

# Aerotecnia

## Pilotaje y estabilización automáticos <sup>(1)</sup>

Por GUY ROBERT

Ingeniero aeronáutico

EL camino seguido por un avión y su posición en el espacio quedan determinados cuando se conocen las coordenadas de su centro de gravedad, es decir, las dos coordenadas geográficas, longitud y latitud, así como la altura de vuelo, el vector velocidad propia y los parámetros directores de su eje longitudinal.

Además, a causa de las perturbaciones atmosféricas, el avión queda sometido a movimientos alrededor de los tres ejes: lanzadera, balanceo y cabeceo.

El piloto tiene, pues, que realizar dos series de maniobras:

- 1.º Hacer seguir al avión una ruta determinada.
- 2.º Estabilizarle sobre su trayectoria.

Vamos a prescindir por ahora del despegue y aterrizaje para no recargar esta exposición con el estudio del automatismo de ambas maniobras.

Ante todo es preciso tener en cuenta el factor fisiológico representado por la resistencia del piloto y la rapidez de sus reflejos.

Tomemos el caso particular de una ráfaga. En general, el piloto no empezará a enderezar el avión más que cuando la amplitud del movimiento producido por la ráfaga sea ya notable. El avión habrá absorbido ya la fatiga resultante, que habría podido serle fatal (accidentes ocurridos a aviones rápidos comerciales). La estabilización permitirá obrar y enderezar el avión antes de que las fatigas soportadas hayan rebasado el coeficiente de seguridad.

Es posible, con un planeador de forma conveniente, obtener un avión que, con los mandos bloqueados, esté en equilibrio. Esta ventaja se obtiene solamente a expensas de las otras cualidades del planeador.

La estabilidad debe ser estudiada alrededor de los tres ejes, pero no vamos a exponer ahora más que la estabilidad de incidencia, que, según la opinión de muchos pilotos, es la más interesante.

### Planteo del problema

En los párrafos que siguen utilizaremos las notaciones ya consagradas, especialmente las del ingeniero jefe H. C. Alayrac en su curso de Mecánica de la Aviación, explicado en la Escuela Nacional Superior de Aeronáutica. Estas notaciones son las siguientes:

$C_m$  = Coeficiente aerodinámico del avión completo:

$$C_m = \frac{M}{\frac{a}{2g}}$$

$M$  = Momento de las fuerzas aerodinámicas.

$a$  = Peso específico del aire.

$V$  = Velocidad del centro de gravedad del avión con relación al aire.

$C_{mg}$  = Coeficiente de momento aerodinámico central.

$C_{mg}'$  = Coeficiente de momento aerodinámico central del avión sin empenaje.

$C_{mg}''$  = Coeficiente de momento aerodinámico central del empenaje:

$$C_{mg} = C_{mg}' + C_{mg}''.$$

$L$  = Distancia del centro de empuje al de gravedad.

$K$  = Módulo de eficacia del mando:

$$K = \frac{\Delta \beta}{\Delta i} = \frac{\beta - \beta_n}{i - i_n}$$

$\beta$  = Ángulo de mando del timón de profundidad.

$\delta$  = Ángulo de mando de los alerones.

$J$  = Ángulo de inclinación lateral del avión.

$S$  = Superficie del empenaje.

$I$  = Momento de inercia alrededor del eje de cabeceo.

$F_x$  = Componente de la resistencia del aire según la velocidad.

$F_z$  = Componente de la resistencia del aire según la normal a la velocidad.

$i$  = Ángulo del eje de la hélice con la dirección de la velocidad.

$\theta$  = Ángulo del eje de la hélice con la dirección de la horizontal.

$p = \frac{d\theta}{dt}$  = Velocidad de rotación alrededor del centro de gravedad.

