Cinemática aérea en vuelo

Por JUAN GARCIA GARCIA
Capitán de Fragata.

Los problemas de cinemática aérea pueden resolverse fácilmente en vuelo con rapidez por medio de tablas numéricas de simple lectura directa en una sola página, a pesar de que tales problemas comprenden, generalmente, más de tres variables.

La construcción de estas tablas se funda en mi teoría de tabulación (1), y su uso es tan sencillo como en las tablas de doble entrada. No permitiendo la limitación de espacio exponer este trabajo en su aspecto teórico, remitimos al lector al folleto citado (1), esperando que pueda darse cuenta fácilmente, con las aplicaciones que vamos a ver, de la importancia de estas tablas.

El problema de autonomías de un avión se resuelve analíticamente por medio de las conocidas ecuaciones

$$D = T \frac{V_1 \times V_2}{V_1 + V_2}, \qquad t_1 = \frac{T + V_2}{V_1 + V_2};$$

siendo

D Distancia desde la Base de partida hasta el punto en que se emprende el regreso.
T Tiempo total de vuelo.
t_1 Tiempo de alejamiento.
V_1 Velocidad de alejamiento.
V_2 Velocidad de acercamiento.

Las velocidades de alejamiento y de acercamiento se obtienen previamente del triángulo de velocidades, teniendo en cuenta la existencia de la velocidad del viento y del portaviones (caso de base móvil). Se supone una sola derrota de ida y vuelta.

Ejemplo: Hallar el tiempo total de vuelo y el tiempo de alejamiento, siendo la velocidad de alejamiento de 420 kilómetros por hora; la velocidad de acercamiento, 400 kilómetros por hora, y emprendiéndose el regreso al estar a 500 kilómetros de la Base.

Aplicando mi teoría de tabulación a las dos ecuaciones propuestas, quedan contenidas en una sola tabla, de la cual damos a continuación un trozo.

La tabla se compone de tres cuadros de valores, con sus correspondientes argumentos, siendo la distribución de variables la siguiente:

Primer cuadro.....	V_1	Argumento vertical.
	V_2	Valor de cuadro.
Segundo cuadro....	D	Argumento vertical.
	T	Valor de cuadro.
Tercer cuadro......	V_1	Argumento horizontal.
	t_1	Valor de cuadro.

El uso de la tabla es bien sencillo. Se entra en el primer cuadro con la velocidad de alejamiento V_1, como argumento vertical, y en la línea correspondiente se busca la velocidad de acercamiento V_2 como valor de cuadro. En la columna determinada por esta última encontraremos en el segundo cuadro el tiempo total de vuelo T, en la línea correspondiente a la distancia D, tomada como argumento vertical del mismo. Siguiendo esta misma línea encontramos en ella, en el tercer cuadro, el tiempo de alejamiento t_1, en la columna correspondiente a la velocidad de alejamiento V_1, tomada como argumento horizontal.

(1) *Teoría general de la tabulación escalar y numérica de ecuaciones.* Madrid, 1944.

TABLA DE AUTONOMIAS DE VUELO

V_1 ∨	V_2 ∨					
400	410	420	430	440	450	460
410	400	410	419	429	438	448
420		400	409	418	427	436
200	0h 59m	0h 58m	0h 57m	0h 57m	0h 56m	0h 56m
300	1 28	1 27	1 26	1 25	1 24	1 23
400	2 00	1 56	1 55	1 53	1 52	1 51
500	2 26	2 25	2 23	2 21	2 20	2 19
∧ D			∧ T			

400	410	420	430	< V_1
0h 30m	0h 29m	0h 29m	0h 28m	
0 45	0 44	0 43	0 42	
1 00	0 59	0 57	0 56	
1 15	1 13	1 11	1 10	
		t_1		

Se entra en la tabla con $V_1 = 420$ como argumento vertical del primer cuadro, y en la línea correspondiente se busca $V_2 = 400$. En el encuentro de la columna determinada por esta última con la línea correspondiente a $D = 500$, tomado como argumento vertical del segundo cuadro, hallamos 2 horas 25 minutos para tiempo total de vuelo T. Siguiendo esta misma línea entramos en el tercer cuadro y hallamos, en la columna correspondiente a $V_1 = 420$, tomando como argumento horizontal el valor 1 hora 11 minutos para tiempo de alejamiento t_1.

La tabulación de las dos ecuaciones citadas puede hacerse en otra forma más reducida de tabla, con un solo cuadro de valores, con la siguiente distribución de variables:

- T Primer argumento vertical.
- V_1 Segundo argumento vertical.
- t Argumento horizontal.
- D Argumento diagonal
- V_2 Valor de cuadro.

