



MINISTERIO DE DEFENSA

REAL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA ARMADA  
EN SAN FERNANDO

**BOLETIN ROA**

No.1/2007

**ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES GPS  
Y SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL GPS  
DUAL DE CEUTA**

Fundación Alvargonzalez  
Real Instituto y Observatorio de la Armada

Cristina García Silva



MINISTERIO DE DEFENSA

REAL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA ARMADA  
EN SAN FERNANDO

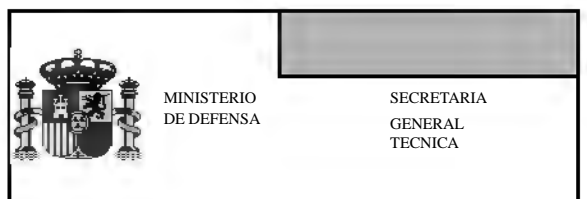
**BOLETIN ROA**  
**No. 1/2007**

**ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES GPS  
Y SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL GPS  
DUAL DE CEUTA.**

**Fundación Alvargonzalez**  
**Real Instituto y Observatorio de la Armada**

Cristina García Silva

Edita:



Imprime: Real Instituto y Observatorio de la Armada  
San Fernando ( Cádiz ). Junio 2007  
Depósito Legal: CA 469-78  
ISSN 1131-5040  
NIPO 076-07-073-0

---

**ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES GPS  
Y SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL GPS  
DUAL DE CEUTA.**

---

**Cristina García Silva**

**Servicio de Satélites. Sección de Geofísica.  
Real Instituto y Observatorio de la Armada.**



San Fernando, Noviembre 2006



# Índice general

<b>1. Nivel del mar y deformación vertical</b>	<b>11</b>
1.1. Medida del nivel del mar . . . . .	12
1.2. Concepto de GPS Dual . . . . .	13
1.3. Ceuta . . . . .	14
<b>2. El sistema GPS</b>	<b>17</b>
2.1. Estructura del Sistema . . . . .	18
2.1.1. Segmento Espacial . . . . .	18
2.1.2. Segmento de Control . . . . .	20
2.1.3. Segmento de Usuario . . . . .	21
2.2. Errores . . . . .	21
2.2.1. Errores de órbitas y relojes . . . . .	23
2.2.2. Errores en las correcciones ionosférica y troposférica . . . . .	24
2.2.3. Error en los modelos de movimiento de la estación . . . . .	25
2.3. Procesado GPS . . . . .	26
2.4. Concepto de GPS Dual . . . . .	28
<b>3. Análisis de series temporales de coordenadas GPS</b>	<b>31</b>
3.1. Espectro de Potencias . . . . .	32
3.2. Pre-procesado de las series temporales coordenadas GPS . . . . .	34

3.2.1. Outliers o puntos anómalos . . . . .	34
3.2.2. Detección de discontinuidades u Offsets . . . . .	35
3.3. Estimación de Máxima Verosimilitud . . . . .	36
3.4. Análisis de series temporales coordenadas GPS . . . . .	37
3.5. El software CATS de análisis de series temporales . . . . .	40
<b>4. Experimento DGPS en Ceuta</b>	<b>41</b>
4.1. Procesado de datos GPS . . . . .	43
4.2. Anomalías de las series temporales . . . . .	44
4.3. Análisis de las series temporales . . . . .	47
<b>5. Conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>A. Software cats_MLE</b>	<b>63</b>
A.1. Fichero de entrada . . . . .	63
A.2. Línea de comandos . . . . .	64
A.3. Fichero de salida . . . . .	67
<b>B. Acrónimos</b>	<b>71</b>

# Índice de figuras

1.1. Esquema de un mareógrafo situado junto a una estación permanente GPS donde TGBM es el punto de calibración del mareógrafo. A cierta distancia, enclavado en roca, una estación permanente GPS dual . . . . .	14
1.2. Ciudad de Ceuta y emplazamiento de las estaciones GPS permanentes CEUT y CEUD . . . . .	16
4.1. Par de estaciones GPS duales CEUT y CEUD . . . . .	42
4.2. Días analizados para cada una de las estaciones así como para la serie temporal formada por la diferencia de ambas estaciones . . . . .	43
4.3. Series temporales en centímetros de CEUD y CEUT en bruto. De arriba a abajo tenemos representadas las coordenadas latitud, longitud y altura. . .	45
4.4. Gráfico con el número de observaciones diarias de 2006 de la estación de CEUT obtenidas de la página oficial de EUREF ([23]). . . . .	47
4.5. Velocidades en mm/año. . . . .	50
4.6. Señales anuales de las series temporales de CEUT, CEUD y CEUT-CEUD. Los ejes de coordenadas están en milímetros. . . . .	51
4.7. Series temporales de las coordenadas norte, este y vertical en centímetros de la estación de <b>CEUT</b> . . . . .	53
4.8. Series temporales de las coordenadas norte, este y vertical en centímetros de la estación de <b>CEUD</b> . . . . .	54
4.9. Series temporales de las coordenadas norte, este y vertical en centímetros de la serie temporal diferencia de <b>CEUT-CEUD</b> . . . . .	55





# Índice de cuadros

4.1. Cambios de equipos en la estación GPS permanente de CEUD . . . . .	42
4.2. Coordenadas GPS obtenidas del procesado. . . . .	44
4.3. RMS expresado en milímetros de las estaciones GPS de CEUT y CEUD así como de la estación generada como diferencia de ambas. . . . .	44
4.4. Índices espectrales. . . . .	48
4.5. Amplitud de ruido blanco y de color en milímetros de las series GPS esti- madas con el MLE. . . . .	49
4.6. Velocidades en mm/año junto a su error asociado. . . . .	50
4.7. Magnitudes de los offsets de las series temporales GPS estimadas en milí- metros con el MLE. . . . .	52

*Todo el trabajo presentado ha sido realizado gracias a la Fundación Alvargonzález, a la cuál quisiera agradecer que hayan confiado en mi para su realización.*

*Este trabajo no hubiera sido posible sin la colaboración tanto del IGN como de EUREF aportando los datos de la estación GPS CEUT. Así mismo, el análisis de las series temporales de coordenadas GPS se ha realizado gracias al software CATS cedido al ROA por Simon Williams.*

*También agradezco a la Universidad de Nottingham por concederme una beca Marie Curie la que me permitió ampliar mis conocimientos en análisis de series temporales. Y, en especial, a Norman Teferle y Richard Bingley por la atención que me dedicaron.*

*Quiero dar las gracias a Jorge Gárate Pasquín por todas las enseñanzas recibidas, así como su ayuda, apoyo y dedicación durante todo este tiempo.*

*Agradezco al Real Instituto y Observatorio de la Armada de San Fernando, y en especial a Jose Martín Dávila, por haberme brindado la oportunidad de trabajar en este centro.*

*Deseo expresar mi agradecimiento a Manuel Berrocoso Domínguez por haberme introducido en el mundo de la Geodesia, así como a todos los miembros del Laboratorio de Astronomía, Geodesia y Cartografía del departamento de Matemáticas de la Universidad de Cádiz.*

*No puedo olvidarme de mi compañero Alejandro Pérez Peña por su confianza, su comprensión, su paciencia y sus buenos consejos.*

*Finalmente, quisiera agradecer a mi familia y a Ismael por estar ahí, aguantándome, apoyándome y dándome ánimos. Gracias.*

# Introducción

Entre los años 2002 y 2005, el Real Instituto y Observatorio de la Armada (ROA) participó en el proyecto europeo de Investigación ESEAS-RI, entre cuyos objetivos estaba el despliegue de la Infraestructura necesaria para monitorizar la evolución del nivel medio del mar.

El método clásico de monitorización de dichos parámetros es el uso de mareógrafos. Las series temporales de las medidas de estos elementos, proporcionan la tendencia secular del nivel del mar, en el punto objeto de medida, con respecto a la marca de referencia del mareógrafo, situada en tierra, en sus proximidades. Por tanto, la mencionada tendencia del mareógrafo, sólo nos da el movimiento del nivel medio del mar respecto a esa marca, sin tener en cuenta que ella también está sometida a movimientos verticales, tanto periódicos (marea terrestres, carga de marea oceánica) como también por la propia posible subsidencia del muelle. Un receptor GPS geodésico es capaz de proporcionar con gran precisión el movimiento de dicha marca, sirviendo de ajuste a la serie mareográfica.

Sin embargo, las zonas portuarias presentan diversos problemas que sugieren que la posición vertical obtenida con GPS podría estar contaminada. Para dilucidar si esto es cierto, puede colocarse un segundo GPS permanente en una zona próxima, pero alejada de las perturbaciones portuarias, y , comparar series temporales obtenidas en ambos GPS para dilucidar la bondad de los resultados obtenidos.

Este método de trabajo se conoce como GPS dual. Va a ser analizado en este trabajo, junto con una demostración práctica aplicada en una pareja de receptores situados en la ciudad de Ceuta.



# Capítulo 1

## Nivel del mar y deformación vertical

El nivel del mar es una variable ambiental importante para el estudio de los procesos climáticos en el sistema atmósfera-océano. Según el Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC), el nivel del mar ha aumentado entre 10 y 20 centímetros en el pasado siglo XX y se prevé un aumento del orden de 40 a 60 centímetros para el 2100 ([2]). Estas conclusiones se han obtenido, en su mayoría, como resultado de las medidas del nivel del mar obtenidas en mareógrafos. Con un registro de gran calidad de un mareógrafo se puede determinar el cambio secular del nivel local medio del mar con un error estándar de 0,5 mm/año, si se emplean datos de al menos 30 años ([30]).

