

Construcción de aeropuertos

Por FRANCISCO LOPEZ PEDRAZA,
Ingeniero Aeronáutico.

Resistencia de los suelos

COHESIÓN Y ROZAMIENTO.—Los terrenos, bajo la acción de las cargas, se comportan, dentro de ciertos límites, como materiales elásticos; pero en muchos casos se producen deformaciones mayores que las normales, debiendo entonces recurrir a cálculos que tengan en cuenta la plasticidad del suelo. La rotura de éstos se origina cuando el esfuerzo cortante llega a un cierto valor en un punto cualquiera del mismo.

Bajo la acción de cargas, se ajusta a las condiciones de estado de deformación plana, y en el interior de él, puede presentarse, como se sabe, el estado de tensiones por medio de los círculos de Mohor. Si llamamos σ_x y σ_y a los esfuerzos principales en un punto, las componentes normal y tangencial, en un plano de dirección α que pase por el punto, vienen dadas por

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\alpha,$$

$$\tau = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \operatorname{sen} 2\alpha,$$

y por el círculo de Mohor (fig. 1) se obtiene:

$$OR = \sigma \quad QR = \tau.$$

Si sometemos un terreno a diferentes estados de cargas, normales a dos planos perpendiculares entre sí; es decir, si combinamos diferentes esfuerzos principales, hallamos la relación entre éstos cuando se rompe el terreno, y dibujamos los círculos de Mohor correspondientes a estas cargas de rotura, se encuentra que los círculos obtenidos forman una familia (figura 2), a la cual es posible circunscribir una envolvente, que en la mayoría de los casos es una línea recta.

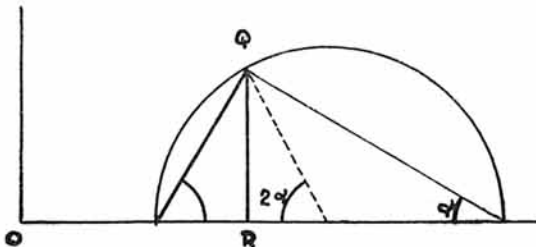


Figura 1.

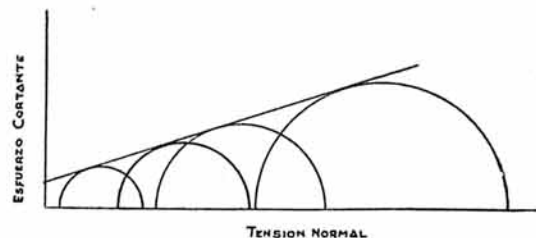


Figura 2.

Cúmplese, por tanto, en los terrenos la ley de Coulomb para materiales coherentes:

$$S = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi,$$

en la que

- S = esfuerzo cortante de rotura del terreno;
- σ = esfuerzo normal sobre la superficie de rotura;
- c = cohesión del terreno;
- φ = ángulo de rozamiento o fricción interna;

quedando, por tanto, definida la cohesión c como la resistencia a la rotura por esfuerzo cortante de un terreno que no soporta carga normal (figura 3); y la fricción interna del terreno, como el rozamiento interior de los granos cuando el material está sometido a una presión normal a la sección de rotura por esfuerzo cortante.

En general, los terrenos poseen al mismo tiempo cohesión y fricción interna, existiendo dos casos límites: primero, de las arenas lavadas y secas que no poseen cohesión, y en las que la carga de rotura se produce para un valor de

$$S = \sigma \operatorname{tg} \varphi \quad (\text{Figura 4}).$$

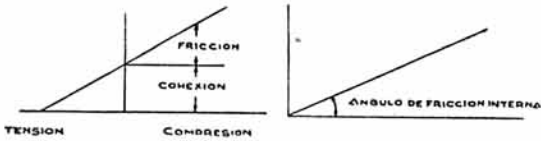


Figura 3.

Figura 4.

pasando, por tanto, por el origen la envolvente de los círculos de Mohor; y segundo, las arcillas, en las que la fricción interna es nula, resultando la carga de rotura constante:

$$S = c \quad (\text{Figura 5.})$$

para cualquier valor de la carga normal.

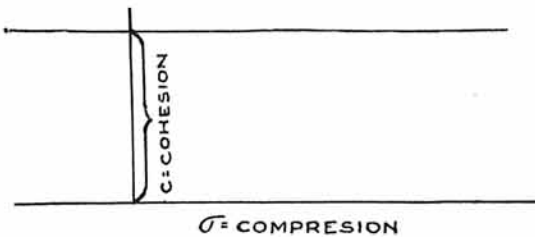
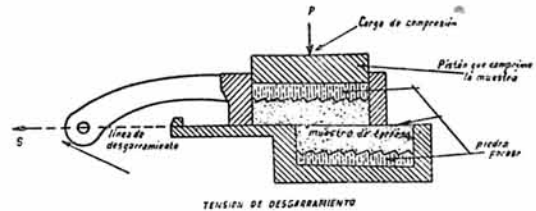


Figura 5.

La cohesión de un terreno y el ángulo de rozamiento se miden por el aparato (fig. 6) ideado



TENSION DE DESGARRAMIENTO

Aparato para ensayos de esfuerzo constante en los terrenos

Figura 6.

por A. Casagrande, sometiendo el terreno, colocado en su interior, a un esfuerzo tangencial S y a una presión hidráulica P . Haciendo variar las presiones P se van observando las tensiones S de rotura, y con estos valores se traza la envolvente de los círculos Mohor, que nos dará a conocer el valor de c , ordenada en el origen y el ángulo φ de inclinación de la línea.

