Tablas de Ageton

Por LUIS CELLIER

Teniente de navío

LAS Tablas de Ageton *(Altitude and Azimut Table)* que acaba de publicar el Hidrographic Office (EE. UU.) con el número 211 resuelve, como todas las que en estos últimos tiempos han aparecido, la tangente Marq Saint-Hilaire o punto aproximado, cuyo uso tanto se ha generalizado entre los navegantes (dado las grandes ventajas que posee), que puede decirse constituye el único método que se sigue en la actualidad para el trazado de la recta de altura.

Fundamento.—En el triángulo de posición PZA (figura 1.ª) hagamos pasar por el astro A un arco de círculo máximo perpendicular al círculo horario PZ, con lo que quedará dividido dicho triángulo en otros dos esféricos rectángulos PAX y XAZ. Aplicándoles las fórmulas para sus resoluciones, llamando K al arco de círculo máximo comprendido entre el punto de corte X y el ecuador, tendremos:

En el triángulo APX:

$$\text{sen } R = \text{sen } (90^\circ - d) \cdot \text{sen } h$$

$$\cos (90^\circ - d) = \cos R \cdot \cos (90^\circ - K)$$

$$\text{sen } R = \cos d \cdot \text{sen } h$$

$$\text{sen } K = \frac{\text{sen } d}{\cos R}$$

y transformándolas en sus inversas:

$$\text{cosec } R = \sec d \cdot \text{cosec } h \qquad [1]$$

$$\text{cosec } K = \frac{\text{cosec } d}{\sec R} \qquad [2]$$

En el triángulo XAZ:

$$\cos (90^\circ - a) = \cos R \cdot \cos (K - l)$$

$$\text{sen } R = \text{sen } (90^\circ - a) \cdot \text{sen } Z$$

$$\text{sen } a = \cos R \cdot \cos (K - l)$$

$$\text{sen } Z = \frac{\text{sen } R}{\cos a}$$

y

$$\text{cosec } a = \sec R \cdot \sec (K - l) \qquad [3]$$

$$\text{cosec } Z = \frac{\text{cosec } R}{\sec a} \qquad [4]$$

Estas fórmulas resuelven el problema, pues conociendo los valores de h, t y d, se pueden obtener por [1] y [2] el de los arcos auxiliares R y K, y con ellos por [3] y [4] los de a y Z, determinantes de la recta de altura.

Preparando estas fórmulas para el cálculo logarítmico, llamando A y B a los logaritmos cosecantes y secantes, cuyos subíndices indican la función correspondiente, tendremos:

$$A_R = A_h + B_d \qquad [1] \qquad\qquad A_a = B_R + B_{(K-l)} \qquad [3]$$

$$A_K = A_d - B_R \qquad [2] \qquad\qquad A_Z = A_R - B_a \qquad [4]$$

Por lo tanto, si tenemos una tabla que nos dé los distintos valores de A y B, el problema queda reducido a unas sencillas operaciones de suma o resta. A este efecto, en las Tablas de Ageton, y en la forma que reproduce el adjunto cuadro, se encuentran tabulados en dos columnas A y B los logaritmos cosecantes y secantes de los arcos de 0° a 180°, de medio en medio grado, al objeto de evitar interpolaciones. El argumento se encuentra en la parte superior e inferior de cada dos columnas, de 0° a 90° en la primera y su suplemento en la segunda. Tanto los logaritmos cosecantes como los secantes se encuentran multiplicados por 100.000, no obedeciendo a más razón que la de evitar decimales. En el margen de cada página se indica por medio de reglas donde deben de tomarse los valores de Z y K.