Los mareógrafos miden el nivel del mar de forma relativa a un punto de referencia situado en tierra. Con los datos obtenidos directamente del mareógrafo, es imposible distinguir si se ha producido una variación del nivel del mar con respecto al punto de referencia en tierra, o si ha sido este punto el que ha variado su altitud con respecto al nivel medio del mar medido en el propio mareógrafo. En realidad, lo que se produce es una combinación de ambos efectos y lo que hay que buscar es la metodología que permita separarlos. Por tanto, con los mareógrafos, estamos midiendo el nivel del mar relativo a la superficie de la tierra en la cual se encuentra situado el mareógrafo, y esto es muy importante a nivel local. Pero desde un punto de vista global nos interesa medir la evolución del nivel del mar en un sistema de referencia fijo, por lo que es preciso separar los efectos.

Para monitorizar cambios absolutos del nivel del mar, debemos determinar también la variación del desplazamiento vertical del punto de referencia del mareógrafo, fijo en

tierra, a fin de corregir las observaciones del nivel del mar que se observa en él. Para situar el punto de referencia del mareógrafo en el marco de referencia ITRF (International Terrestrial Reference Frame) podemos emplear medidas GPS. Sin embargo, no es una tarea trivial la utilización del GPS para monitorizar el desplazamiento vertical de tierra en los mareógrafos en un largo período de tiempo. Hay que alcanzar dos objetivos. El primero es estimar con precisión las velocidades verticales de las estaciones mareográficas empleando GPS. El segundo objetivo es relacionar estas velocidades verticales con el desplazamiento vertical real de la superficie topográfica terrestre que afecta al nivel medio del mar medido por el mareógrafo.

## 1.1. Medida del nivel del mar

El nivel del mar es una variable que se lleva midiendo desde hace más de dos siglos usando distintos tipos de mareógrafos. Los más rudimentarios consisten básicamente en un flotador que se encuentra dentro de un pozo con una conexión al mar en la base de forma que el orificio, al ser muy reducido, no deja pasar a través del él el movimiento asociado al oleaje inducido por el viento ni otras ondas de períodos cortos. Actualmente se están empleando, además de estos mareógrafos, otros con una tecnología más avanzada que emplean sensores de presión o acústicos para determinar la altura de la columna de agua por encima de un punto dado. Las observaciones instantáneas del nivel del mar obtenidas de los mareógrafos son promediadas por meses o años para filtrar los efectos de las altas frecuencias debidas, por ejemplo, a las mareas. Estos registros de nivel medio del mar, junto con los datos obtenidos por los satélites altimétricos, son la base de las investigaciones recientes sobre los cambios del nivel del mar.

Los registros del nivel medio del mar se ven afectados por las variaciones de bajas frecuencias a escala interanual e interdecadal. Las amplitudes de estas frecuencias son mayores que la tendencia subyacente. Por tanto, es necesario emplear registros largos para poder deducir los cambios en el nivel del mar.

La distribución de los mareógrafos está polarizada hacia el hemisferio norte registrándose una alta densidad de registros largos y precisos en Europa y EEUU. La falta de registros de nivel del mar suficientemente largos en el hemisferio sur complica la determinación de los cambios a nivel global.

El sistema de observación del nivel del mar se compone de la red de estaciones mareógraficas y un conjunto de redes local de nivelación. En la actualidad este sistema se complementa con estaciones GPS que permiten, además, el control de la cota de referencia de forma permanente o episódica. La referenciación de todas las estaciones a un sistema global permitirá enlazarlas con los datos altimétricos oceánicos obtenidos desde satélites altimétricos.

Como ya hemos dicho, los estudios sobre los cambios globales medios del nivel del mar a partir de datos obtenidos en mareógrafos y GPS permanentes, requieren una alta precisión en la determinación de la deformación con respecto a un marco de referencia global geocéntrico. En la última década, las estaciones permanentes GPS han evolucionado hasta convertirse en una técnica geodésica espacial que potencialmente puede llegar a conseguir dicha precisión de una forma práctica y homogéneamente global. A día de hoy, el reto del GPS permanente sigue siendo la determinación de la coordenada vertical de una forma consistente y precisa debido a la multitud de fuentes de error que se manifiestan principalmente en esta coordenada. Ha sido ampliamente demostrado ([12], [19], [32]) que la componente vertical está muy afectada por efectos residuales sistemáticos debidos tanto a una modelización inapropiada del efecto troposférico, como a variaciones en el centro de fase de la antena o a diversos procesos de mareas. Además, los errores y las inconsistencias del marco de referencia y de las órbitas de los satélites, o los efectos relacionados con la estrategia de procesado de los datos GPS, se propagan en esta componente e incrementan el nivel de ruido introduciendo tendencias artificiales de largo periodo.

Para determinar el cambio secular de la posición de la estación, es decir, la velocidad de la estación con la precisión requerida además de una estimación realista de las incertidumbres, y con la finalidad de una mejor comprensión de las variaciones comunes sistemáticas de la series temporales de coordenadas GPS, vamos a emplear una compleja estrategia de análisis de series temporales. Después de un pre-procesado de las series temporales de cada una de las coordenadas, analizaremos estas series por medio de una estimación de máxima verosimilitud.

## 1.2. Concepto de GPS Dual

Para monitorizar la deformación vertical en mareógrafos con estaciones GPS permanentes localizados en tierra estable, ambos deben distar menos de 500 metros entre sí.



Pero debemos tener en cuenta que esta condición no es siempre posible de alcanzar debido a que los mareógrafos se sitúan en puntos adecuados para obtener ciclos de marea o en instalaciones portuarias que no se corresponden con la ubicación óptima para las estaciones GPS permanentes. En ellas encontramos situaciones adversas como pueden ser la entrada y salida de grandes barcos que pueden interponerse a la correcta recepción de la señal GPS, las observaciones en los puertos se pueden ver afectadas por radio frecuencia o incluso por efectos multipath ([31]).

La solución a éste problema la dio un grupo de trabajo del EOSS (European Sea Level Observing System), el cual propuso un sistema de monitorización basado en dos estaciones GPS (DGPS). En este concepto de GPS dual, se instala una estación GPS en el mareógrafo, y una segunda estación GPS permanente enclavada en roca, a unos pocos kilómetros del mareógrafo.

El GPS del mareógrafo permite corregir el nivel medio del mar con respecto a movimientos de tierra, el segundo GPS complementa esto y ayuda a describir los movimientos geofísicos verticales subyacentes en la zona.

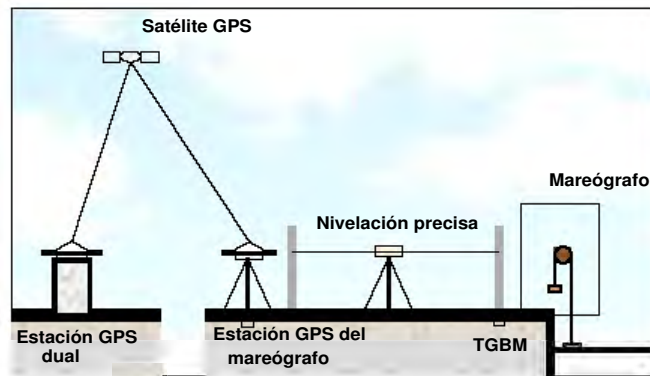


Figura 1.1: Esquema de un mareógrafo situado junto a una estación permanente GPS dónde TGBM es el punto de calibración del mareógrafo. A cierta distancia, enclavado en roca, una estación permanente GPS dual

### 1.3. Ceuta

El nivel del mar en las costas españolas viene registrándose desde finales del siglo XIX para referencia vertical de la cartografía terrestre pero Ceuta nunca estuvo en esa

referencia. Sin embargo, fue en 1943 cuando el Instituto Español de Oceanografía instaló el mareógrafo de la ciudad de Ceuta como parte de una red mareográfica para referencia de la cartografía marina, predicción de las mareas astronómicas y otros estudios oceanográficos.

El registro medio del nivel del mar, viene afectado por los movimientos verticales del terreno, por lo que el conocimiento de la geodinámica del área es importante. Es conveniente señalar que la parte más oriental de la llanura Bética, así como el mar de Alborán y la zona del Estrecho de Gibraltar conforman una de las zonas con mayor actividad tectónica de la Península Ibérica debido a la convergencia de las placas africana y euroasiática. Esto provoca movimientos verticales de tierra que influyen en los registros del nivel del mar y pueden conducir a falsas tendencias.

En agosto de 2001, el Instituto Geográfico Nacional instaló en Ceuta una estación GPS en las proximidades del mareógrafo de dicha ciudad. Esta estación está incluida dentro de la red EUREF, *European Reference Frame*.

El servicio europeo del nivel del mar (ESEAS, European SEA level Service) fue creado en el año 2001 a partir de la COST Action 40 “European Sea-level Observing System”. ESEAS intenta unificar, en una organización coordinada, las investigaciones y observaciones del nivel del mar que se vienen haciendo en Europa de una forma dispersa. En noviembre de 2002, se inició el proyecto ESEAS-RI (ESEAS Research Infrastructure) financiado por la Unión Europea, que finalizó en noviembre de 2005. El objetivo del proyecto ESEAS-RI era dotar a ESEAS de la infraestructura necesaria para poder estudiar las variaciones del nivel del mar y sus tendencias tanto interanuales como seculares, de forma que se puedan predecir los posibles cambios futuros en el nivel medio de los mares. En el proyecto han colaborado un total de 27 organizaciones, autoridades e institutos de investigación de 18 países, entre ellas el Real Instituto y Observatorio de la Armada.