El valor de c no depende solamente de la calidad de tierras, sino también de la cantidad de agua que tiene el terreno, pudiéndose dividir el valor de c en dos partes: la primera, o cohesión efectiva, debida a la atracción molecular de las partículas, y la segunda, o cohesión aparente, debida, según Terzaghi, a la tensión capilar del agua en los poros del terreno.

La cohesión de los terrenos varía, además, según su calidad y su compactación, estando, generalmente, en los terraplenes recientemente construídos comprendida entre 500 y 1.000 kilogramos/m², y llegando a valores mucho más altos en los terrenos normales.

El ángulo de rozamiento φ varía con la plasticidad del terreno, dibujándose en la figura 7 la curva que relaciona el ángulo de rozamiento y el índice de plasticidad.

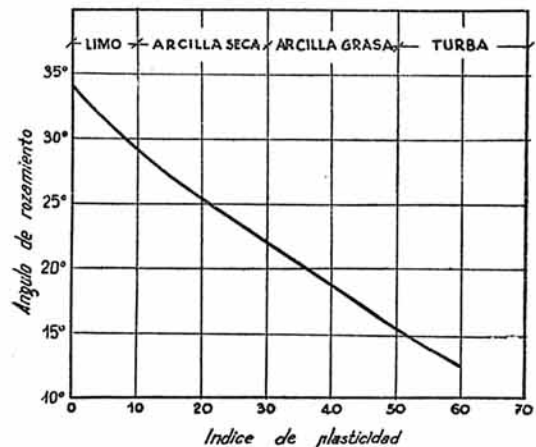


Figura 7.

DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN LOS TERRENOS Y CARGAS DE ROTURA DE LOS MISMOS.—Se han efectuado muchos estudios para deducir las cargas de rotura de un terreno, debiéndose las principales teorías a Boussinesq, Prandtl y Terzaghi. El primero, mediante la hipótesis de terrenos elásticos, y Prandtl y Terzaghi, por medio de la hipótesis de rotura plástica.

Método de Boussinesq.—Estudia Boussinesq, en primer lugar, el efecto de una carga aislada sobre la superficie del medio elástico semi-infinito, y posteriormente pasa al estudio de la carga repartida mediante la superposición de efectos e integración.

Si suponemos (fig. 8) aplicadas en el interior de un sólido infinito dos cargas iguales y

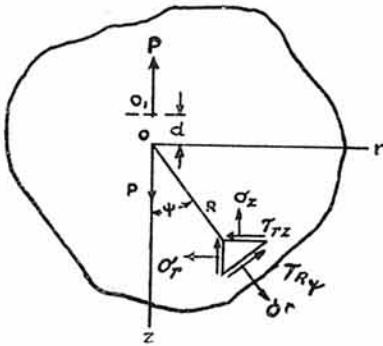


Figura 8.

contrarias, situadas a una pequeña distancia d , se encuentra que las tensiones, en un plano normal al radio vector R , son:

$$\sigma_R = \frac{2(1+\nu)A}{R^3} \left[-\text{sen}^2 \psi + \frac{2(2-\nu)}{1+\nu} \text{cos}^2 \psi \right], \quad [1]$$

$$\tau_{R\psi} = -\frac{2(1+\nu)A}{R^3} \text{sen} \psi \text{cos} \psi; \quad [2]$$

en las que A es una constante que depende de P , y ν es el módulo de Poisson.

Estos esfuerzos son simétricos con relación al eje z y al plano perpendicular al eje z en el origen.

Si consideramos ahora un elemento del interior del sólido, situado en el eje z , y lo sometemos a la acción de dos cargas iguales y contrarias P , paralelas a z ; otras dos cargas iguales a P , paralelas a r , y otros pares de cargas también iguales a P , perpendiculares al plano rz , obtendremos una distribución de tensiones simétricas con relación al origen O , y en un punto

cualquiera se anulará la tensión $\tau_{R\psi}$, tomando σ_R el valor resultante de la superposición de los tres efectos. El efecto de las fuerzas P situadas en el eje z será el que indica la ecuación [1]; el de las fuerzas de eje r se encontrará sustituyendo en la ecuación [1] $\text{sen} \psi$ por $\text{cos} \psi$; y el de las fuerzas normales al plano rz , sustituyendo ψ por $\frac{\pi}{2}$. La suma de estos tres efectos da lugar a

$$\sigma_R = -\frac{4(1-2\nu)A}{R^3} = \frac{B}{R^3}. \quad [3]$$

Estableciendo el equilibrio en un elemento diferencial, situado entre dos superficies esféricas de radios R y $R + dR$, y sabiendo que $\tau_{R\psi}$ es nulo, tendremos:

$$\begin{aligned} \sigma_t \frac{\pi R}{2} dR (d\psi)^2 &= \frac{d\sigma_R}{dR} \frac{\pi R^2}{4} dR (d\psi)^2 + \\ &+ \sigma_R \frac{\pi R}{2} dR (d\psi)^2; \end{aligned}$$

de donde

$$\sigma_t = \frac{d\sigma_R}{dR} \frac{R}{2} + \sigma_R,$$

y sustituyendo σ_R por su valor [3], tendremos:

$$\sigma_t = -\frac{1}{2} \frac{B}{R^3}.$$

Pasando a coordenadas cilíndricas,

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_R \text{sen}^2 \psi + \sigma_t \text{cos}^2 \psi = \\ &= B \left(r^2 - \frac{1}{2} z^2 \right) (r^2 + z^2)^{-3/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_R \text{cos}^2 \psi + \sigma_t \text{sen}^2 \psi = \\ &= B \left(z^2 - \frac{1}{2} r^2 \right) (r^2 + z^2)^{-3/2} \end{aligned}$$

$$\tau_{rz} = \frac{1}{2} (\sigma_R - \sigma_t) \text{sen} 2\psi = \frac{3}{2} B r z (r^2 + z^2)^{-3/2}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_t = -\frac{1}{2} \frac{B}{R^3} = -\frac{1}{2} B (r^2 + z^2)^{-3/2},$$

ya que

$$\begin{aligned} \text{sen} \psi &= r (r^2 + z^2)^{-1/2} = \frac{r}{R} \quad \text{cos} \psi = \\ &= z (r^2 + z^2)^{-1/2} = \frac{z}{R}. \end{aligned}$$

