar los esfuerzos al aumentar la solicitación o amplitud de las alternancias, mientras que otros, los *agrios*, conservan la concentración de esfuerzos hasta la ruptura.

Para el acero la tenacidad se puede estimar por los números siguientes: resistencia a la vibración por encima de 10^7; alternancias con un 10 por 100 de deformación plástica. En cambio, se mirará como *agrio* un acero que con un 1 por 100 de deformación plástica se rompa con 10^3 vibraciones.

Esta nueva característica de los materiales viene a aclarar por qué los buenos aceros de construcción son los dúctiles, ya que, en general, la ductilidad va acompañada de elevada capacidad de amortiguamiento (lo que se comprende bien por lo expuesto) y consiguiente resistencia de millones de vibraciones sin ruptura.

Hay que advertir, sin embargo, que *no siempre* la ductilidad está acompañada de elevada capacidad de amortiguamiento, siendo ejemplo de ello los metales ligeros, como el aluminio puro, que aunque presente buen alargamiento de ruptura, no tiene, en cambio, cifra suficiente de amortiguamiento (véase fig. 2.ª), por que tales metales son considerados como agrios y no se emplean, mientras

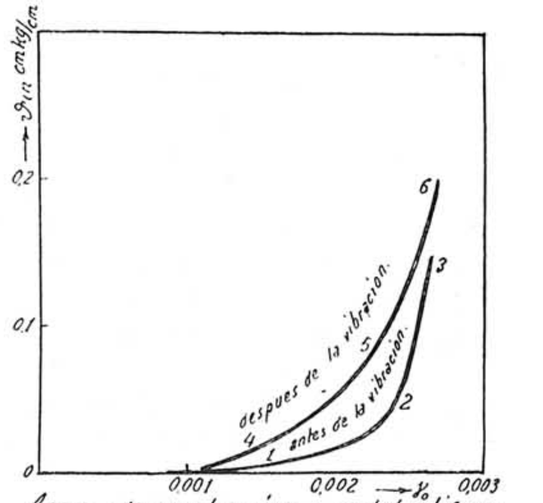

Fig. 3.ª

que, en cambio, el duraluminio presenta una curva favorable como la de los aceros de construcción que acusan una elevación rápida, con el esfuerzo del trabajo absorbido por la fricción interna, señalando aquí de paso, cómo el estudio de estas curvas permitirá también escoger el grado de esfuerzo del material de modo que, siendo compatible con la seguridad, corresponda a ciclos de histérisis de conveniente grado de amortiguamiento.

Indicaremos también la variación del amortiguamiento con la vibración, señalando que a este respecto se pueden hacer dos grupos de materiales: uno, el de aquellos que con la vibración aumentan su capacidad de amortiguamiento, y otros, en los que disminuye; en el primero, figura 3.ª, están los aceros de construcción y los metales ligeros llamados *nobles;* en las curvas de la citada figura se aprecia no sólo la citada elevación, sino la mejora de

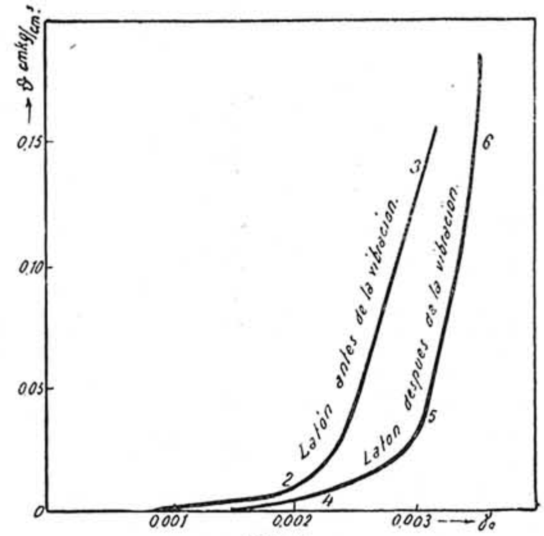

Fig. 4.ª

condiciones por la desaparición de la forma casi recta de la parte l, y su sustitución por la curva 4,5 de mayor pendiente que indica un rápido crecimiento de la energía absorbida en cuanto crece el esfuerzo.

El segundo grupo tiene caracteres representados por la figura 4.ª, y a él pertenece, entre otros materiales, el latón, al que la vibración vuelve agrio, ocurriendo lo mismo al cobre; y, al efecto, es sabido que muchas tuberías de cobre se rompen después de haber estado cierto tiempo sometidas a vibración, cuya *acritud* se puede hacer desaparecer por nuevo frotamiento térmico.

Finalmente, señalaremos la relación entre el amortiguamiento y la velocidad de la deformación, haciendo constar que no se ha apreciado que influya sobre el trabajo absorbido por una vibración la velocidad con que ésta se ejecuta, y ello permite una gran facilidad en la determinación de los ciclos de histéresis, ya que con deformaciones lentas se obtiene el mismo resultado que con rápidas variaciones, es decir, que puedan ser empleados métodos estáticos en la determinación de los referidos ciclos, siempre que se cuide de no aplicar las cargas con choque; las determinaciones por Föppl en este sentido han acusado unas diferencias que no llegan al 10 por 100 entre los procedimientos estático y dinámico.

Esta nueva característica de los materiales representa, pues, un objeto de estudio abierto a la investigación, y precisamente de los de gran utilidad en la ingeniería aeronáutica, permitiéndonos desde aquí excitar a nuestros ingenieros de esta especialidad para que dediquen sus esfuerzos por esta vía y se llegue así a determinar dato tan importante como el que hemos señalado para los problemas de vibraciones.