En Septiembre de 2003, el Real Instituto y Observatorio de la Armada instaló, dentro de este proyecto, un GPS permanente en las instalaciones del Museo del Desnarigado, propiedad del Ejército de Tierra en Ceuta (CEUD). El propósito de este GPS era la de actuar como GPS dual para referir el movimiento vertical que pueda detectarse en la estación GPS de Ceuta (CEUT) a una zona de terreno estable, lejos de los muelles.

La finalidad de este trabajo es procesar y analizar los datos obtenidos del par de estaciones CEUT y CEUD con el fin de obtener estimaciones precisas del movimiento vertical de tierra en el mareógrafo de Ceuta y valorar así su contribución a los cambios

relativos del nivel del mar en esta zona.



Figura 1.2: Ciudad de Ceuta y emplazamiento de las estaciones GPS permanentes CEUT y CEUD

# Capítulo 2

## El sistema GPS

El lanzamiento del Sputnik-1 en 1957 supuso el comienzo de la era de los satélites artificiales y su posterior uso en aplicaciones para el interés de la comunidad mundial. Desde entonces, la tecnología ha avanzado en este aspecto de manera espectacular. Uno de los campos en los cuales se ha manifestado especialmente dicho avance es en las aplicaciones que conciernen a las ciencias de la Tierra. Dentro de ellas, ha influido de manera notable en el estudio de su forma y dimensiones (Geodesia), así como en el estudio de los fenómenos físicos que afectan y condicionan dicha forma y dimensiones (Geofísica).

El **GPS** ( **G**lobal **P**ositioning **S**ystem ó Sistema de Posicionamiento Global) es un sistema de posicionamiento por satélites basado en las señales de radio que dichos satélites emiten. A día de hoy cuenta con 31 satélites activos en órbita alrededor de la Tierra.

Fue desarrollado por el Joint Program Office (JPO) desde 1970 para el Departamento de Defensa (DoD) de los Estados Unidos [24]. A principios de los años ochenta, se empezó a utilizar en actividades tales como la navegación aérea, marítima y terrestre, lo que supuso un importante avance en la organización y el estado de los transportes y las comunicaciones mundiales. Además, la utilización de los satélites de la constelación GPS ha abierto en las Ciencias Geográficas un inmenso abanico de posibilidades en aplicaciones geodésicas y topográficas al permitir situar puntos con las precisiones requeridas tanto para el desarrollo de estas ciencias como para su aplicación en el desarrollo de infraestructuras, cartografía, sistemas de información geográfica, estudios de movimientos y deformaciones, etc.

El funcionamiento del sistema GPS se basa en la medida de la distancia existente entre el receptor, cuya posición se quiere determinar, como de los satélites que están sobre su

horizonte, y cuya posición se conoce con precisión.

## 2.1. Estructura del Sistema

El sistema GPS puede ser dividido en tres segmentos: el segmento espacial, formado por la constelación de satélites; el segmento de control, constituido por las estaciones encargadas del seguimiento y control de los satélites; y el segmento de usuario formado por cualquier receptor que un usuario disponga.

### 2.1.1. Segmento Espacial

Un satélite GPS es un vehículo espacial dotado de transmisores/receptores de radio, osciladores atómicos, microprocesadores y equipos auxiliares además de paneles solares y propulsores ([26]). Se han desarrollado seis tipos de satélites: I, II, IIA, IIR, IIR-M y IIF. Actualmente existen operativos 31 satélites de los bloques II, IIA y IIR. Los satélites GPS IIR-M podrán emitir señales de navegación con mayor potencia, además de incorporar dos nuevas señales militares que proporcionarán una mayor precisión y una mejor seguridad. También se ha incluido una segunda señal civil. [24] Los satélites del bloque IIF siguen estando en fase de diseño y tendrán la característica de poder incorporar una frecuencia adicional de transmisión.

La constelación GPS está distribuida en 6 planos orbitales designados con las letras A-F. La inclinación de los planos orbitales es de  $55^\circ$  respecto al plano ecuatorial. Están distribuidos de forma homogénea, por lo tanto con una separación de  $60^\circ$  entre ellos. Cada órbita tiene 4 satélites, aunque puede llegar a tener 8. El semieje mayor mide, aproximadamente, 26700 kilómetros, es decir la altitud de los satélites es aproximadamente unos 20200 kilómetros. De acuerdo a la tercera ley de Kepler a estas órbitas les corresponde un período de 11 horas y 56 minutos.

Con la constelación actual hay en cualquier instante y en cualquier punto de la Tierra entre 6 y 11 satélites observables.

Los satélites de esta constelación son identificados de diversos modos:

- Por el número NAVSTAR SVN (Space Vehicle Number) que se corresponde con el orden en el que fueron lanzados.

- Por la órbita y la posición que en ella ocupa.
- Por el número de catálogo de la NASA.
- Por la identificación internacional que está constituida por año de lanzamiento, número de lanzamiento en el año y una letra que identifica el tipo de satélite.
- Por el número IRON (Integer Range Operation Number) que es un número aleatorio asignado por la Junta de Defensa Aérea Norteamericana NORAD.
- Por el número PRN (Pseudo Random Noise), ruido pseudo aleatorio característico y exclusivo de cada satélite NAVSTAR.

Las funciones básicas de los satélites son: recibir y guardar la información que se les envía desde los centros de control en tierra; procesar esta información con sus propios microprocesadores; mantener una escala de tiempo con sus osciladores, transmitir información a los usuarios por medio de señales y realizar maniobras para ajustes orbitales controlando la estabilidad del sistema, cuando es así ordenado desde el segmento de control.

El oscilador de cada satélite genera una única frecuencia fundamental de 10.23 Mhz., sobre la que se estructura todo el conjunto de señales radiodifundidas por el satélite. La estabilidad del oscilador es del orden de  $10^{-13}$ . A partir de esta frecuencia fundamental se generan las dos portadoras de las señales transmitidas por los satélites, Link1 (L1) y Link2 (L2). El hecho de usar dos frecuencias unido al fenómeno de dispersibilidad en la ionosfera permite determinar el retardo ionosférico por comparación del retraso de cada frecuencia.

Las portadoras son moduladas por dos códigos: C/A (sólo en L1, hasta ahora) y P; incluyendo además un mensaje con los parámetros orbitales del satélite y el estado del reloj interno llamado mensaje de navegación.

El código C/A (Clear/Access) es de libre adquisición, por lo que puede ser utilizado por la sociedad civil. Es una señal de 1.023 Mhz., que se repite cada milisegundo.

El código P (Precise) es accesible directamente. Tiene una frecuencia de 10.23 Mhz. Este código se encuentra en ambas frecuencias, y sólo pueden acceder a él los receptores que sean utilizados por usuarios autorizados.

Los códigos son utilizados para determinar la distancia entre el satélite y el receptor a partir del tiempo de vuelo de la señal. Conociendo la posición de varios satélites, transmitida en el mensaje de navegación, y su distancia al punto en que nos encontramos, podemos hallar nuestra posición.

En el mensaje de navegación se transmite la información del reloj, efemérides del satélite, estado actual de funcionamiento del satélite y modelos de correcciones para corregir el efecto ionosférico en la propagación de la señal.

### 2.1.2. Segmento de Control

El segmento de control está formado por todas las infraestructuras en tierra necesarias para el control de la constelación de satélites. Dichas infraestructuras tienen coordenadas terrestres de muy alta precisión y están divididas en tres grupos de instalaciones repartidas por todo el planeta, para tener un control homogéneo de toda la constelación de satélites. Estos tres grupos son: estación Master, estaciones de control y estaciones de seguimiento.

La estación de Control Principal o Master está ubicada en el Centro de Operaciones Espaciales en Colorado Springs. En esta estación se reúne la información de las estaciones de seguimiento y con estos datos se calculan las órbitas de los satélites, correcciones de los relojes y toda aquella información que ha de ser emitida y almacenada en la memoria del satélite.

Hay tres estaciones de control, situadas en las islas de Diego García en el océano Índico, Ascensión en el Atlántico y Kwajalein en el Pacífico. Son las encargadas de inyectar la información calculada por la estación de control Master en la memoria de cada satélite para su posterior uso y radiodifusión.

Las estaciones de seguimiento proporcionan los datos de las órbitas a la estación Master para efectuar la determinación de la órbita. Inicialmente eran cinco, cada una de las cuatro anteriores y además de otra en el archipiélago de Hawaii. Actualmente existen 7 estaciones más (Florida, Washington DC, Inglaterra, Argentina, Ecuador, Bahrein y Australia) de forma que cada satélite de los 31 actualmente en funcionamiento puedan ser monitorizado por al menos dos estaciones en cada instante. Se prevé instalar 5 estaciones más en un futuro con el fin de visualizar cada satélite por al menos tres estaciones a la vez. ([29])

Todas estas estaciones necesitan conocer sus coordenadas con mayor precisión de la

obtenida con el sistema GPS pues son estas estaciones las que calculan las posiciones de los satélites así como los estados de los diferentes relojes de los mismos. Estas coordenadas se obtuvieron con el sistema VLBI, sistema interferométrico de posicionamiento que utiliza observaciones a Cuásares y radiofuentes.

### 2.1.3. Segmento de Usuario

Cualquier instrumento que se emplee para el cálculo de las coordenadas de un punto, para determinar la hora o para navegación, mediante el empleo de las señales provenientes de los satélites GPS forma parte del segmento de usuario. El equipo del usuario es un dispositivo pasivo en el sentido de que sólo recibe información de los satélites, la demodulan y extraen la información de las efemérides de los satélites, de correcciones, etc.; y presentan la información al usuario final.