Suponiendo ahora el medio semi-infinito (figura 9), sobre cuya superficie se coloca la fuerza P , y haciendo la hipótesis de que a lo largo del eje z existen centros de presión distribuidos

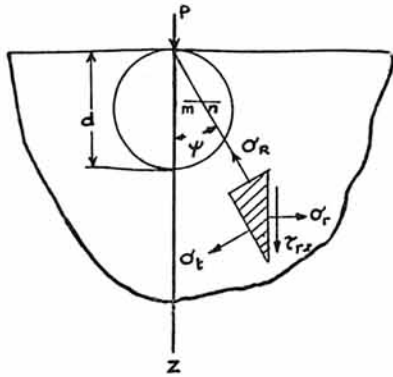


Figura 9.

uniformemente desde $z = 0$ a $z = -\infty$, los esfuerzos en un punto cualquiera serán:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= B \int_z^{\infty} \left(r^2 - \frac{1}{2} z^2 \right) (r^2 + z^2)^{-5/2} dz = \\ &= \frac{B}{2} \left[\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} - z (r^2 + z^2)^{-3/2} \right] \\ \sigma_z &= B \int_z^{\infty} \left(z^2 - \frac{1}{2} r^2 \right) (r^2 + z^2)^{-5/2} dz = \\ &= -\frac{B}{2} z (r^2 + z^2)^{-3/2} \\ \tau_{rz} &= \frac{3}{2} B \int_z^{\infty} r z (r^2 + z^2)^{-5/2} dz = \\ &= \frac{B}{2} r (r^2 + z^2)^{-3/2} \\ \sigma_{\theta} &= -\frac{B}{2} \int_z^{\infty} (r^2 + z^2)^{-5/2} dz = - \\ &= -\frac{B}{2} \left[\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} \right] \end{aligned} \right\} [4]$$

Por otra parte, una fuerza P situada en un medio infinito produce las siguientes tensiones:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= C \left[(1-2\nu) z (r^2 + z^2)^{-3/2} - \right. \\ &\quad \left. - 3 r^2 z (r^2 + z^2)^{-5/2} \right] \\ \sigma_z &= -C \left[(1-2\nu) z (r^2 + z^2)^{-3/2} + \right. \\ &\quad \left. + 3 z^3 (r^2 + z^2)^{-5/2} \right] \\ \tau_{rz} &= -C \left[(1-2\nu) r (r^2 + z^2)^{-3/2} + \right. \\ &\quad \left. + 3 r z^3 (r^2 + z^2)^{-5/2} \right] \\ \sigma_{\theta} &= C (1-2\nu) z (r^2 + z^2)^{-3/2} \end{aligned} \right\} [5]$$

Superponiendo los efectos de la carga P en el medio infinito, y los de los centros de presión,

se encuentra que en la superficie del terreno, es decir, para $z = 0$, $\tau_{rz} = 0$:

$$(\tau_{rz})_{z=0} = -\frac{B}{2} r^{-9/2} - C(1-2\nu) r^{-9/2} = 0;$$

luego

$$B = 2C(1-2\nu).$$

Sustituyendo este valor en las ecuaciones [4] y sumándolas en las 5, tendremos:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= C \left[(1-2\nu) \left[\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} \right] - \right. \\ &\quad \left. - 3 r^2 z (r^2 + z^2)^{-5/2} \right] \\ \sigma_z &= -3Cz^2 (r^2 + z^2)^{-5/2} \\ \tau_{rz} &= -3Crz^2 (r^2 + z^2)^{-5/2} \\ \sigma_{\theta} &= C(1-2\nu) \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} + \right. \\ &\quad \left. + z (r^2 + z^2)^{-3/2} \right] \end{aligned} \right\} [6]$$

En el punto 0 de aplicación de P se debe cumplir la condición de que P sea igual a la suma de las reacciones verticales del terreno. Considerando (fig. 10) las fuerzas R que actúan en una semiesfera en las proximidades del punto 0, tendremos

$$R = -(\tau_{rz} \sin \psi + \sigma_z \cos \psi) = 3Cz^2 (r^2 + z^2)^{1/2}$$

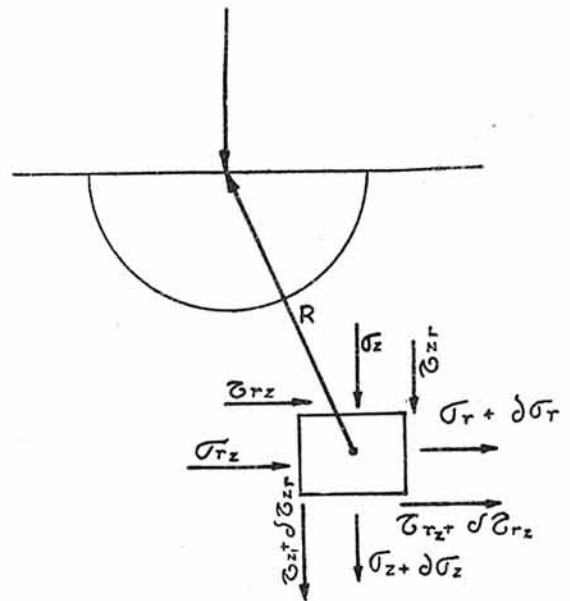


Figura 10.