Para usar la tabla se entra con la velocidad de alejamiento V_1 como argumento vertical izquierda, y en la línea correspondiente se busca la velocidad de acercamiento V_2 como valor de cuadro. En el encuentro de la columna determinada por este último, con la diagonal correspondiente a la distancia D, tomada como argumento diagonal, tendremos la línea en donde se hallará el tiempo total de vuelo T, tomado como argumento vertical derecha. En el encuentro de la misma diagonal de la distancia D con la línea de V_1 queda determinada una columna, en la cual hallaremos el tiempo de alejamiento t, tomado como argumento horizontal.

Ejemplo: Hallar el tiempo total de vuelo y el tiempo de alejamiento de un avión que parte de su Base y regresa al estar a 324 kilómetros de ella, siendo 427 kilómetros por hora la velocidad de alejamiento y 391 kilómetros por hora la velocidad de acercamiento.

Se entra en la tabla con $V_1 = 427$ como argumento vertical izquierda, y en la línea correspondiente se busca $V_2 = 391$ como valor de cuadro. En el encuentro de la columna determinada por este último valor con la diagonal de $D = 324$ tenemos la línea en la cual hallamos 1 hora 35 minutos, en el argumento vertical derecha, como tiempo total de vuelo T. En el encuentro de la misma diagonal de $D = 324$ con la línea de $V_1 = 427$ tenemos la columna, en donde hallamos 46 minutos, tomado como argumento horizontal para tiempo de alejamiento t_1.

SEGUNDA TABLA DE AUTONOMIAS DE VUELO

V_1 ∨	D >	288	295	302 (D ∨)	T ∨
398	421	441	459	309	1h 25m
407	410	431	451	316	1 27
417	400	422	443	324	1 29
427	391	411	432	331	1 31
					1 33
					1 35
t_1 >	0h 43m	0h 44m	0h 46m	0h 47m	

En los ejemplos citados nos hemos referido a la determinación de los tiempos, pero fácilmente se comprende que pueden resolverse con tales tablas todos los problemas de hallar cualquiera de los demás valores conocidos los restantes. Así, por ejemplo, se puede hallar la distancia a que tiene que regresar un avión fijando el tiempo total de vuelo, una vez conocidas las velocidades de alejamiento y de acercamiento.

Ejemplo: Un avión quiere estar en vuelo solamente 1 hora 31 minutos en una derrota de ida y vuelta, siendo 407 kilómetros por hora la velocidad de alejamiento y 431 kilómetros por hora la velocidad de acercamiento. Hallar la distancia a la Base de partida en el momento que tiene que emprender el regreso.

Entrando en la tabla con $V_1 = 407$, como argumento vertical izquierda, se busca en la línea correspondiente $V_2 = 431$. En el encuentro de la columna determinada por esta última con la línea correspondiente a 1 hora 31 minutos, tomado como argumento vertical derecha, tenemos la diagonal en la cual hallamos 316 kilómetros como argumento diagonal para la distancia pedida. El tiempo de alejamiento lo encontramos como argumento horizontal en la columna determinada por el encuentro de la línea ya citada de $V_1 = 407$ con la diagonal $D = 316$.

En el problema de autonomías que estamos considerando hemos expuesto las tablas que resultan de tabular las dos ecuaciones citadas, es decir, en función de las velocidades de alejamiento y de acercamiento, lo cual supone la determinación previa de tales velocidades. Como mi teoría de tabulación permite la construcción de tablas que contengan varias variables, distribuídas en más de una ecuación, siempre que se puedan preparar convenientemente, se puede tratar de la posibilidad de construir la tabla que contenga directamente las velocidades del avión, del viento y del portaviones (caso de base móvil).

Veamos ahora el problema de posiciones cinemáticas, o sea aquel en el cual se trata de pasar de una posición a otra con respecto a un avión. Las ecuaciones que resuelven analíticamente el problema, son:

$$\frac{D}{\operatorname{sen}(N + \Delta\beta)} = \frac{d}{\operatorname{sen} N}; \quad \frac{V_P}{V_B} = \frac{\operatorname{sen}(N + \beta)}{\operatorname{sen} M};$$

$$\alpha = M \pm N;$$

en las cuales tenemos

D	Primera distancia al otro avión.
d	Segunda distancia al otro avión.
β	Inclinación en la primera posición.
$\Delta\beta$	Incremento de la inclinación al pasar a la segunda posición.
V_P	Velocidad del avión propio.
V_B	Velocidad del otro avión.
$\alpha = M \pm N$	Angulo que debe formar el rumbo propio con respecto a la demora en la primera posición para llegar a la segunda posición.