El equipo propio del sector de usuario está formado por un receptor, una antena y un software de procesado de datos.

La función de la antena del receptor GPS es la conversión de la señal radioeléctrica que recibe de los satélites a señal eléctrica. La corriente eléctrica inducida en nuestra antena por las señales radiadas posee toda la información modulada sobre ellas.

El equipo receptor está diseñado para recibir y procesar señales de satélites GPS. Debe ser capaz de seguir a un mínimo de 4 satélites si se quiere conseguir una navegación 3D. Básicamente consiste en un procesador de la señal recibida y dispositivos de almacenamiento de datos, pudiendo además tener sensores meteorológicos y oscilador atómico interno o externo.

## 2.2. Errores

A pesar de los esfuerzos de los creadores del sistema GPS para hacerlo muy preciso, hay errores que no pueden ser totalmente eliminados. La precisión que podemos obtener con GPS sólo se puede estimar analizando los distintos factores que perturban o limitan las posibilidades del sistema. Estos factores están causados por los elementos que intervienen en el posicionamiento geodésico mediante observaciones de satélites GPS, que son los propios satélites, las estaciones de observación y el medio de propagación de la señal



emitida por los satélites y recibida en la estación.

Aún siendo los satélites muy sofisticados no tienen en cuenta pequeños errores en el sistema. Los relojes atómicos que utilizan son muy precisos pero no son perfectos. Pueden ocurrir pequeñas discrepancias que se transforman en errores de medición del tiempo de viaje de las señales. De esa manera pequeñas variaciones de posición o de efemérides pueden ocurrir entre los tiempos de observación.

La geometría básica por sí misma puede incrementar estos errores mediante un principio llamado "Dilución Geométrica de la Precisión", o GDOP. En realidad suele haber más satélites disponibles de los que el receptor GPS necesita para fijar una posición, de manera que hay receptores que toman algunos satélites e ignoran el resto. Si la configuración geométrica de los satélites en un instante hace que estén muy próximos entre sí (desde el punto de referencia del observador), las esferas de intersección que definen la posición se cruzarán a ángulos con escasa diferencia entre sí. Esto incrementa el error. En cambio, si los satélites están suficientemente separados, dichas esferas intersecan en ángulos prácticamente rectos y ello minimiza el error.

Intuitivamente, para calcular la distancia a un satélite bastaría multiplicar el tiempo de viaje de su señal por la velocidad de la luz. Pero la velocidad de la luz sólo es conocida en el vacío y la señal GPS pasa a través de partículas cargadas eléctricamente (en su paso por la ionosfera) y por sectores con alta densidad de vapor de agua (en la troposfera), lo que hace que su velocidad se reduzca, apareciendo el fenómeno conocido como refracción.

Los problemas para la señal GPS no acaban cuando llega a la tierra. La señal puede rebotar varias veces debido a obstrucciones locales antes de ser captada por nuestro receptor GPS interfiriendo con la señal recibida directamente. Los receptores GPS de alta precisión utilizan sofisticados sistemas de rechazo para minimizar este problema conocido con el nombre de multicamino.

Una vez que llega la señal GPS a la antena correspondiente a un receptor, también sufre un retardo producido por el recorrido de la señal desde la antena hasta la unidad de correlación entre la señal y la réplica generada en el receptor teniendo en cuenta que ambos pueden estar separados. Además, el reloj del receptor, que no suele ser tan sofisticado como el de los satélites, es más propenso a sufrir errores que aquellos.

El conjunto de todos estos efectos se denomina error equivalente en distancia de la estación (User Ranging Accuracy) ([4]). Algunos efectos pueden ser modelados e incluso

eliminados, pero muchos de los factores que contribuyen al error en esta componente resultan estar correlados, por lo que resulta muy difícil modelarlos.

Así, podemos clasificar en tres categorías los errores que van a reducir la exactitud en la determinación de la precisión en general, y de la componente vertical en particular:

1. Errores de órbitas y relojes.
2. Errores en las correcciones ionosférica y troposférica.
3. Error en los modelos de movimiento de la estación.

Si modelamos un parámetro de forma inadecuada, al estar estos factores correlados entres sí, el error cometido se propagará a los demás, no pudiendo tratar estos errores como independientes unos de otros ([14]). Los errores no modelados muestran tener variaciones distintas en espacio y tiempo. Si empleáramos una red regional de estaciones de referencia permanentes, podríamos determinar las variaciones comunes temporales y espaciales. Estos errores se denominan Common Mode Errors (CME). Veamos con más profundidad estos tipos de errores y como modelarlos.

### 2.2.1. Errores de órbitas y relojes

Como ya hemos dicho, para conocer nuestra posición a través de medidas GPS, necesitamos conocer la posición de al menos cuatro satélites y su distancia hasta el punto dónde nos encontramos. Es decir, necesitamos saber las coordenadas cartesianas de cada satélite en el momento de la observación y el tiempo de vuelo de cada señal. Estas coordenadas se determinan a través de lo que llamamos efemérides del satélite, que nos proporcionan los elementos orbitales y sus variaciones en el tiempo.

Distinguimos entre dos tipos de efemérides: las efemérides transmitidas y las precisas. Las efemérides transmitidas son emitidas por cada satélite en el mensaje de navegación. Con estas efemérides obtenemos una mayor indeterminación en la posición del satélite en su órbita que con las efemérides precisas, llegando a ser de unos 3 a 5 metros ([26]). Las efemérides precisas son calculadas a posteriori por diferentes organismos, estando a disposición de los usuarios dos semanas después de las observaciones realizadas. Por lo tanto, no pueden ser empleadas para el posicionamiento en tiempo real, pero se llega a

obtener con ellas una precisión de 5 a 10 centímetros en la posición del satélite en su órbita.

Para poder medir el tiempo de vuelo de la señal GPS, necesitamos prestar especial atención al sistema de tiempo definido tanto por los satélites como por los receptores. Aunque los osciladores de los relojes de los satélites son muy estables, siempre existirá una degradación de los mismos, propagándose estos errores a los resultados obtenidos en la resolución del modelo. El error del oscilador del satélite puede ser eliminado ya que las estaciones de control, que mantienen un seguimiento permanente de todos los satélites, calculan el error del oscilador de cada uno de ellos. Sin embargo, no es posible normalmente determinar el error temporal del reloj del receptor, formando parte de las incógnitas del modelo.

Si consideramos la velocidad de la luz como  $3 \cdot 10^8 m/s$ , un error de  $1 \mu s$  en el reloj del satélite nos produce un error de  $300m$  en la distancia topocéntrica calculada. Es importante conocer el error del reloj del satélite para el Posicionamiento Preciso de Puntos (PPP), técnica que será posteriormente estudiada en el apartado 2.3 de este mismo capítulo. Si desconociéramos el error del reloj del satélite, no existiría la técnica del PPP puesto que la solución que obtendríamos sería del mismo tipo que la obtenida como solución de navegación (que sólo corrige los errores del reloj del satélite con los parámetros transmitidos en el mensaje de navegación) ([38]).

### 2.2.2. Errores en las correcciones ionosférica y troposférica

Al atravesar la atmósfera, las señales GPS se ven sometidas a una serie de refracciones que curvan su trayectoria, con lo que su velocidad varía. Por tanto, es necesario efectuar una corrección por dichas refracciones. Las dos capas que afectan al recorrido de la onda son la ionosfera y la troposfera. A continuación se analizan ambos efectos.

La Troposfera es la capa más próxima a la superficie de la Tierra. En ella se dan las variaciones meteorológicas. Su altura varía de 8 Km. (en los polos) a 16 Km. (en el ecuador). Contiene el 75 % de la masa de la atmósfera y la mayor parte del vapor de agua. Está formada por 78 % de nitrógeno, 21 % de oxígeno y 1 % de otros gases como el argón, hidrógeno, ozono y metano. Contiene  $CO_2$ . En ella tiene lugar el ciclo del agua. Por todo esto, la troposfera varía dependiendo del tiempo y la estación. Junto con la estratosfera (hasta los 50 Km. sobre la superficie terrestre) se consideran la atmósfera eléctricamente

neutra: medio no dispersivo para ondas de radio con frecuencia menor de 20 Mhz: la influencia de la refracción troposférica es idéntica en las portadoras y en los códigos. En cambio, una parte de la energía de la señal es absorbida por gases no ionizados (como  $CO_2$ ) y las moléculas de agua. Por consiguiente, la señal se retrasa hasta 2.5 metros en la dirección del zenit y hasta 30 metros en zonas cercanas al ángulo del horizonte, causando un mayor tiempo de viaje de la señal desde el satélite al receptor. Este retraso varía tanto con la temperatura, la presión y la humedad como con la localización física del receptor.

La Ionosfera es la capa de aire ionizado alrededor de la Tierra extendiéndose desde los 50 Km. desde la superficie de la Tierra hasta los 1000 ó 2000 Km. Las partículas se ionizan por la radiación (como es el caso de las radiaciones ultravioletas y los rayos X del sol). Esto afecta a la propagación de las ondas de radio como es el caso de las señales GPS. El proceso que sufren las ondas al atravesar esta capa es aparentemente contradictorio. Mientras los códigos sufren un retraso, es decir, una disminución en su velocidad de propagación, las portadoras se adelantan, es decir, su velocidad aumenta. El empleo de receptores duales (que reciben las dos frecuencias emitidas por los satélites GPS), reduce el efecto del retraso ionosférico en las medidas GPS mediante el empleo de una combinación lineal de las dos señales portadoras.

### 2.2.3. Error en los modelos de movimiento de la estación

Las estaciones GPS están afectadas por movimientos debidos a las deformaciones de la corteza Terrestre. Estos efectos necesitan una especial atención. Algunos de ellos pueden ser estimados con precisión empleando los estándares IERS (International Earth Rotation Service).