y

$$P = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} R r (r^2 + z^2)^{1/2} d\psi =$$

$$= 6\pi C \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \psi \sin \psi d\psi = 2\pi C;$$

luego

$$C = \frac{P}{2\pi};$$

resultando

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi} \left[(1-2\nu) \left[\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} \right] - \right.$$

$$\left. - 3r^2 z (r^2 + z^2)^{-3/2} \right]$$

$$\sigma_z = -\frac{3P}{2\pi} z^3 (r^2 + z^2)^{-3/2}$$

$$\tau_{rz} = \frac{P}{2\pi} (1-2\nu) \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} + \right.$$

$$\left. + z (r^2 + z^2)^{-3/2} \right]$$

$$\tau_{rz} = -\frac{3P}{2\pi} r z^2 (r^2 + z^2)^{-3/2}$$

La distribución de los esfuerzos verticales σ_z es de forma de campana, como indica la figura 11, amortiguándose en intensidad a medida que aumenta z , y aumentando al mismo tiempo

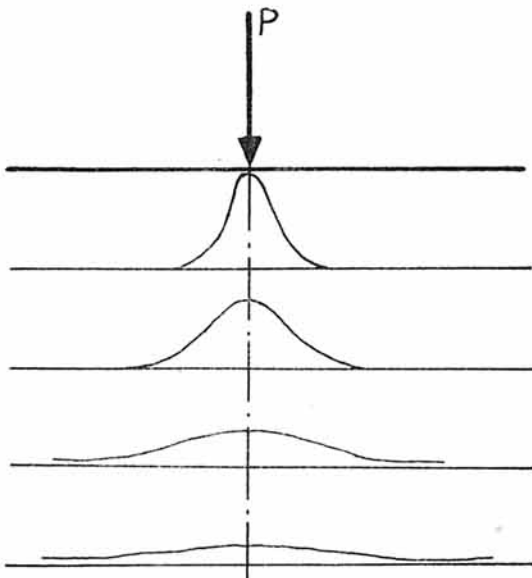


Figura 11.

la superficie de repartición de la carga, con un ángulo aproximado de 30°.

Las trayectorias de las tensiones principales σ_R y σ_t o isostáticas son líneas radiales y circulares (fig. 12). La resultante sobre un pla-

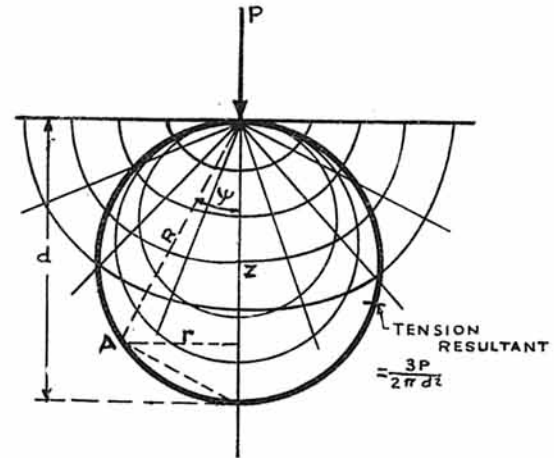


Figura 12.

no horizontal cualquiera, situado en el interior del terreno, tiene por valor

$$V = \sqrt{\sigma_z^2 + \tau_{rz}^2} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2}{(r^2 + z^2)^2} =$$

$$= \frac{3P}{2\pi} \frac{\cos^2 \psi}{(r^2 + z^2)} = \frac{3P}{2\pi} \frac{\cos^2 \psi}{R^2}.$$

Siendo R la distancia del punto al origen $R^2 = r^2 + z^2$, vemos que la resultante es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al origen. Por otra parte, como

$$\frac{\sigma_z}{\tau_{rz}} = \frac{z}{r},$$

estas resultantes pasan por el origen.

Es interesante ver que las tensiones sobre estos elementos planos horizontales, situados en superficies esféricas de diámetro d , tangentes a la superficie del terreno en el punto 0, tienen por valor

$$V = \frac{3P}{2\pi} \frac{1}{d^2},$$

por ser $R^2 = d^2 \cos^2 \psi$.

γ como es constante en toda la superficie esférica, resultan isobaras estas superficies.

Si suponemos ahora una carga uniformemente repartida por unidad de superficie p , sobre el área de un círculo de radio a , en la superficie

del terreno (fig. 13), la tensión σ_z producida en un punto del eje z , por la carga p , distribuida en una corona circular de radio r , y de anchura dr , se puede obtener sustituyendo en la segunda de las ecuaciones [7] P por $2\pi pr dr$. Y

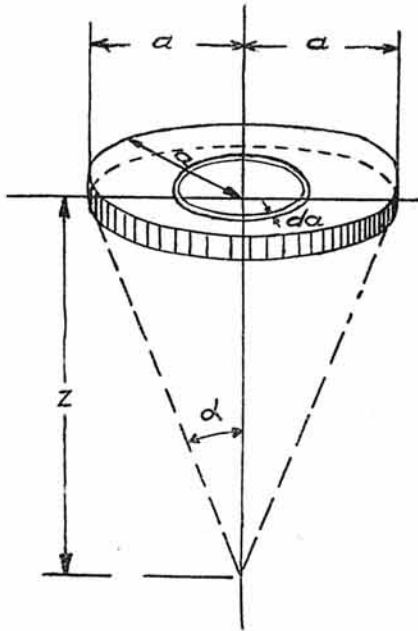


Figura 13.

las tensiones σ_z por el efecto de la carga en todo el círculo serán:

$$\sigma_z = -\int_0^a 3pr z^3 (r^2 + z^2)^{-5/2} dr =$$

$$= p z^3 \left[(r^2 + z^2)^{-3/2} \right]_0^a = -p \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{a}{z}\right)^2} \right)^{3/2} \right] \quad [8]$$

Esta tensión es máxima para $z = 0$, que toma el valor de $\sigma_z = -p$.