### Vuelo horizontal con incidencia constante

1. Pequeños movimientos en torno del centro de gravedad.
2. Estabilidad con los mandos bloqueados.

### Estabilidad estática

Esta condición se obtiene anulando el momento de todas las fuerzas con relación al centro de gravedad, toda

(1) Véase REVISTA DE AERONÁUTICA, septiembre de 1934, pág. 453.

vez que se considera el momento de dichas fuerzas con relación a este punto.

Admitiendo que todas las fuerzas se hallen en el plano de simetría longitudinal del avión, tendremos:

$$M = 0.$$

Al admitir que  $M = 0$ , si se produce una rotación elemental  $d\theta$ , para conservar la estabilidad será preciso que a esta rotación corresponda inmediatamente un momento que tienda a anularla. Como evidentemente tenemos  $di = d\theta$  (siendo  $di$  la variación del ángulo de ataque), tendremos:

$$\frac{dM}{di} > 0.$$

Las condiciones de equilibrio estable son, pues, que el momento  $M$  sea función del ángulo de ataque, y que la derivada de este momento con relación al ángulo de ataque sea positiva. El momento está, pues, representado por una función creciente del ángulo de ataque, función que se anula para la posición de equilibrio ( $i = i_0$ ).

El equilibrio se restablecerá con tanta mayor rapidez y facilidad cuanto mayor sea el par elemental  $dM$  producido por la rotación  $d\theta$ .

Se puede, pues, tomar a  $\frac{dM}{di}$  como índice de estabilidad del aparato.

*Estabilidad longitudinal.*

Expondremos la hipótesis siguiente: el plano de simetría longitudinal del aparato queda vertical, y todas las fuerzas que intervienen quedan dentro de este plano. Vamos a continuar con el cálculo de M. Alayrac para demostrar que la cuestión puede examinarse sin necesidad de una hipótesis suplementaria, que es el valor constante del ángulo de ataque.

Las notaciones que vamos a utilizar son las que ya hemos consignado.

Proyectemos el movimiento sobre la dirección de la velocidad y la dirección perpendicular a ésta. Supongamos que

$$\dot{p} = \frac{d\theta}{dt}$$

y escribamos la ecuación del movimiento alrededor del centro de gravedad, traza del eje de cabeceo sobre el plano de simetría longitudinal. Tendremos:

$$I \begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{T}{m} \cos i - \frac{F_x}{m} - g \operatorname{sen} (\theta + i) \\ \frac{di}{dt} = -\dot{p} + \frac{T}{mV} \operatorname{sen} i - \frac{F_z}{mV} - \frac{g}{V} \cos (\theta + i) \\ \frac{d\theta}{dt} = \dot{p} \\ \frac{d\dot{p}}{dt} = \frac{M}{I} \end{cases}$$

$T, F_x, F_z$  y  $M$  son funciones implícitas de  $V, \theta, i, \dot{p}$ .

Hallemos las derivadas parciales de los segundos miembros con relación a estas variables. Pongamos:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= f_1(V, i, \theta, \dot{p}) \\ \frac{di}{dt} &= f_2(V, i, \theta, \dot{p}) \\ \frac{d\theta}{dt} &= f_3(V, i, \theta, \dot{p}) \\ \frac{d\dot{p}}{dt} &= f_4(V, i, \theta, \dot{p}) \end{aligned}$$

Si comunicamos a las variables, a partir del instante  $t$ , los incrementos finitos  $\delta V, \delta i, \delta \theta, \delta \dot{p}$ , el movimiento se modificará, pero seguirá obedeciendo a las ecuaciones generales  $I$ . Tendremos, pues:

$$\begin{aligned} \frac{d(V + \delta V)}{dt} &= f_1(V + \delta V, i + \delta i, \theta + \delta \theta, \dot{p} + \delta \dot{p}) \\ \frac{d(i + \delta i)}{dt} &= f_2(\dots) \\ \frac{d(\theta + \delta \theta)}{dt} &= f_3(\dots) \\ \frac{d(\dot{p} + \delta \dot{p})}{dt} &= f_4(\dots) \end{aligned}$$