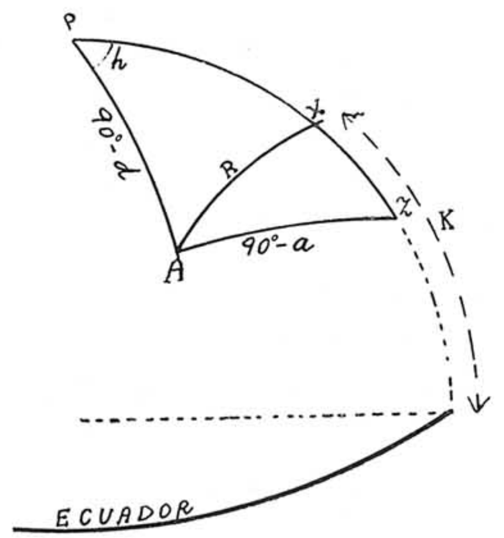

Fig. 1.ª

′	52°-30′		53°-00′		53°-30′		54°-00′		55°-00′		′
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
0	10053	21555	9765	22054	9482	22561	9204	23078	8931	23605	30
	10049	21563	9760	22062	9477	22570	9200	23087	8927	23613	
1	10044	21572	9756	22070	9473	22578	9195	23095	8922	23622	29
	10039	21580	9751	22079	9468	22587	9190	23104	8918	23631	
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
26	9803	21987	9520	22493	9241	23009	8967	23534	8699	24069	4
	9798	21995	9515	22501	9236	23017	8963	23543	8694	24078	
27	9794	22003	9510	22510	9232	23026	8958	23551	8690	24087	3
	9789	22012	9505	22519	9227	23035	8954	23560	8686	24096	
28	9784	22020	9501	22527	9223	23043	8949	23569	8681	24105	2
	9779	22029	9496	22536	9218	23052	8945	23578	8677	24114	
29	9775	22037	9491	22544	9213	23061	8940	23587	8672	24123	1
	9770	22045	9487	22553	9208	23069	8936	23596	8668	24132	
30	9765	22054	9482	22561	9208	23078	8931	23605	8663	24141	0
′	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	′
	127°-00′		126°-30′		126°-00′		125°-30′		125°-00′		

TABLAS DE AGETON.

Cuando el horario es mayor de 90, tomar *K* en la parte inferior.
Tomar siempre *Z* en la parte inferior, excepto cuando *K* es del mismo nombre y mayor que la latitud.

Con objeto de generalizar el método, estudiemos el caso (fig. 2.ª) de ser el ángulo horario mayor de seis horas.

En el triángulo *APX:*

$$\text{sen } R = \text{sen } (90^\circ - d) \cdot \text{sen } (180^\circ - h)$$

$$\cos (90^\circ - d) = \cos R \cdot \cos (K - 90^\circ)$$

$$\text{sen } R = \cos d \cdot \text{sen } (180^\circ - h)$$

$$\cos (K - 90^\circ) = \frac{\text{sen } d}{\cos R}$$

y como

$$\cos (K - 90^\circ) = \text{sen } [90^\circ - (K - 90^\circ)] = \text{sen } (180^\circ - K)$$

$$\text{cosec } R = \sec d \cdot \text{cosec } (180^\circ - h)$$

$$\text{cosec } (180^\circ - K) = \frac{\text{cosec } d}{\sec R}$$

De la misma manera en el triángulo *XAZ* obtendríamos:

$$\text{cosec } a = \sec R \cdot \sec (K - l)$$

$$\text{cosec } Z = \frac{\text{cosec } R}{\sec a}$$

Comparando estas fórmulas con las obtenidas anteriormente, vemos que son idénticas en un todo, ya que las cosecantes de los ángulos suplementarios son iguales; por consiguiente, el empleo de este método es completamente general cualquiera que sea la posición en que se encuentre el astro.

Reglas del método

1.° De la hora del cronómetro se deducirá el horario reducido y aplicándole la longitud de estima se obtendrá el horario del lugar en grados y minutos.

2.° Entrando en la tabla con el horario del lugar se hallará el valor correspondiente en la columna *A*. De la misma manera se entra con la declinación en la columna *B*. (No hay necesidad de interpolar, se buscan siempre los valores más próximos que se encuentren tabulados.) Sumar estos dos números.

3.° En la columna *A* se busca el número más próximo a la suma anterior y se toma en la columna *B* el que se encuentra a su misma altura. (El argumento común sería el valor de *R*, que no hace falta.) Restar este último del obtenido en la columna *A* entrando con la declinación.