Por otra parte, la presión σ_z en cualquier punto del medio se distribuirá de modo análogo al caso de carga aislada P , es decir, en forma de campana y con inclinación de 30° (fig. 14).

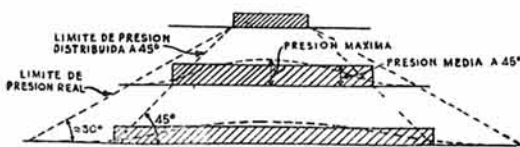


Figura 14.

Por análogo procedimiento se hallan σ_θ y σ_r en el eje z , llegándose a los valores

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{p}{2} \left[-(1+2\nu) + \frac{2(1+\nu)z}{\sqrt{a^2+z^2}} - \left(\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} \right)^3 \right]$$

que son máximos en el punto 0, es decir, para $z = 0$.

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -p \frac{(1+2\nu)}{2}$$

El esfuerzo cortante máximo tiene lugar en el punto en que

$$\tau = \frac{\sigma_\theta - \sigma_z}{2} \text{ sen } 2\alpha$$

sea máximo, es decir, en un plano inclinado a 45° con el eje y en el punto en que la diferencia entre σ_θ y σ_z sea máxima.

$$\frac{1}{2} (\sigma_\theta - \sigma_z) = \frac{p}{2} \left[\frac{-1-2\nu}{2} + \frac{(1+\nu)z}{\sqrt{a^2+z^2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} \right)^3 + 1 - \left(\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} \right)^3 \right] =$$

$$= \frac{p}{2} \left[\frac{1-2\nu}{2} + (1+\nu) \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} - \frac{3}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} \right)^3 \right]$$

expresión que tiene su valor máximo para

$$z = a \sqrt{\frac{2(1+\nu)}{7-2\nu}}$$

y llevando este valor a la ecuación anterior tendremos

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{p}{2} \left[\frac{1-2\nu}{2} + \frac{2}{9} (1+\nu) \sqrt{2(1+\nu)} \right] \quad [9]$$

Suponiendo $\nu = 0,3$, corriente en los terrenos puramente cohesivos, resulta

$$z = 0,638 a \quad \text{y} \quad \tau_{\text{máx}} 0,33 P;$$

es decir, que la tensión máxima de cizallamiento tiene lugar a una profundidad aproximadamente igual al tercio del diámetro del círculo cargado, y con un valor que es la tercera parte de la carga.

En los terrenos con fricción el esfuerzo cortante máximo que se obtiene es

$$\tau_{\text{máx}} = 0,277 p.$$

De estos valores que relacionan la carga y el esfuerzo cortante se puede deducir, conociendo la tensión de desgarramiento s , el valor de la

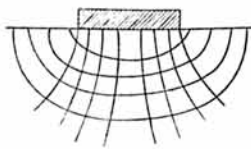


Figura 15.

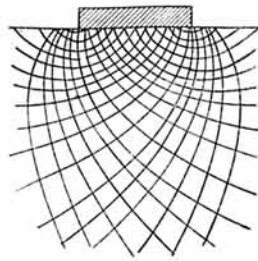


Figura 16.

carga vertical de rotura de un terreno, ya que q_c estará comprendida

$$\frac{s}{0,33} = 3s \quad \text{y} \quad \frac{s}{0,277} = 3,6s,$$

tomando en los terrenos medios el valor

$$q_c = 3,14s. \quad [10]$$

En las figuras 15 y 16 se dibujan las isostáticas y las trayectorias de máximos esfuerzos cortantes, y en la figura 17 las isobaras de tensión vertical.

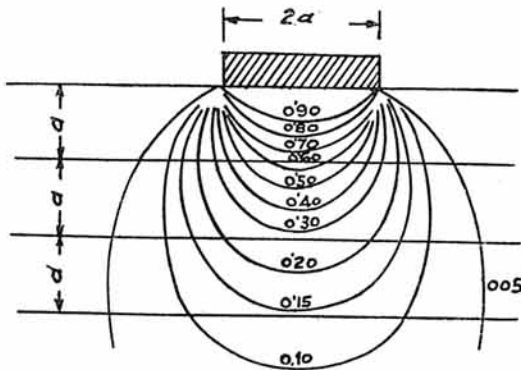


Figura 17.

En el caso de distribución sobre área rectangular de anchura $2b$ y longitud infinita se obtienen, por análogo procedimiento, las presiones a diferentes profundidades, que están dadas en la figura 18, y en ella se ve que las presiones son mayores que en el caso de distribución sobre área circular.

Todos estos resultados concuerdan en gran parte con la práctica.

Método de Prandtl.—Considerando la masa semi-infinita sometida a la acción de esfuerzos principales, y representado el estado elástico por el círculo de Mohor, puede ocurrir que el referido círculo no toque a la envolvente de rotura,

en cuyo caso el terreno se encuentra en estado elástico. Si, por el contrario, el círculo toca a la envolvente, un aumento infinitamente pequeño del esfuerzo da origen a un aumento continuo de la deformación, produciéndose un deslizamiento que está precedido de un estado de equilibrio plástico.