Desarrollemos ahora en serie de Taylor y restemos miembro a miembro; podemos suprimir los términos en los que el orden de la derivada es superior a 1. (Más adelante habrá que tenerlos en cuenta a propósito de la zona de validez del cálculo.)

$$\begin{aligned} \frac{d(\delta V)}{dt} &= \frac{\partial f_1}{\partial V} \delta V + \frac{\partial f_1}{\partial i} \delta i + \frac{\partial f_1}{\partial \theta} \delta \theta + \frac{\partial f_1}{\partial \dot{p}} \delta \dot{p} \\ \frac{d(\delta i)}{dt} &= \frac{\partial f_2}{\partial V} \delta V + \dots \\ \frac{d(\delta \theta)}{dt} &= \frac{\partial f_3}{\partial V} \delta V + \dots \\ \frac{d(\delta \dot{p})}{dt} &= \frac{\partial f_4}{\partial V} \delta V + \dots \end{aligned}$$

Los incrementos de las variables están, pues, ligados por un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Estos coeficientes vienen determinados por las condiciones iniciales.

La ecuación característica es el determinante

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V} - \alpha & \frac{\partial f_1}{\partial i} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} & 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial V} & \frac{\partial f_2}{\partial V} - \alpha & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} & -I \\ 0 & 0 & -\alpha & +I \\ 0 & \frac{\partial M}{\partial i} & 0 & \frac{\partial M}{\partial \dot{p}} - \alpha \end{vmatrix} = 0.$$

Para el cálculo de los valores detallados de  $\frac{\partial f_1}{\partial V}$ , etcétera, dejamos al lector el desarrollo del cálculo, pudiendo acudir, si lo desea, al curso del coronel Alayrac.



curva  $\beta = 0$ , y sea  $d'_K$  la correspondiente a  $\beta = K(i - i_0)$ . Se puede escribir la proporción siguiente:

$$\frac{S}{s} = \frac{d'_K}{d'_0};$$

en otros términos, el mando activo con la relación  $K$  es equivalente a un mando bloqueado de superficie más

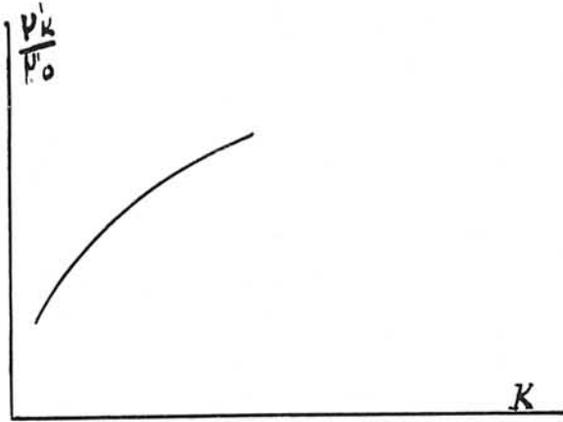


Fig. 2.

grande en la relación indicada precedentemente. Si  $P_0$  es la potencia del mando bloqueado, la potencia  $P_K$  del mando activo con la relación  $K$  será:

$$P_K = P_0 \frac{d'_K}{d'_0}.$$

La curva precedente muestra cómo varía  $P_K$  en función del módulo de eficacia  $K$ .

*Influencia de la eficacia sobre la estabilidad dinámica.*

El cálculo numérico permite darse cuenta de que en el caso del avión con los mandos bloqueados la estabilidad dinámica es notoriamente insuficiente, dada la amplitud de la oscilación gíroide.

En el caso del mando eficaz no subsiste más que una oscilación periódica de período débil y dos oscilaciones aperiódicas, cuyos valores de amortiguamiento son próximos.

Podemos presentar el conjunto de las oscilaciones por

$$C_1 l^{a_1 t} + C_2 l^{a_2 t} + C_3 l^{a_3 t} \text{ sen } \omega t.$$

El valor óptimo de  $K$  es en general aproximado a 1,2.