Las deformaciones de marea ocurren en la Tierra, en los océanos y en la atmósfera. La Tierra se deforma porque tiene un cierto grado de elasticidad, que puede ser modelado y recibe el nombre de marea terrestre. Estas deformaciones son debidas a las fuerzas gravitacionales de los planetas de nuestro sistema solar, predominando la atracción solar y lunar. Estas deformaciones pueden alcanzar variaciones de hasta 40 centímetros en bajas latitudes en periodos de 6 horas ([30]). Para consideraciones geodésicas hay que tener en cuenta cuatro constituyentes de las mareas: las mareas diurna solar, semidiurna solar, diurna lunar y semidiurna lunar. Las mareas diurnas tienen un periodo de 24 horas y 50 minutos mientras que las semidiurnas de 12 horas y 25 minutos.

El efecto de la carga oceánica produce variaciones en la situación de los puntos de la corteza en las áreas costeras con especial incidencia en la vertical causado por el empuje de las fluctuaciones del nivel del mar debidas a las mareas. Si queremos alcanzar el nivel del centímetro (como es nuestro caso), la carga oceánica debe ser incluida en el análisis posicional.

## 2.3. Procesado GPS

El procesado de las estaciones GPS se ha realizado con el software científico GIPSY-OASIS II y la estrategia de Posicionamiento Preciso de Puntos.

El software GIPSY-OASIS II (GPS Inferred Positioning System - Orbit Analysis and Simulation Software) es un paquete informático para el análisis preciso de datos GPS, desarrollado por el departamento JPL (Jet Propulsion Laboratory) de la NASA (National Aeronautics and Space Administration). GIPSY y OASIS son dos paquetes separados. GIPSY está diseñado para aplicaciones geodésicas mientras que OASIS es un paquete de análisis covariante para misiones espaciales y de órbitas terrestres.

La gran mayoría de los softwares científicos emplean el posicionamiento relativo. Sin embargo, a finales de los años noventa el JPL empezó a desarrollar una nueva técnica que no requería diferenciación para obtener posiciones precisas. Lo llamaron Posicionamiento Preciso de Puntos y lo implementaron en su software para procesado GIPSY-OASIS II ([40]).

El Posicionamiento Preciso de Puntos (PPP) nos proporciona coordenadas en tres dimensiones, utilizando los datos de una sola estación, con una precisión análoga a la que se obtiene en el modo relativo de otras estrategias. Las efemérides precisas y las correcciones de los relojes, junto con datos de receptores de doble frecuencia, son la clave para obtener ese nivel de precisión. Además, el tiempo computacional es mucho menor que el del procesado de redes.

La principal ventaja que presenta este método es su simplicidad aún cuando obtiene una precisión en posición de una manera eficiente a nivel global. Para obtener las coordenadas de un punto, sólo se requiere un receptor sin que sea necesario el uso de una marca de referencia. Pero esa simplicidad para el usuario no significa que el método sea simple en sí mismo. Muchos efectos que pueden omitirse en el posicionamiento relativo

se tienen en cuenta al usar el método PPP. Algunos de estos efectos, como es el caso de la refracción atmosférica, se atenúan en los métodos relativos por la correlación de los fenómenos físicos en los receptores, en función de la longitud de la base línea que los une [38].

Los parámetros que hemos empleado en el procesado de datos con dicho software y la estrategia PPP son los siguientes:

- Órbitas, correcciones de los relojes de los satélites y parámetros de orientación de la Tierra no fiduciales obtenidos del JPL, además de obtener los intervalos en los que los satélites entran en el cono de sombra de la tierra, por lo que la actitud del satélite es indeterminada.
- Rechazo de observaciones con ángulo de elevación menor a  $10^\circ$  para minimizar el error producido por el efecto troposférico.
- Estimación del reloj de la estación: ruido blanco.
- Estimación del retraso troposférico de la señal: camino aleatorio.
- Parámetros de carga oceánica en 3D: modelo FES99, en amplitudes y fases.
- Parámetros de mareas terrestres: incluidos en el propio software.
- Estimación del retraso hidrostático en la troposfera: función de Niell.
- Parámetros de carga atmosférica: no se han tenido en cuenta.
- Correcciones específicas del modelo geofísico en concordancia con los adoptados por el IERS (International Earth Rotation Service).
- Correcciones específicas de los centros de fase de las antenas en concordancia con los convenios del IGS (International GPS Service).
- Intervalo de muestra: 30 segundos.
- No se eliminan ambigüedades.

## 2.4. Concepto de GPS Dual

La gran mayoría de los mareógrafos instalados en las costas europeas están situados en puertos marítimos, pero éste no es un emplazamiento óptimo para un receptor GPS dadas las interferencias ambientales existentes en dichos entornos y la falta de consolidación de algunas construcciones.

La solución para estas localizaciones viene dada por la instalación de un GPS dual. El desarrollo de este nuevo concepto conlleva la instalación de una segunda estación GPS permanente en las proximidades del mareógrafo pero alejada de los fenómenos perturbadores descritos en el párrafo anterior, para poder obtener una referencia del desplazamiento del mismo con respecto a la estación permanente estable en tierra. El único problema que persiste aún es el de tener una obstrucción prolongada de la señal o radio interferencias cerca del mareógrafo ([31]).

La ventaja de usar este método radica en que podemos aislar el desplazamiento vertical al que se ve sometido el mareógrafo como consecuencia de las mareas oceánicas. Para ello, deberemos tener en cuenta únicamente que ambas estaciones permanentes están sometidas al desplazamiento de la corteza terrestre, pero sólo la cercana al mareógrafo se ve sometida además a dicho desplazamiento vertical. Así, con una separación de las componentes geofísicas, obtendríamos el resultado esperado.

Una vez finalizado el análisis de los beneficios de usar GPS dual en estaciones próximas a un mareógrafo, llega el momento de discernir acerca del método adecuado para procesar los datos obtenidos de las dos estaciones permanentes.

Si en nuestro análisis tomamos series temporales coordenadas obtenidas con las soluciones diarias mediante la técnica del Posicionamiento Preciso de Puntos, este método nos aportaría el hecho de que cada estación estaría determinada por sí sola y no como parte de una red. Por tanto, aislando cada estación permanente, las medidas GPS obtenidas de estaciones cercanas no afectarán a la determinación de las coordenadas.

En cambio, usar el método de las dobles diferencias lleva implícito que la inclusión de baselíneas de más de 100 kilómetros junto con otras que distan pocos kilómetros en el ajuste de una red puede aportar problemas relacionados con la estimación del retraso troposférico.

Así pues, como se intenta evitar el mezclar baselíneas largas y medias con las cortas

en el análisis de una red global e incluso regional, es aconsejable optar por la primera técnica ([30])

Una vez que tenemos las series temporales de las coordenadas individuales de cada una de las dos estaciones permanentes que componen el GPS dual, tendremos una solución diaria en los instantes de tiempo  $t$ , con  $t = 1, \dots, N$ , para cada estación. Las series temporales son entonces diferenciadas de la siguiente manera:

$$X_{AB}(t) = X_A(t) - X_B(t)$$

dónde  $X_A(t)$  y  $X_B(t)$  son las coordenadas para las estaciones  $A$  y  $B$ . La serie temporal coordenada diferencia, como una serie de coordenadas diferenciadas  $X_{AB}(t)$ , puede ser entonces objeto de análisis de forma que se puede estimar la velocidad relativa entre ambas estaciones.





## Capítulo 3

# Análisis de series temporales de coordenadas GPS

Trabajos anteriores en análisis de series temporales de coordenadas GPS han incluido investigaciones sobre el efecto del ruido de color ([16], [39], [19], [35], [17], [36]), la reducción de las variaciones espacialmente correladas ([33], [20], [12]), señales armónicas anuales y semianuales ([6], [8]), discontinuidades en las estimaciones de las velocidades de las estaciones y sus incertidumbres asociadas([35]).

Hoy en día es ampliamente aceptada la hipótesis de que las variaciones diarias en las series temporales de coordenadas no son puramente aleatorias e independientes del tiempo.

La metodología aplicada en este trabajo para el análisis de las series temporales de coordenadas GPS está basada en el análisis estocástico empleando Estimación de Máxima Verosimilitud (MLE). Antes de la aplicación de este método se eliminan los puntos anómalos y se identifican y extraen los periodos de datos defectuosos. La estrategia también incorpora la detección de señales periódicas significativas aunque para este trabajo vamos a asumir sólo los armónicos anuales. Las series temporales de coordenadas pre-procesadas se analizan empleando el MLE para inferir estimaciones precisas de la velocidad de la estación junto con incertidumbres realistas teniendo en cuenta el ruido de color.

### 3.1. Espectro de Potencias

Antes de nada, recordemos algunos conceptos básicos que emplearemos:

Supongamos tenemos dos variables aleatorias,  $X$  e  $Y$ , con medias  $E[X] = \mu_X$ ,  $E[Y] = \mu_Y$  respectivamente. La covarianza de  $X$  e  $Y$  se define como

$$Cov(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$$

Si  $X$  e  $Y$  son independientes, tenemos que su covarianza es cero. Si  $X$  e  $Y$  no son independientes, la covarianza puede ser positiva o negativa dependiendo de si valores altos de  $X$  se corresponden con valores altos o bajos de  $Y$ .