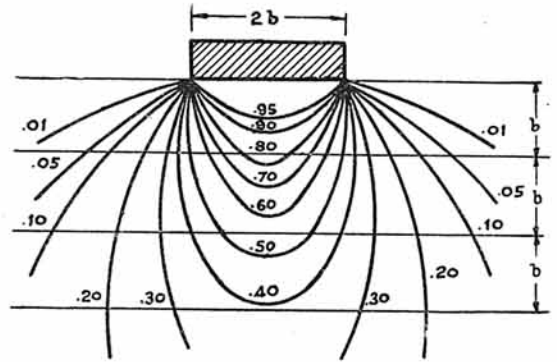


Figura 18.

Si se carga un terreno (fig. 19) en una zona de anchura $2b$, aparece en el mismo un estado de esfuerzos, tales como se indica en la figura, distribuido en tres cuñas: ABC , AFG y BDE , y en dos sectores: AFC y BCD , sobre cuyas caras se producen los deslizamientos de terreno.

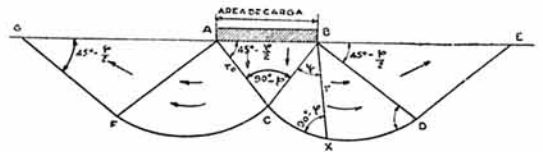


Figura 19.

En cada uno de ellos las tensiones tienen diferente modalidad (ver Terzaghi, "Mecánica teórica de suelos", 1945), estando los sectores definidos de la siguiente manera:

a) La cuña ABC se encuentra en el estado elástico correspondiente al empuje activo de Rankine, es decir, compresión vertical, extensión horizontal y esfuerzos cortantes máximos sobre líneas que forman un ángulo con la vertical de $45^\circ - \frac{\varphi}{2}$ (fig. 20).

b) Las cuñas AFG y BDE se encuentran también en estado elástico, correspondiente al empuje pasivo de Rankine, o sea compresión vertical y horizontal, siendo esta última la ma-

yor, y situándose los esfuerzos cortantes máximos con inclinaciones sobre la horizontal de $45^\circ - \frac{\varphi}{2}$ (fig. 21).

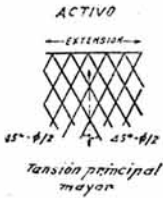


Figura 20.

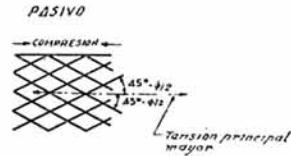


Figura 21.

c) Los sectores AFC y BCD , que separan a las zonas elásticas de Rankine, constituyen las zonas en estado plástico de corte radial, es decir, formadas por un conjunto de superficies de deslizamiento que forman un haz de rectas que pasan por A y B , y otro conjunto de la misma especie constituido por un sistema de espirales logarítmicas que cortan a las anteriores, bajo ángulos $90^\circ - \varphi$, y cuya ecuación es $r = r_0 e^{\lambda \operatorname{tg} \varphi}$, siendo $r_0 = AB = BC$.

Estableciendo las ecuaciones que determinan el equilibrio de las masas anteriormente citadas y haciendo la hipótesis de que el peso específico del suelo es igual a 0, llega Prandtl (ver Prandtl, 1920) a la siguiente expresión de la carga de rotura de un terreno

$$q_c = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} - 1 \right).$$

Para suelos puramente cohesivos obtuvo Prandtl, por la aplicación de esta fórmula, que el valor de la carga de rotura era $q_c = 5,14 c$.

En esta ecuación vemos que para terrenos sin cohesión, es decir, para $c = 0$, $q_c = 0$, no concordando este resultado con la realidad, ya que la carga que admite un suelo sin cohesión es apreciable. Por esta razón Terzaghi propuso sustituir c por $c + c'$, en la que

$$c' = h \gamma \operatorname{tg} \varphi$$

siendo

$$h = \frac{\text{área de cuñas y sectores}}{\text{longitud } GE}$$

y peso del terreno por unidad de volumen.

Por otra parte, si en las zonas AG y BE actúan cargas p por unidad de superficie (figura 22), tienden éstas a impedir el deslizamiento de las cuñas AGF y BDE , con lo que aumenta la carga de rotura en el valor

$$p \lambda = p \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi},$$

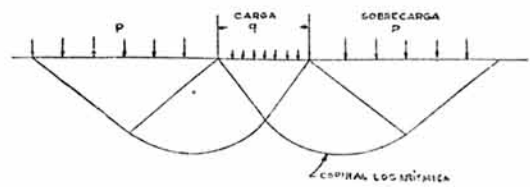


Figura 22.

quedando, por tanto, la fórmula de Prandtl convertida en

$$q_c = \frac{c + c'}{\operatorname{tg} \varphi} \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} - 1 \right) + p \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} \quad [11]$$

Para mayor facilidad en los cálculos, los valores de

$$\lambda = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

están dados en la figura 23.

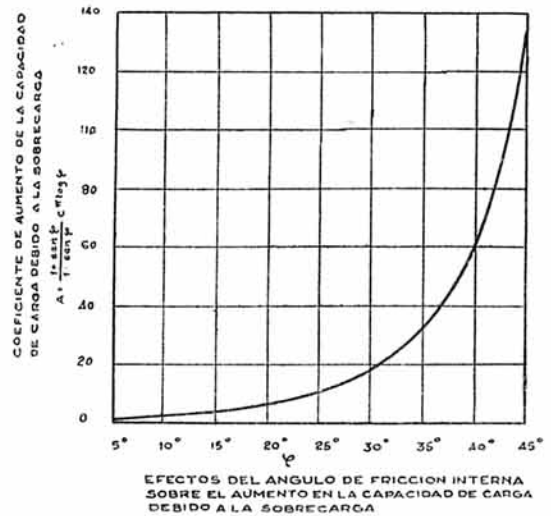


Figura 23.