*Movimientos de gran amplitud.*

Después de una perturbación, el avión que supondremos con los mandos bloqueados, será restablecido a la posición de equilibrio por el par estabilizador originado por el desplazamiento del centro de empuje.

Las curvas de  $Cmg$  en función de la incidencia, calculadas para cada inclinación  $\beta$  del mando, permiten darse cuenta del valor de la estabilidad (fig. 3).

En el caso del timón activo:  $\beta = K(i - i_0)$ , la curva llega a ser casi una recta y el gran valor de la inclinación demuestra que la estabilidad es mucho mejor.

*Estabilidad dinámica.*

El cálculo de la estabilidad dinámica en el caso de movimientos de gran amplitud es sumamente complejo y delicado. Se puede, sin embargo, prever que la maniobra del mando va a mejorar la estabilidad.

Supongamos que el avión está desviado de su posición de equilibrio; para volver a ella, le animará un movimiento pendular general (una vez desaparecida la perturbación) y el movimiento puede representarse por la ecuación

$$K \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + N \frac{d \alpha}{dt} + P \alpha = 0.$$

A condición, evidentemente, de que  $P$  sea independiente de  $\alpha$ . Es evidente que en esta hipótesis, el amortiguamiento depende únicamente de  $K$  y de  $N$ . Introduciremos la eficacia del mando, o sea  $\beta = K(i - i_0)$ . Formularemos aún una hipótesis, a saber: que el par debido al timón puede traducirse por una función lineal del ángulo de giro del mismo,  $\beta$ .

Introduciremos un corrector a  $N$ , que es de la forma

$$K' \frac{\Delta \beta}{\Delta t} = KK' \frac{\Delta i}{\Delta t} = KK' \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}.$$

Tendremos, pues, en lugar de  $N$ ,  $N(I + KK')$ . Por lo tanto, hemos aumentado el término de amortiguamiento.

Conviene examinar ahora con un poco de atención la validez de las hipótesis formuladas.

Hemos supuesto primeramente que el término  $P$  era independiente de  $\alpha$ . En realidad, el término  $P$  no es completamente independiente de  $\alpha$ , y el par debido a la inclinación del timón no es exactamente una función lineal de  $\beta$ . Estas diferencias, por ser muy pequeñas, no restan valor a las hipótesis. La eficacia aumenta la esta-

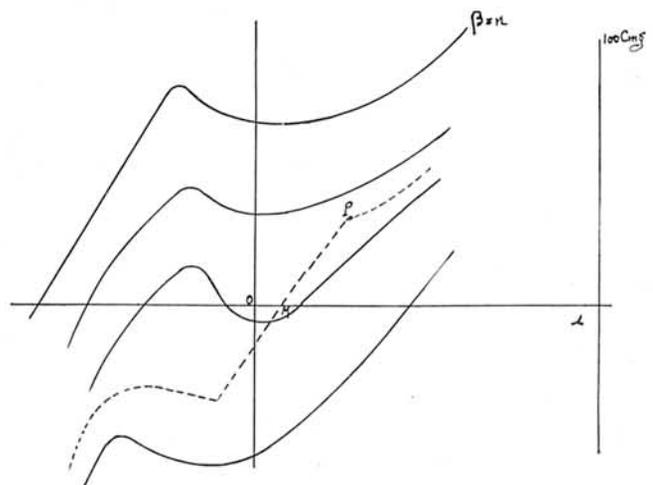


Fig. 3.

bilidad, como, por otra parte, demuestra la experiencia. (Expresamos por eficacia el efecto de los timones mandados y no bloqueados.)

*Influencia del régimen del motor.*

En los párrafos que preceden no hemos tenido en cuenta la altura.

Es bien sabido que si un avión mandado tuviese que volar a alturas inusitadas, por ejemplo, mucho más grandes, la estabilidad a tales alturas sería inferior a la prevista para las alturas de utilización, lo que nos obligaría a resolver el problema para el caso de una altura cualquiera.