Ahora supongamos que tenemos una única variable aleatoria,  $X$ , con media  $\mu$ , y  $t_1$ ,  $t_2$  dos instantes distintos. Se define la autocovarianza para dichos instantes como

$$\gamma(t_1, t_2) = E[(X(t_1) - \mu)(X(t_2) - \mu)]$$

Cuando la autocovarianza no depende de los valores  $t_1$  y  $t_2$ , sino de la diferencia de tiempo que hay entre ellos, se puede definir de forma general el coeficiente de autocovarianza con retraso  $k$  como:

$$\gamma(k) = E[(X(t) - \mu)(X(t+k) - \mu)] = Cov[X(t), X(t+k)]$$

Supongamos ahora que tenemos una variable aleatoria  $X$  cuya variación en el tiempo es debida a la variación en varias frecuencias diferentes. Se define la función de densidad espectral o espectro de potencias como la transformada de Fourier de la función de autocovarianzas

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{-i\omega k}$$

siendo  $\omega$  la frecuencia angular en radianes.

Si consideramos la relación inversa, tenemos

$$\gamma(k) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega k} f(\omega) d\omega$$

Haciendo  $k = 0$ , tenemos  $\gamma(0) = \sigma_X^2 = \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) d\omega$ .

El significado físico del espectro es que  $f(\omega) d\omega$  representa la contribución a la varianza de componentes con frecuencias en el intervalo  $[\omega, \omega + d\omega]$ . Cuando se dibuja el espectro,

la ecuación anterior indica que el área total debajo de la curva es igual a la varianza del proceso. Un pico en el espectro indica una contribución importante a la varianza en frecuencias del intervalo apropiado.

Si representamos el espectro en el espacio log-log tenemos que el espectro aparece como una línea recta. Se define el índice espectral como la pendiente de dicha curva [7].

Un proceso se dice que es de serie de potencias cuando su función de distribución viene dada por una serie de potencias. El comportamiento de este proceso estocástico en el tiempo es tal que su espectro de potencias es de la forma:

$$P_X(f) = P_0 \left( \frac{f}{f_0} \right)^\kappa$$

donde  $f$  es la frecuencia temporal ( $f = \omega/2\pi$ ),  $P_0$  y  $f_0$  son constantes normalizadoras y  $\kappa$  es el índice espectral ([1]). A mayores valores de  $\kappa$ , le corresponden procesos más suaves, más dominados por las bajas frecuencias.

Normalmente el índice espectral  $\kappa$  recae, para este tipo de procesos, en el intervalo  $[-3, 1]$  ([30],[36],[19],[39]). Los procesos que caen dentro de este rango son divididos entre:

- movimiento fraccional Browning con  $-3 < \kappa < -1$ : son procesos no estacionarios.
- movimiento fraccional Gaussiano o ruido blanco fraccional si  $-1 < \kappa < 1$ : son procesos estacionarios o independientes del tiempo.

Casos especiales de estos modelos estocásticos son los que se dan para valores enteros:

- $\kappa = 0$ : el clásico ruido blanco
- $\kappa = -1$ : ruido de centelleo
- $\kappa = -2$ : movimiento browniano o camino aleatorio

Emplearemos el término ruido de color (dependiente del tiempo) para referirnos a los procesos de serie de potencias distintos del clásico ruido blanco. El ruido blanco es causado por errores aleatorios independientes del tiempo y puede ser reducido incrementando el número de medidas y promediando; mientras que el ruido de color es dependiente del tiempo y al aumentar el número de medidas vamos a obtener un menor efecto en la reducción del tamaño de los errores. Por tanto habrá que buscar un modelo para corregirlo.

## 3.2. Pre-procesado de las series temporales coordinadas GPS

Antes de comenzar el proceso de análisis de series temporales, la serie temporal coordinada tiene que ser limpiada. Para ello, vamos a hacer dos tipos de “limpiezas” a la serie: eliminación de outliers o puntos anómalos y detección de discontinuidades u offsets.

### 3.2.1. Outliers o puntos anómalos

Un punto anómalo en una época determinada es normalmente el resultado de una mala información o unos datos defectuosos para ese sitio en esa época y que se introduce en el procedimiento del análisis de las estaciones GPS permanentes.

Hay muchos métodos para detectar puntos anómalos en la literatura matemática, tales como el uso de umbrales, de wavelets, de la distancia de Mahalanobis o de tests como el de Grubb's o el de Dixon ([13]). Nosotros trataremos los outliers a través de dos métodos que describimos a continuación.

El primer método para tratar los puntos anómalos es asumir que el procesado de datos GPS va a producir un error que reflejará la posición del punto anómalo y por tanto cuando se estimen los parámetros de la serie temporal, el efecto del punto anómalo será automáticamente reducido o eliminado. En este caso, no hace falta eliminar los puntos anómalos.

El segundo método emplea un criterio de detección y eliminación de cualquier punto de la serie temporal coordinada que consideremos punto anómalo. Normalmente esto implica algún proceso iterativo dónde se crean unos residuos de la solución preliminar. Los puntos anómalos se detectan y eliminan de la serie temporal y se crean unos nuevos residuos. El proceso es repetido hasta que no se encuentran más puntos que verifiquen nuestra condición de punto anómalo.

Nosotros definimos los puntos anómalos como puntos tales que ([33], [30], [20]):

- Las barras de error sean mayor que tres veces el error cuadrático medio (RMS) en cualquiera de sus tres componentes.
- Que se desvíe de la media de la serie más de tres veces el error cuadrático medio.

Esto se conoce como el test 3-sigma, y tiene en cuenta que la probabilidad de que los puntos estén a una distancia menor a  $3\sigma$  de su verdadero valor es del 99.5%.

### 3.2.2. Detección de discontinuidades u Offsets

A las discontinuidades en las series temporales coordinadas se les llama generalmente offsets. Las magnitudes de tales offsets pueden ser conocidas o desconocidas, así como las épocas en los que ocurren y sus causas. Los offsets en las series temporales coordinadas son poco deseables y poco importantes. O bien se niega su existencia, o bien, cuando se sabe que hay un offset, se considera que se conoce la fecha de la discontinuidad y por tanto el offset se puede suprimir. Sin embargo, conocidos o desconocidos, el efecto general de estos eventos es disminuir la precisión y fiabilidad de las velocidades estimadas. Recientemente se ha investigado en detalle su efecto en las velocidades de las ecuaciones y sus incertidumbres ([35]).

Una de las razones más obvias para que se produzca un offset es que se haya movido la estación GPS permanente. Los terremotos son una fuente común de offsets en áreas sísmicamente activas. Sin embargo, aparte de estos movimientos tectónicos, hay bastantes eventos que han sido estudiados y que provocan estas discontinuidades. Una de las causas más comunes para los offsets artificiales en GPS son cambios en la antena, en el entorno inmediato de la antena o acumulaciones de nieve ([12]). Algunos de estos offsets se pueden resolver con un buen mantenimiento de la estación y registrando en el `log_file` de la estación cualquier evento que le ocurra al GPS. Otros, grandes e inesperados, son claramente visibles en la serie temporal y por tanto se pueden eliminar. Los offsets pequeños y desconocidos quedaran indetectables en la serie temporal.

Por todo esto, deberíamos aplicar algún tipo de algoritmo para detectar los offsets. El problema es que todavía no se ha encontrado ningún algoritmo apropiado para el tipo de serie que estamos tratando aquí. Es cierto que hay algoritmos diseñados para la detección de discontinuidades tales como las wavelets, edgepreserving smoothing, kernel-based estimation, polinomios locales o splines, etc.; pero normalmente estos algoritmos asumen que el número de discontinuidades es conocido a priori, mientras que esto es raramente el caso. Muchos están diseñados para asumir que el tipo de ruido es el ruido blanco y se ha demostrado ya que este no es el caso del GPS. Probablemente, esta sea la razón por la que la mayoría de los offsets se identifican con la inspección visual de los

datos junto con la historia de la estación y el conocimiento de terremotos cercanos.

### 3.3. Estimación de Máxima Verosimilitud

Supongamos que tenemos la distribución de probabilidad de una variable aleatoria, que contiene un conjunto de parámetros  $\theta$  cuyos valores desconocemos y queremos determinar. Lo único que conocemos a priori de estos parámetros es que sólo toman valores dentro un conjunto llamado espacio paramétrico que simbolizamos como  $\Theta$ . La única información de partida al respecto de este conjunto de parámetros desconocidos es la proporcionada por una muestra aleatoria simple  $X$  de tamaño  $n$ .

Denotaremos por  $P(X/\theta)$  como la probabilidad de extraer la muestra  $X$  cuando el conjunto de parámetros  $\theta$  toma un conjunto de valores del espacio paramétrico  $\Theta$ . De la información proporcionada por la muestra extraída,  $X$ , podremos determinar cuál de los posibles valores de  $\theta$  son los que realmente presentan la población a estudiar.

Se define la función de verosimilitud,  $L(X; \theta)$ , como una proporcionalidad de la probabilidad de que ocurra el suceso condicionado a ese conjunto de parámetros,  $X/\theta$ :

$$L(X; \theta) = kP(X/\theta)$$

siendo  $k$  la constante de proporcionalidad.

De esta forma, diremos que la verosimilitud de que el conjunto de parámetros  $\theta$  tome el valor  $\theta_1$  es mayor que la verosimilitud de que sea igual a  $\theta_2$  si

$$L(X; \theta_1) > L(X; \theta_2)$$

es decir, si

$$P(X/\theta_1) > P(X/\theta_2)$$

Por tanto, tenemos una forma de elegir los valores del conjunto de parámetros  $\theta$ , pues tomaremos los valores de  $\theta$  que proporcione la mayor probabilidad de obtención de la muestra  $X$ .