Método de Terzaghi.—El cálculo de la carga crítica de rotura de un terreno, en la hipótesis de $\gamma > 0$, ha sido resuelto solamente por procedimientos aproximados, aunque para los fines prácticos son suficientemente exactos.

Si aplicamos la carga q_c por unidad de superficie, por medio de una zapata rígida, en una zona de longitud infinita y de anchura $2b$ (figura 24), la cuña central de Rankine tiene los lados laterales, con inclinaciones $45^\circ \pm \frac{\varphi}{2}$ con

la horizontal. En el instante de producirse la rotura, el terreno de esta cuña fluye lateralmente, neutralizándose esta expansión con la fricción del terreno. El suelo colocado debajo de la zapata se hunde, la cuña central asienta, y parte de su material desliza lateralmente, existiendo un punto central *d* en esta superficie deslizante, que por simetría tiene que moverse verticalmen-

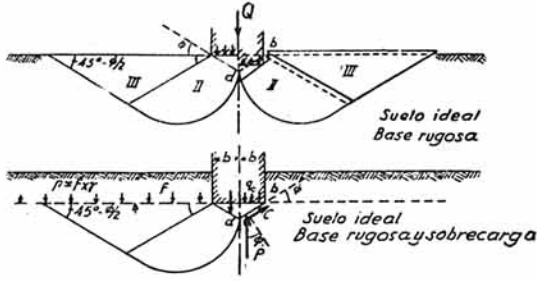


Figura 24.

te. Por tanto, en este punto la superficie de deslizamiento debe tener tangente vertical, y como la espiral logarítmica va formando ángulos de $90^\circ - \varphi$ con los radios vectores, el lado *db*, de deslizamiento de la cuña central, formará un ángulo φ con la horizontal.

Estableciendo el equilibrio de la cuña sobre la que actúan las cargas.

$$Q = \gamma c^{-2b} \text{ por unidad de longitud,}$$

$$\gamma b^2 \operatorname{tg} \varphi = \text{peso de la cuña,}$$

$$2P = \text{reacción vertical del suelo,}$$

$$\frac{2b}{\cos^2 \varphi} c \operatorname{sen} \varphi = 2bc \operatorname{tg} \varphi = \text{componente vertical del esfuerzo producido en las caras } bd \text{ por la cohesión durante el deslizamiento, tendremos}$$

$$Q + \gamma b^2 \operatorname{tg} \varphi - 2P - 2bc \operatorname{tg} \varphi = 0;$$

o bien

$$Q = 2P + 2bc \operatorname{tg} \varphi - \gamma b^2 \operatorname{tg} \varphi.$$

El valor de *P*, reacción vertical del suelo, obtenido por Terzaghi, es el siguiente:

$$P = \frac{b}{\cos^2 \varphi} \left(c K_c + p K_p + \frac{1}{2} \gamma b \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos^2 \varphi} K_\gamma \right),$$

en la que *p* es la carga del terreno en los alrededores y *K_c*, *K_p* y *K_γ* son coeficientes que no dependen más que de φ .

Combinando esta ecuación con la anterior, se obtiene

$$Q = 2bc \left(\frac{K_c}{\cos^2 \varphi} + \operatorname{tg} \varphi \right) + 2b p \frac{K_p}{\cos^2 \varphi} + \gamma b^2 \operatorname{tg} \varphi \left(\frac{K_\gamma}{\cos^2 \varphi} - 1 \right);$$

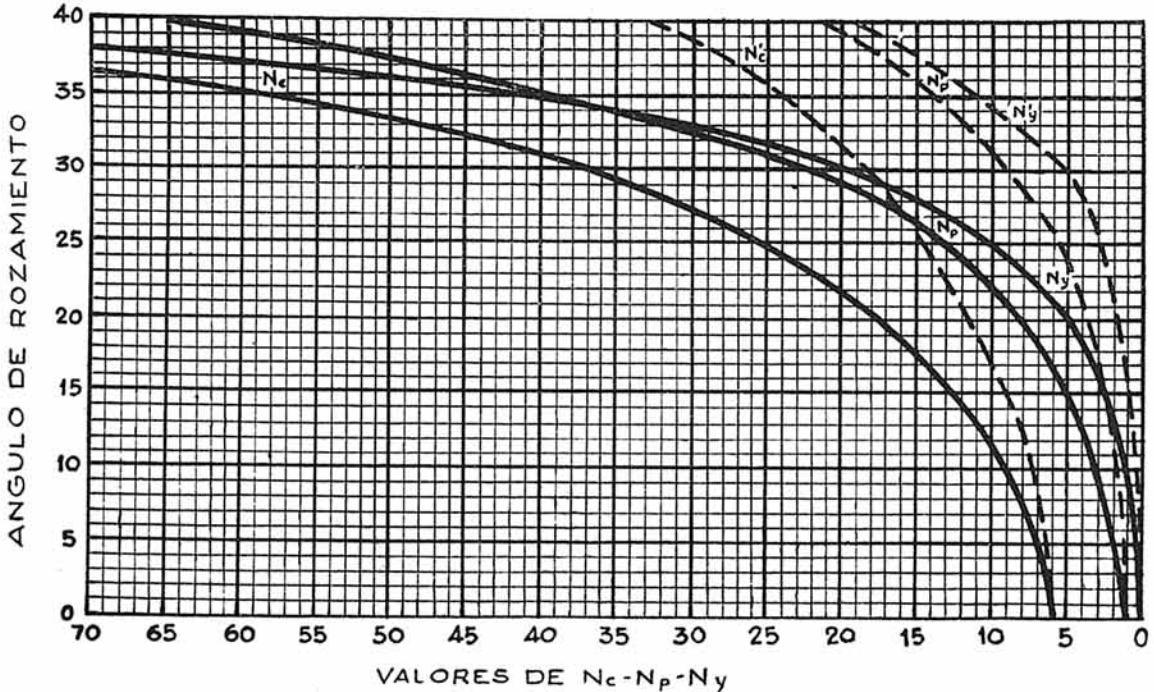


Figura 25.

o bien

$$Q = Q_c + Q_p + Q_\gamma = 2bcN_c + 2bpN_p + 2b^2\gamma N_\gamma;$$

en la que Q_c es la influencia de la cohesión; Q_p la debida a la sobrecarga, y Q_γ la debida al peso de las tierras.