Con las ecuaciones propuestas se construye una tabla para cuando $\alpha = M + N$, y otra para cuando $\alpha = M - N$. La elección de una u otra tabla depende del sentido en que varía la inclinación al pasar de la primera a la segunda posición. El trozo de tabla siguiente corresponde al caso de disminuir la inclinación siendo ésta menor de 180°. Los valores de esta última se cuentan siempre de 0° a 360°, para facilitar el uso de la tabla.

La tabla se compone de tres cuadros de valores, con sus correspondientes argumentos, estando distribuídas las variables en la siguiente forma:

Primer cuadro.....	D	Argumento vertical.
	d	Valor de cuadro.
Segundo cuadro....	$\Delta\beta$	Valor de cuadro.
Tercer cuadro......	α	Argumento diagonal.
	V_1, V_2	Valor de cuadro.
	β	Argumento diagonal.

El valor de cuadro del tercero es común a las dos velocidades que intervienen en el problema.

Para usar la tabla se entra con la distancia D de la primera posición, como argumento vertical del primer cuadro, y en la línea correspondiente se busca la distancia d de la segunda posición. En la columna determinada por esta última, buscamos en el segundo cuadro el incremento en declinación $\Delta\beta$, y en el encuentro de la línea correspondiente con la diagonal del argumento diagonal β (inclinación) en el tercer cuadro, tendremos una columna en la cual se busca la velocidad propia V_P. En la línea determinada por esta última buscamos la velocidad del otro avión V_B, y en el encuentro de la columna respectiva con la línea ya citada, definida por el incremento en declinación $\Delta\beta$, tendremos una diagonal que nos dará el correspondiente valor de α que se trata de hallar.

Ejemplo: Un avión se encuentra con respecto a otro a una distancia $D = 30.000$ metros y con una inclinación $\beta = 142^\circ$; la velocidad del primer avión es $V_P = 744$ km-h., y la velocidad del segundo es $V_B = 490$ km-h. Se desea hallar el ángulo α que debe formar el rumbo propio con respecto a la primera marcación para pasar a otra posición de 6.000 metros de distancia y 52° de incremento en declinación.

Entrando con $D = 30.000$ metros como argumento vertical del primer cuadro, buscamos el valor de cuadro $d = 6.000$ metros en la línea correspondiente. En la columna determinada por 6.000 se busca en el segundo cuadro el valor $\Delta\beta = 50^\circ$ (más próximo a 52°). En el encuentro de la línea correspondiente a este último con la diagonal de $\beta = 142^\circ$ tenemos una columna en el tercer cuadro, en la cual buscamos el valor $V_P = 744$. En la línea de este último valor tenemos también como valor de cuadro $V_B = 490$, y en el encuentro de su columna con la línea ya citada de $\Delta\beta = 50^\circ$ queda determinada una diagonal, que nos da el valor $\alpha = 28^\circ$, que se trata de hallar.

Con esta tabla se pueden resolver otros problemas, como la determinación de la velocidad de otro avión, conocidas todas las demás variables. Veamos un ejemplo:

Ejemplo: La primera posición de un avión con respecto a otro es: distancia, $D = 27.000$ metros, e inclinación, $\beta = 146^\circ$; la segunda posición es: distancia, $d = 8.100$ metros, e inclinación, $\beta = 132^\circ$; siendo la velocidad propia $V_P = 679$ y el ángulo que forma el rumbo propio con la primera marcación, $\alpha = 26^\circ$, hallar la velocidad del otro avión.

Entrando con $D = 27.000$ como argumento vertical del primer cuadro, se busca en la línea correspondiente el valor de cuadro $d = 8.100$, y en la columna determinada por este último buscamos $\Delta\beta = 14^\circ$ (diferencia entre 146° y 132°) en el segundo cuadro. El encuentro de la línea de 14° con la diagonal de $\beta = 146^\circ$ en el segundo cuadro determina la columna en la cual hay que buscar $V_P = 679$. En el encuentro de la línea de 679 con la columna determinada, a su vez, por la diagonal de 26° con la línea ya citada de 14°, encontramos 495 para valor V_B de la velocidad del otro avión.