4.° Entrando con esta diferencia en la columna *A* se obtiene el valor de *K* tomándolo en la parte superior o inferior, según indiquen las reglas. A este valor de *K* se le da siempre el mismo signo que a la declinación.

5.° Combinar *K* con la latitud para obtener $K - l$: Restando el menor del mayor si son del mismo signo y sumándolos en caso contrario.

6.° Entrar con $K - l$ en la columa *B*, sumando el número que resulte al obtenido entrando con *R* en la *B*.

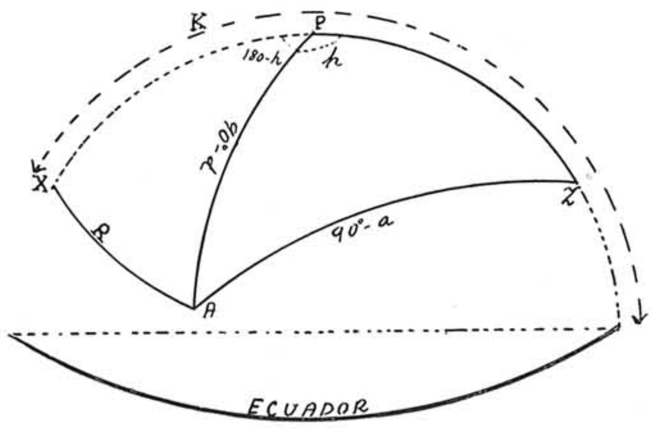

Fig. 2.

7.° Buscando en la columna *A* el número más próximo a la suma anterior se obtendrá a_e y restándola de la altura observada se tendrá $a_v - a_e$.

8.° Con a_e se entra en la columna *B* y se resta del valor obtenido en la *A* entrando con *R*.

9.° Buscando en la columna *A* el número más próximo a esta diferencia se obtendrá el valor de *Z*. Este azimut se cuenta siempre desde el polo elevado de 0 a 90 hacia el E. u W., según la posición del astro.

El cálculo se dispone como se indica en los ejemplos que a continuación se exponen, los cuales representan los tres casos típicos que pueden presentarse.

En la práctica es muy conveniente al objeto de ganar en rapidez, el tomar simultáneamente los valores de A y B cuando se entra con la declinación, como asimismo al hallar a_e tomar su valor correspondiente en la columna B.

Problema 1.º:

(l y d de la misma especie $h < 90°$)

El día 10 de septiembre de 1931, en situación estimada latitud $41° - 5'$ N y longitud $1° - 52'$ E, se observó por la mañana desde un avión a la $H_c = 5^h - 42^m - 22^s$ alt Sol $= 29° - 52'$ siendo $EA = 2^h - 30^m - 18^s$. Hallar los determinantes de la recta de altura

H_c	$= 5^h - 42^m - 22^s$	d_c	$= 5° - 16' - 12''$ N
EA	$= 2^h\ 30^m - 18^s$	alt ⊖	$= 29° - 52'$
H_{mr}	$= 8^h - 12^m - 40^s$	c	$= -2'$
E_t	$= 2^m - 42^s,87$	a_v	$= 29° - 50'$
H_{vr}	$= 8^h - 15^m - 22^s,87$		
h_r	$= 3^h - 44^m\ 37^s,13$ E		

h_r	$= 56° - 9',3$ E				
L	$= 1° - 52'$ E				
h	$= 54° - 17',3$ E	A 9046			
d	$= 5° - 16',2$	B 184	A 103685		
R	....	A 9230	B 23026	B 23026	A 9230
K	$= 8° - 59'$ N		A 80659		
l	$= 41° - 5'$ N				
$K - l$	$= 32° - 6'$			B 7205	
a_e	$= 29° - 54'$			A 30231	B 6203
a_v	$= 29° - 50'$				A 3027
$a_e - a$	$= -4'$			$Z = N\ 111°\ E = S\ 69°\ E$	

Determinantes. { Lat $= 41° - 5'$ N $\quad a_v - a_e = -4'$
Long $= 1° - 52'$ E $\quad Z = S\ 69°\ E$

Problema 2.º:

(l y d de contraria especie $h < 90°$)

El día 15 de octubre de 1931, en situación estimada latitud $= 41° - 30'$ N y longitud $= 3°$ E, se observó por la tarde alt Sol $= 9° - 38',5$ a la $H_c = 3^h - 00^m - 05^s$, siendo $EA = 1^h - 10^m - 15^s$. Hallar los determinantes de la recta de altura.