La carga unitaria que produce la rotura será

$$q_c = \frac{Q}{2b} = cN_c + pN_p + b\gamma N_\gamma \quad [12]$$

Los valores de N_c y N_γ dependen, exclusivamente, de φ , estando los dos primeros calculados rigurosamente por Prandtl y Reissner, mediante la función de Airy, y el tercero por Terzaghi, de una manera aproximada. Estos valores están dados por las curvas de trazo lleno de la figura 25, y con ellos se llega en los suelos puramente cohesivos a una carga de rotura $q_c = 4c$ intermedia entre los valores obtenidos por Boussinesq y Prandtl.

En los casos corrientes de suelos, en que el deslizamiento plástico viene precedido de una gran deformación, introduce Terzaghi una modificación en las fórmulas anteriores, mediante la cual obtiene la siguiente fórmula:

$$q_c = \frac{2c}{\text{tg } \beta \text{ sen}^2 \beta} + \frac{p}{\text{tg}^4 \beta} + b\gamma \frac{1 - \text{tg}^4 \beta}{2 \text{tg}^5 \beta} \quad [13]$$

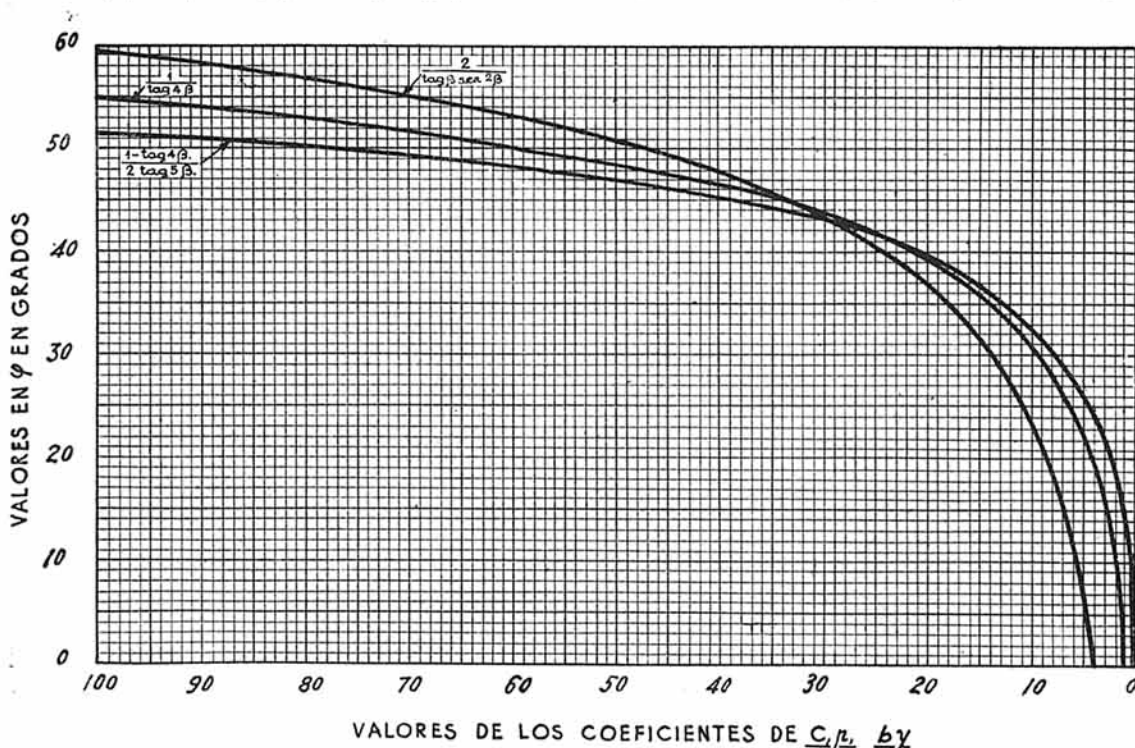


Figura 26.

siendo

$$\beta = 45^\circ \frac{\varphi}{2},$$

estando dibujados en la figura 26, en función de φ , los valores de los coeficientes de c , p y $b\gamma$.

En el caso de carga repartida sobre superficie circular de radio a , supone Terzaghi que la fórmula debe ser análoga a las anteriores, y partiendo de esta base obtiene, de los resultados de ensayos más desfavorables, la fórmula

$$q_c = 1,3cN_c + pN_p + 0,6\gamma a N_\gamma, \quad [14]$$

en la que N_c , N_p y N_γ tienen los mismos valores de la fórmula [11].

Para el mismo caso de carga sobre terrenos muy deformables, propone se empleen, en lugar de N_c , N_p y N_γ , los valores de N'_c , N'_p y N'_γ dados en la figura 25, quedando, por tanto, la fórmula

$$q_c = 1,3cN'_c + pN'_p + 0,6\gamma a N'_\gamma. \quad [15]$$

Vemos, pues, que conociendo la cohesión c y el ángulo de rozamiento φ , es posible conocer la carga q_c de rotura de un terreno, que se calcula por cualquiera de las fórmulas [10], [11], [12], [13], [14] y [15], dando la de Boussinesq los valores más pequeños para esta carga.