Eliminemos de momento esta cuestión, suponiendo que el avión está obligado a mantenerse a una altura determinada. El timón mandado, o si se quiere el timón bloqueado equivalente, permite el vuelo a cualquier régimen. Supongamos que el avión vuela con el ángulo de ataque  $\alpha_0$  y al régimen del motor  $N_0$ . Se hace pasar el motor al régimen  $N_1 > N_0$ . Resultará un ángulo de ataque  $\alpha_1 > \alpha_0$ . El timón mandado actúa entonces, tendiendo a hacer picar al avión, el cual acaba por volar con el ángulo de ataque  $\alpha_2$ , tal que  $\alpha_0 < \alpha_2 < \alpha_1$ . Los mismos fenómenos se producen, evidentemente, en sentido inverso, si en lugar de aumentar el régimen del motor se le reduce. Sea  $\delta$  el radio del intervalo de eficacia alrededor de  $\alpha_0$ ; se verá que los límites del intervalo se alcanzan más rápidamente cuando se hace variar el régimen del motor. Interesa utilizar un plano fijo de incidencia variable, en función de las variaciones del régimen motor.

De este modo la estabilización queda adquirida cualquiera que sea el régimen del motor.

Esto demuestra las ventajas de un timón mandado sobre el timón bloqueado equivalente, puesto que el primero conserva íntegramente al avión su finura y manejabilidad.

*Estabilidad en viraje y en balance.*

Los movimientos alrededor de los ejes de balanceo y de lanzadera son siempre muy amortiguados, lo que parece evidente si se considera la gran extensión de las superficies interesadas. Los movimientos de lanzadera y balanceo son siempre solidarios.

Consideremos una rotación iniciada alrededor del eje de lanzadera: el ala que avanza se eleva, el timón de dirección hace girar al avión del lado donde la gravedad tiende a hacerle resbalar; puede resultar de aquí la entrada en barrena. Sería preciso que la velocidad permanezca siempre en el plano longitudinal del avión.

*Mando activo o eficaz.*

Si, análogamente a lo que acabamos de ver para la estabilidad longitudinal, suponemos que

$$K' = \frac{\text{ángulo (Vector velocidad, plano longitudinal)}}{\text{Giro del timón}} = \frac{\delta}{J}$$

se puede escoger experimentalmente el valor de  $K'$  para que el mando impida todo resbalamiento.

Aquí no existe ya, como en el primer caso de estabilidad tratado, la oscilación figoide, puesto que las oscilaciones se amortiguan bastante rápidamente.

*Diedro equivalente.*

Prosigamos la analogía y tracemos en función de  $J$  las curvas que dan los pares enderezadores de balance, y esto para diferentes valores de inclinación de los alerones (fig. 4).

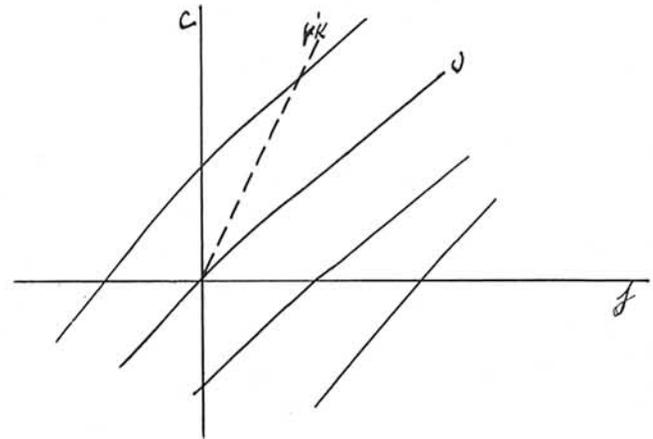


Fig. 4.

Si a cada valor de  $J$  se hace corresponder un valor  $n'J$ , se obtiene una curva  $C_1$  de pendiente mayor, luego se obtiene un aumento de estabilidad.