Así, la elección del estimador  $\hat{\theta}$  de entre todos los posibles valores que puede tomar el parámetro  $\theta$  dentro del espacio paramétrico  $\Theta$  vendrá de maximizar la función de verosimilitud. Esto es:

$$L(X; \hat{\theta}) = \max_{\theta \in \Theta} L(X; \theta)$$

Tal y como se ha definido el estimador de máxima verosimilitud, tenemos que este estimador tiene las siguientes propiedades ([27]):

- No es por regla general insesgado, pero sí asintóticamente insesgado.
- Es consistente.
- Todo estimador máximo verosímil no es eficiente, pero si existe una estimador eficiente, es el máximo verosímil.
- Es asintóticamente normal.
- Es asintóticamente eficiente.
- Si existe un estadístico suficiente del parámetro  $\theta$ , el estimador de máxima verosimilitud es función de este.
- La estimación verosímil es invariante bajo transformaciones de los parámetros.

### 3.4. Análisis de series temporales coordenadas GPS

El análisis de series temporales coordenadas se lleva a cabo a partir de la serie temporal una vez eliminados los puntos anómalos. En el análisis no sólo se pretende obtener la velocidad lineal de la serie sino además los parámetros de las señales periódicas y las magnitudes de las discontinuidades cuyas fechas especifiquemos.

La estimación de máxima verosimilitud está considerada como el método más preciso para analizar las características del ruido de una serie temporal coordenada ([39], [19], [34], [36], [30]). Este método permite estimar simultáneamente las amplitudes del ruido para varios modelos estocásticos así como los parámetros de la tendencia lineal, la señal periódica y las amplitudes de las discontinuidades, además de estimar las incertidumbres de dichos parámetros.

En el análisis de las series temporales coordenadas emplearemos el siguiente modelo de movimiento de la estación:

$$x(t) = a + bt + \sum_{j=1}^p (A_j \sin \omega_j t + B_j \cos \omega_j t) + \sum_{j=1}^n C_j H(t - T_j)$$



dónde  $x$  es el valor de la coordenada GPS que estemos estudiando en ese instante  $t$ ,  $a$  es el valor inicial,  $b$  es la velocidad de la serie,  $\omega_1, \dots, \omega_p$  son las frecuencias angulares de las componentes armónicas, y  $A_j$  y  $B_j$  son sus amplitudes de seno y coseno respectivas. Los coeficientes  $C_j$  son las magnitudes de las discontinuidades descritas por la función de Heaviside:

$$H(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau < 0 \\ 1 & \text{si } \tau \geq 0 \end{cases}$$

y el instante de tiempo de la discontinuidad  $T_j$ . El número de discontinuidades incluidas viene dado por  $n$ .

Como sólo vamos a estimar una componente armónica, la anual, los parámetros que tendremos que estimar serán el valor inicial,  $a$ , la velocidad,  $b$ , las amplitudes de seno y coseno de la componente armónica anual,  $A$  y  $B$ , y los coeficientes  $C_j$  de las magnitudes de las discontinuidades que consideremos.

Al igual que en otros tantos fenómenos geofísicos, el ruido en las series temporales de posiciones GPS puede ser descrito como un proceso de serie de potencias.

Para estimar las componentes del ruido usando el MLE, se maximiza la función de probabilidad mediante el ajuste de la matriz de covarianza de los datos. Que viene dado por:

$$lik(\hat{v}, C) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} (\det C)^{\frac{1}{2}}} \exp(-0,5\hat{v}^T C^{-1}\hat{v})$$

dónde  $lik$  es de "likelihood" que significa verosimilitud. Y tomando el logaritmo neperiano, tenemos:

$$MLE = \ln[lik(\hat{v}, C)] = -\frac{1}{2} [\ln(\det C) + \hat{v}^T C^{-1}\hat{v} + N \ln(2\pi)]$$

dónde  $N$  es el número de épocas u observaciones,  $C$  es la matriz de covarianzas de los datos y  $\hat{v}$  son los residuos post-ajuste de un modelo aplicado a la serie temporal original usando mínimos cuadrados con la misma matriz de covarianzas  $C$ .

Vamos a uponer que la matriz  $C$  es una combinación de dos fuentes de error, una componente de ruido blanco y otra de ruido de serie de potencias de forma que:

$$C = a_w^2 I + b_\kappa^2 J_\kappa$$

dónde  $a_w$  y  $b_\kappa$  son las amplitudes del ruido blanco y del ruido de color respectivamente. La matriz identidad,  $I$ , es la matriz de covarianza del ruido blanco evocando la independencia en el tiempo de este tipo de procesos. La matriz  $J_\kappa$  es la matriz de covarianza del ruido de

serie de potencias con índice espectral  $\kappa$  y se calcula por medio de modelos fraccionalmente integrados ([11],[34]) de forma tal que

$$J_\kappa = TT^T$$

dónde  $T$  es una matriz de transformación obtenida de

$$T = \Delta T^{-\kappa/4} \begin{bmatrix} \psi_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_1 & \psi_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_2 & \psi_1 & \psi_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \psi_{n-1} & \psi_{n-2} & \psi_{n-3} & \cdots & \psi_0 \end{bmatrix}$$

siendo  $\Delta T$  el intervalo muestral y

$$\psi_n = \frac{-\frac{\kappa}{2}(1 - \frac{\kappa}{2}) \cdots (n - 1 - \frac{\kappa}{2})}{n!} = \frac{\Gamma(n - \frac{\kappa}{2})}{n! \Gamma(-\frac{\kappa}{2})}$$

Cuando  $n$  tiende a  $\infty$ ,  $\psi_n$  puede ser aproximado por ([34]):

$$\psi_n = \frac{n^{-\frac{\kappa}{2}-1}}{\Gamma(-\frac{\kappa}{2})}$$

Por tanto, usando MLE podemos ajustar la serie temporal coordinada a un modelo estocástico preciso estimando las amplitudes del ruido para un modelo asumiendo que se trata de una combinación de ruido blanco y de ruido de serie de potencias: WN+PLN, es decir, White Noise + Power-Law Noise. Este enfoque está basado en la reciente fórmula general de la matriz de covarianzas para un proceso de serie de potencias, permitiéndonos estimar las amplitudes de ruido y el índice espectral junto con el resto de los parámetros del modelo de movimiento de la estación. Las propiedades estocásticas y los parámetros lineales se estiman a la vez de forma iterativa a través de una función a maximizar. La función a maximizar elige un modelo de ruido y estima los parámetros lineales sobre los cuales se calcula un nuevo conjunto de residuos. Empleando estos residuos y la matriz de covarianza, se estima el valor de verosimilitud y se elige un nuevo modelo de ruido con un mayor valor de verosimilitud. Este proceso se repite hasta que la función de verosimilitud alcance su valor máximo.

### 3.5. El software CATS de análisis de series temporales

Para obtener los parámetros del modelo de movimiento de nuestra serie temporal coordinada con el método MLE vamos a emplear el software CATS. CATS es un conjunto de programas que crea y analiza series temporales. CATS fue desarrollado por Simon Williams en el Proudman Oceanography Observatory, indirectamente basado en códigos de MATLAB desarrollados por H. Johnson. El software está escrito en C y está diseñado para ser ejecutado en Linux o en un PC con Windows a través de un emulador de unix cygwin. El código necesita la librería CLAPACK.

El programa que emplearemos de este software se llama `cats_MLE` y emplea MLE para ajustar un modelo multi-paramétrico a una serie temporal. El programa obtiene todos los parámetros simultáneamente pero en dos fases para incrementar la velocidad. La parte lineal incluye el cálculo del pequeños offset, la tendencia, saltos bruscos (como el caso de terremotos), y términos sinusoidales (como términos anuales y semianuales). La parte no lineal resuelve distintos tipos de modelos de ruidos específicos: ruido blanco, WN+PLN, proceso de Gauss Markov de primer orden + ruido blanco y ruido de serie de potencias.

# Capítulo 4

## Experimento DGPS en Ceuta

Las estaciones GPS que vamos a estudiar están ubicadas en la ciudad de Ceuta. La estación CEUT fue instalada el 24 de Agosto de 2001 por el Instituto Geográfico Nacional (IGN). Está ubicada en el tejado del edificio de la Autoridad Portuaria de Ceuta, en el muelle de Poniente y a poca distancia de la estación mareográfica del Instituto Español de Oceanografía (IEO). Desde sus comienzos, la estación GPS permanente está dotada con un receptor TRIMBLE 4000 SSI y con una antena TRIMBLE Chocked Ring con Domo.

La estación CEUD fue instalada el 25 de Septiembre de 2003 por el Real Instituto y Observatorio de la Armada de San Fernando. Esta estación permanente fue creada dentro del marco del proyecto europeo ESEAS-RI (European SEA level Service - Research Infrastructure), que fue desarrollado con dos objetivos fundamentales: el primero consiste en estudiar las variaciones del nivel del mar así como calcular los posibles cambios futuros en el nivel medio de los mares, y el segundo en proporcionar una base de datos sobre el nivel del mar en Europa mediante la creación de una infraestructura apropiada. Fue establecida en las instalaciones del Museo del Desnarigado, del Ejército de Tierra. Desde sus comienzos, esta estación ha cambiado varias veces sus equipos como muestra en la tabla 4.1.