TABLA DE POSICIONES CINEMATICAS

D ∨				
25.000	2.500	5.000	7.500	d
26.000	2.600	5.200	7.800	
27.000	2.700	5.400	8.100	
28.000	2.800	5.600	8.400	
29.000	2.900	5.800	8.700	
30.000	3.000	6.000	9.000	
Δβ	18° 158°	8° 168°	5° 171°	
	40 132	16 156	9 163	
		26 141	14 154	
		36 128	20 144	
		50 110	25 135	

	α >	22°	24°	26°	28°	30°	32°
	447	495	541	588	634	679	34°
	468	518	567	616	663	711	36°
	490	542	594	645	695	744	38°
	513	568	622	675	728	779	
β >	150°	148°	146°	144°	142°	140°	∧
	330°	328°	326°	324°	322°	320°	α

En los ejemplos propuestos hemos elegido casi siempre como datos del problema valores que se encuentran impresos directamente en la tabla o muy próximos a ellos. Cuando no suceda así se promediará entre las dos columnas, filas o diagonales entre las cuales se encuentra comprendido. Con un poco de práctica es fácil obtener buenos resultados. No obstante, para mayor facilidad, se puede elegir convenientemente el intervalo en cada zona, para que, apoyándose siempre en el valor más próximo tabulado, sea aceptable el resultado obtenido.

El tiempo que se tardará en pasar de una a otra posición con respecto a un avión se determina analíticamente por medio de la ecuación

$$V_B \operatorname{sen} \beta - V_P \operatorname{sen} \alpha = \frac{d}{t} \operatorname{sen} \Delta \beta;$$

en la cual los símbolos tienen la misma significación que en las ecuaciones ya citadas para el problema de posiciones cinemáticas, siendo t el tiempo. Lo mismo que en aquél, la tabulación de esta ecuación da lugar a una tabla cuando β disminuye y otra cuando aumenta.

La tabla se compone de cuatro cuadros, distribuídos en la siguiente forma:

Primer cuadro......	V_P	Argumento horizontal.
	α	Valor de cuadro.
Segundo cuadro....	V_B	Argumento vertical.
	β	Valor de cuadro.
Tercer cuadro......	t	Valor de cuadro.
Cuarto cuadro......	d	Argumento horizontal.
	$\Delta\beta$	Valor de cuadro.

Para usar la tabla se entra con la velocidad propia V_P como argumento horizontal del primer cuadro, y en la columna correspondiente se busca el ángulo α, que forma el rumbo propio con la marcación en la primera posición. La línea determinada por el valor de tal ángulo sirve para obtener una diagonal por su encuentro con la columna que resulta en el segundo cuadro, definida por el valor de la inclinación β como valor de cuadro en este último, tomada en la línea que corresponde a la velocidad V_B como argumento vertical del mismo. La diagonal así obtenida en el tercer cuadro determina en éste el valor del tiempo t en su encuentro con la línea correspondiente al valor del incremento en inclinación $\Delta\beta$, tomado, en el cuarto cuadro, en la columna determinada por la distancia d en la segunda posición, tomada como argumento horizontal.

Ejemplo: Hallar el tiempo que tardará un avión en llegar a una distancia de 6.000 metros con respecto a otro, siendo la inclinación en la primera posición $\beta = 142^\circ$, y el incremento en inclinación $\Delta\beta = 52^\circ$, disminuyendo. La velocidad propia es $V_P = 744$ kilómetros por hora, y la velocidad del otro avión, $V_B = 490$ kilómetros por hora. El ángulo α que forma el rumbo propio con la primera marcación es de 28°.

Entrando con $V_P = 750$ (valor más próximo a 744) como argumento horizontal del primer cuadro, se busca $\alpha = 28^\circ$ en la columna correspondiente. El encuentro de esta línea de 28° con la columna de $\beta = 37^\circ$ (valor más próximo a $38^\circ = 180^\circ - 142^\circ$, en el segundo cuadro), definida a su vez por el argumento verti-