*Amortiguamiento.*

Consideraremos, por comodidad de la exposición, los movimientos que se producen separadamente alrededor de los ejes de balance y de lanzadera a continuación de una perturbación pasajera, en la que el avión se aparta del ángulo y de su posición de equilibrio. La ecuación del movimiento es la ecuación general pendular amortiguada:

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} + N \frac{d\alpha}{dt} + P\alpha = 0,$$

cuyas soluciones generales son clásicas:

$$1.^{\circ} \quad N^2 - 4IP < 0; \alpha = Cl^{-\frac{N}{2}t} \text{ sen} \left( \frac{\sqrt{4IP - N^2}}{2} t - \varphi \right)$$

$$2.^{\circ} \quad N^2 - 4IP > 0; \alpha = C_1 r_1^t + C_2 r_2^t$$

en donde  $r_1$  y  $r_2$  son raíces de  $Ir^2 + Nr + P = 0$ .

Para que el movimiento sea amortiguado, es preciso que  $r_1 < 0$  y  $r_2 < 0$ , de donde  $N > 0$  y  $P > 0$ . Es aperiódico si  $N > 2\sqrt{IP}$ . El par estabilizador deberá ser proporcional a la velocidad del avión alrededor de su eje.

*Causa perturbadora constante en magnitud y dirección.*

En este caso la ecuación general es:

$$I \frac{d^2 a}{dt^2} + P a = M.$$

Para seguir el método utilizado por M. Beghin, profesor de la Facultad de Ciencias de París, introduzcamos un par estabilizador

$$\varphi \int_0^f a dt;$$

$$I \frac{d^2 a}{dt^2} + N \frac{da}{dt} + P a + \varphi \int_0^f a dt = M.$$

O bien, derivando nuevamente,

$$I \frac{d^3 a}{dt^3} + N \frac{d^2 a}{dt^2} + P \frac{da}{dt} + \varphi a = 0,$$

de donde resulta la integral

$$a = C_1 e^{r_1 f} + C_2 e^{r_2 f} + C_3 e^{r_3 f}.$$

Para que haya amortiguamiento es preciso que los valores de  $r$  sean reales, negativos, o uno real negativo y los otros imaginarios conjugados, de donde:

$$0 < \varphi < \frac{PM}{I}.$$

*Conclusiones.*

Acabamos de demostrar el interés de la estabilización automática alrededor de tres ejes. Esperamos haber atraído la atención del lector sobre el hecho de que un estabilizador automático no tiene por único fin aumentar la estabilidad propia de un avión determinado, ni evitar toda fatiga al piloto. Hay también una misión de «seguridad». Como ya dijimos al principio de este trabajo, un avión muy estable de forma, si experimenta una perturbación, volverá a su posición de equilibrio con la ayuda del piloto o sin ella. Generalmente, en este caso queda inédita una hipótesis: *el coeficiente de seguridad del avión es muy grande*. Las fuerzas aerodinámicas aumentan muy deprisa con la amplitud de la oscilación y pueden ocasionar la ruptura del avión estable. En este caso, el papel del estabilizador es el de hacer efectuar al avión las maniobras convenientes para mantenerlo en la posición de equilibrio desde que comienza a advertirse la perturbación, lo que evita llegar a valores de amplitud peligrosa. Diremos, en fin, que el estabilizador somete siempre al avión a las fuerzas aerodinámicas mínimas, lo que normalmente debería suponer, a seguridad igual, una reducción del coeficiente de seguridad, o sea, en definitiva, un aligeramiento del peso estructural del avión.



Una vista del avión de transporte de tropas Vickers «Valentia». Es una reciente derivación del antiguo tipo «Victoria», del cual se diferencia en que va provisto de dos motores Bristol «Pegasus» en lugar de dos Napier «Lion XI» y posee un tren de aterrizaje más perfeccionado. Puede transportar 22 hombres armados y dos de tripulación.