H_c	$= 3^h - 00^m - 05^s$	d_c	$= 8° - 19' - 40'',8$ S
EA	$= 1^h - 10^m - 15^s$	alt ⊖	$= 9° - 38',5$
H_{mr}	$= 4^h - 10^m - 20^s$	c	$= -5',5$
E_t	$= -14^m - 1,92^s$	a_v	$= 9° - 33',0$
H_{vr}	$= 4^h - 24^m - 21^s,92$		
h_r	$= 4^h - 24^m - 21^s,92$ W		
h_r	$= 66° - 5',5$ W		

L	$= 3°$ E				
h	$= 69° - 5',5$ W	A 2958			
d	$= 8° - 19',7$	B 461	A 83884		
R	...	A 3419	B 41838	B 41838	A 3419
K	$= 22° - 19',25$ S		A 42046		
l	$= 41° - 30'$ N				
$K - l$	$= 63° - 49',25$			B 35538	
a_e	$= 9° - 41',5$			A 77376	B 624
a_v	$= 9° - 33',0$				A 2795
$a_v - a_e$	$= -8',5$			$Z = N\ 110°\ W = S\ 70°\ W$	

Determinantes. { Lat $= 41° - 30'$ N $\quad a_v - a_e = -8',5$
Long $= 3° - 00'$ E $\quad Z = S\ 70°\ W$

Problema 3.º:

($h > 90$)

El día 15 de mayo de 1931, en situación estimada latitud $= 40° - 30'$ N y longitud $= 68° - 20'$ W, se observó por la noche alt Vega $= 14° - 19'$ a la $H_{sr} = 16^h - 06^m - 24^s$. Hallar los determinantes de la recta de altura.

H_{sr}	$= 16^h - 06^m - 24^s$	d	$= 38° - 42' - 45'',5$
$AR*$	$= 18^h - 34^m - 37^s,67$	Alt*	$= 14° - 19'$
h_r	$= 2^h - 28^m - 13^s,67$ E	c	$= -4'$
h_r	$= 37° - 3',3$ E	a_v	$= 14° - 15'$

L	$= 68° - 20',0$ W				
h	$= 105° - 23',3$ E				
$180 - h$	$= 74° - 36',7$ ..	A 1585			
d	$= 38° - 43'$ ..	B 10777	A 20379		
R	....	A 12362	B 18121	B 18121	A 12362
K	$= 108° - 19'$		A 2258		
l	$= 40° - 30'$				
$K - l$	$= 67° - 49'$			B 42300	
a_e	$= 14° - 24',5$			A 60421	B 1387
a_v	$= 14° - 15'$				A 10975
$a_v - a_e$	$= -9',5$			$Z = N 50°,5\ E$	

Determinantes. { Lat $= 40° - 30'$ N $\quad a_v - a_e = -9',5$
Long $= 68° - 20'$ W $\quad Z = N\ 50°,5\ E$

Estas tablas, de una concepción que podríamos llamar elegante, reúnen en grado máximo las condiciones de exactitud y generalidad de empleo, ya que el error máximo que se comete es del orden de 0,4 millas; en cuanto a facilidad y rapidez creemos que son inferiores a la de M. R. Pierce *(Position Tables for Aerial and Surface Navigation)*, y aunque en estas últimas el error que se puede cometer cuando el astro está cerca del meridiano (máximas condiciones desfavorables) puede llegar a tres millas, dada su sencillez y la precisión que se requiere en la navegación aérea, estimamos que todavía se encuentran en primer lugar y que prestará señalados servicios en la nueva navegación estratosférica, en la que los astros desempeñarán uno de los principales papeles.