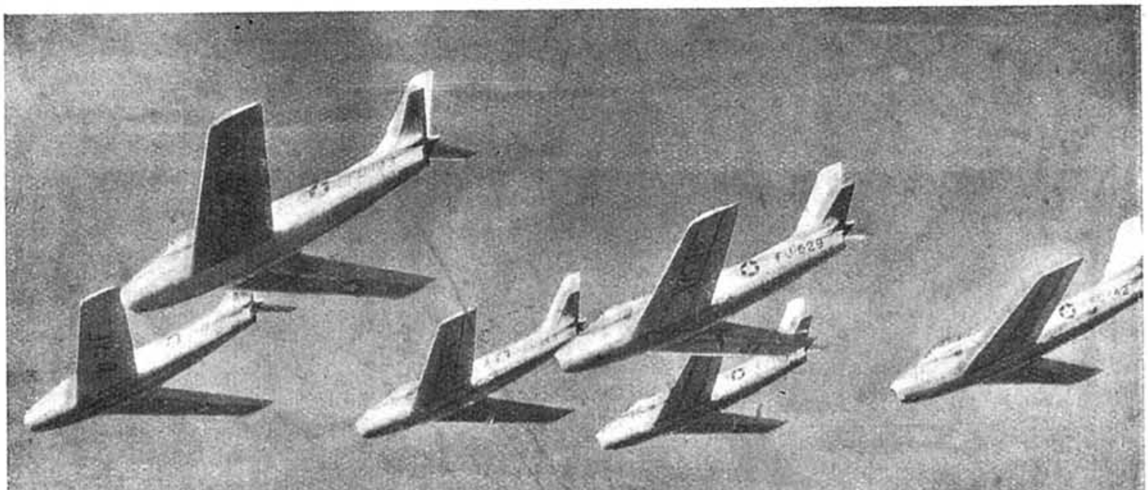

TABLA DE TIEMPOS

$V_P >$	700	750	800	t			6.000	7.000	8 000	$< d$
α	21°	19°	18°			$4^m,8$	42°	35°	30°	$\Delta\beta$
α	25	24	22		$6^m,0$	3,0	57	46	39	$\Delta\beta$
α	30	28	26	$7^m,8$	3,8	2,5		64	52	$\Delta\beta$
α	35	32	30	4,8	3,2	2,4				
V_B			450	42°	34°	26°	β			
V_B			500	37	30	24	β			
V_B			550	33	27°	21	β			

cal $V_B = 500$ (valor más próximo a 490), determina una diagonal. El encuentro de esta diagonal con la línea de $\Delta\beta = 57$ (valor más próximo a 52 en el cuarto cuadro), determinado a su vez, en la columna correspondiente al argumento horizontal, $d = 6.000$, da en el tercer cuadro el tiempo $t = 6$ minutos, que se trata de hallar.

Esta tabla sirve también para resolver los problemas de hallar cualquiera de los demás valores de la ecuación propuesta, conocidos todos los demás.

Ejemplo: Hallar la velocidad de otro avión siendo la inclinación de la primera posición $\beta = 143°$; el incremento en inclinación para llegar a la segunda posición, $\Delta\beta = 35°$, disminuyendo; la distancia en esta última, $d = 7.000$ metros; la velocidad propia, $V_P = 700$ kilómetros por hora; el ángulo que forma el rumbo propio con la primera marcación, $\alpha = 30°$, y el tiempo que se tarda en pasar de la primera a la segunda posición, $t = 4{,}6$ minutos.

Entrando con $V_P = 700$ como argumento horizontal del primer cuadro, buscamos $\alpha = 30°$. La línea correspondiente a este último valor determina una columna en su encuentro con la diagonal de $t = 4^m,8$ del tercer cuadro. En tal columna buscamos en el segundo cuadro $\beta = 37°$ ($180° - 143°$), y en la línea correspondiente encontramos $V_B = 500$ kilómetros por hora, como argumento vertical, para la velocidad que se trata de hallar. La diagonal citada se ha obtenido a su vez entrando en el cuarto cuadro con $d = 7.000$ como argumento horizontal, buscando $\Delta\beta = 35°$ en la columna correspondiente, y en la línea determinada por este 35°, el valor $t = 4^m,8$ en el tercer cuadro.

En este trabajo hemos visto algunas aplicaciones de mi teoría de tabulación a problemas de cinemática aérea. Podríamos citar otras más, pero creemos es suficiente con lo expuesto para lograr nuestro propósito: hacer ver la posibilidad de construir unas tablas numéricas para resolver todos los problemas que puedan presentarse en la práctica. Sus características fundamentales son simplicidad, rapidez y facilidad de manejo. En pocos segundos se resuelve cualquier problema de cinemática aérea sin temor a equivocarse y sin fatiga mental, factores todos favorables al ambiente en vuelo. Este trabajo no es más que un tanteo sobre lo que pueden ser tales tablas. En los trozos expuestos se han elegido gamas de valores e intervalos de los mismos sin criterio alguno práctico, sino sólo desde el punto de vista teórico, para que los interesados en táctica aérea puedan tener elementos de juicio para resolver sobre la conveniencia de construir unas tablas de cinemática aérea.