Por tanto, tenemos un par de estaciones que distan entre sí menos de 3 kilómetros. La estación CEUT a poca distancia del mareógrafo de la ciudad de Ceuta nos sirve para corregir el nivel medio del mar con respecto a desplazamientos verticales. La otra estación, CEUD, a pocos kilómetros de esta primera, está enclava en roca y por tanto nos sirve para referir el movimiento vertical que pueda detectarse en la estación junto al mareógrafo, a

Fecha	Equipo	s/n	Antena	s/n
25-Sep-03	TRM 4000SSI	3513A10400	TRM Compact L1/L2 w/gp	0220015667
15-Ene-04	TRM 4000SSI	3650A17785	TRM Compact L1/L2 w/gp	0220012709
15-Abr-04	TRM 4000SSI	3513A10400	—	—
08-Jul-04	TRM NetRS	4351230287	—	—
25-Nov-04	TRM NetRS	4351230302	—	—
26-May-05	—	—	TRM Choke Ring	0220346572

Tabla 4.1: Cambios de equipos en la estación GPS permanente de CEUD

una zona de terreno estable lejos de los muelles. En la figura 4.1 podemos ver donde están situadas ambas estaciones.



Figura 4.1: Par de estaciones GPS duales CEUT y CEUD

## 4.1. Procesado de datos GPS

El intervalo seleccionado para este estudio viene dado por la instalación de las estaciones GPS y por las efemérides precisas del Jet Propulsion Laboratory, que a fecha del procesado de estos datos correspondía con el 27 de junio de 2006. Por tanto, tenemos que las tres series temporales a estudiar (CEUT, CEUD y CEUT-CEUD) cumplen el requisito establecido por Blewit & Lavallée en el año 2002 ([6]) por el cual la duración mínima de una serie temporal GPS de la que queramos estudiar su velocidad, debe ser de 2 años y medio. En la figura 4.2 podemos ver representadas las longitudes de las tres series temporales objeto de estudio, así como las discontinuidades que presentan las mismas.

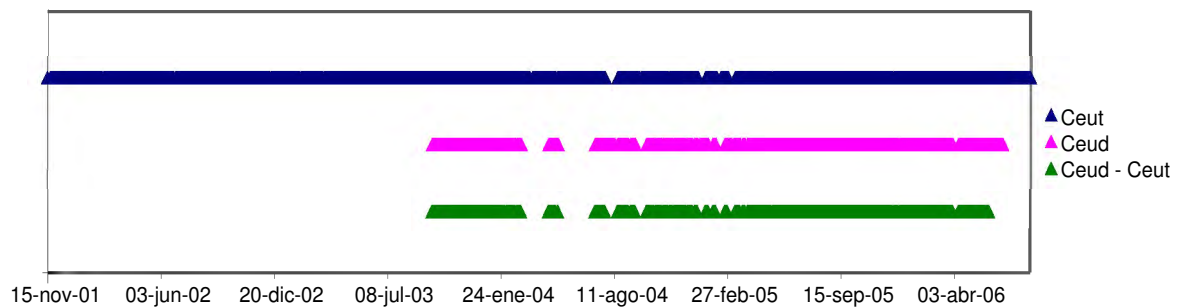


Figura 4.2: Días analizados para cada una de las estaciones así como para la serie temporal formada por la diferencia de ambas estaciones

Como ya hemos dicho en el capítulo 2, el procesado de los datos GPS se ha realizado con el software GIPSY-OASIS II con la estrategia del Posicionamiento Preciso de Puntos. La finalidad del procesado es obtener un vector de posición para cada día de observación. Como cualquier vector de posición, está formado por 3 coordenadas respecto a un sistema de referencia: latitud, longitud y altura con respecto al elipsoide de referencia ITRF2000. Uniendo los valores de cada una de las coordenadas formamos tres series temporales de desplazamientos con respecto a unas coordenadas medias de la estación. Estas coordenadas medias están indicadas en la tabla 4.2, y las series temporales obtenidas para ambas estaciones podemos verlas en la figura 4.3.

Estación	Latitud	Longitud	Altura
CEUT	35.8960	-5.3113	51.9345
CEUD	35.8950	-5.2811	91.3575

Tabla 4.2: Coordenadas GPS obtenidas del procesado.

Estación	Latitud	Longitud	Altura
CEUT	2.53	3.75	7.13
CEUD	2.05	3.33	6.62
CEUT-CEUD	1.82	3.63	7.62

Tabla 4.3: RMS expresado en milímetros de las estaciones GPS de CEUT y CEUD así como de la estación generada como diferencia de ambas.

Tomando como medida de comparación el error cuadrático medio (RMS) para cada coordenada, cuyos valores vemos representados en la tabla 4.3, observamos que en altura los resultados son considerablemente peores, poniendo de manifiesto, como ya habíamos anunciado, que el GPS ofrece una mayor dispersión en esta componente y, con ello, obtenemos una menor precisión.

## 4.2. Anomalías de las series temporales

Una vez finalizado el procesado de los datos se han aplicado diversos métodos destinados a obtener y/o detectar alteraciones en el comportamiento regular de una serie.

El primer paso ha sido realizar una representación gráfica de las series temporales de ambas estaciones con el fin de realizar una inspección visual. Este método sólo nos será válido en el caso de que los datos sufran un cambio muy brusco o se mantenga durante un largo periodo de tiempo.

Lo primero que podemos apreciar en la representación gráfica 4.3 de las dos series objeto de estudio, es que la estación GPS sita en el Castillo del Desnarigado (CEUD), presenta varias discontinuidades en los días de observación al comienzo de dicha serie. Esto es debido a las instalaciones del emplazamiento de dicha estación. El Castillo del

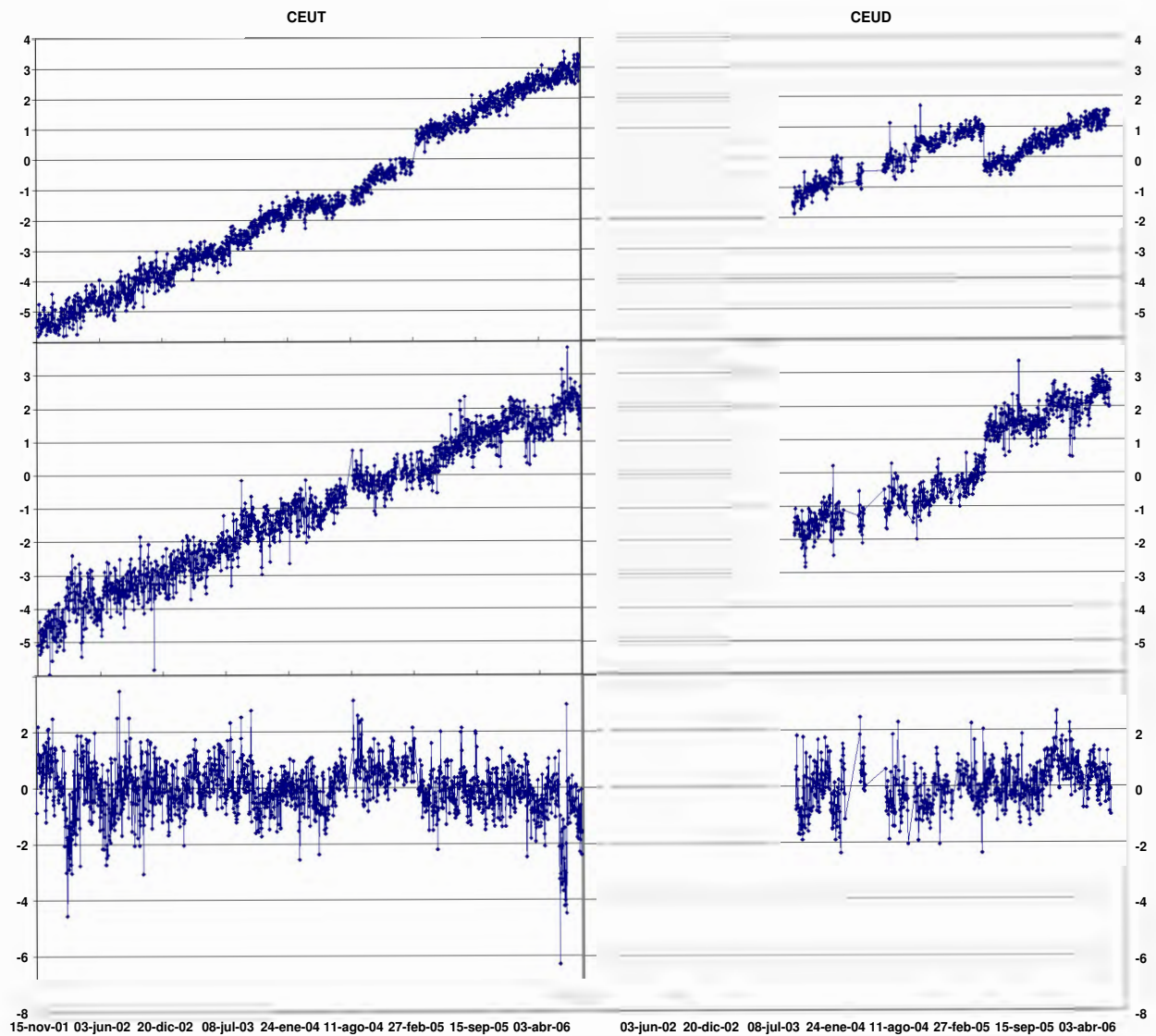


Figura 4.3: Series temporales en centímetros de CEUD y CEUT en bruto. De arriba a abajo tenemos representadas las coordenadas latitud, longitud y altura.



Desnarigado es una fortificación con una larga historia y que fue restaurado en el año 1.983 para posteriormente convertirlo en Museo Militar. No posee conexión de internet y por tanto el mantenimiento de la estación ha de realizarse aproximadamente una vez al mes, cuando miembros del Real Instituto y Observatorio de la Armada de San Fernando, se desplazan hasta Ceuta para comprobar el estado de la estación y descargar los datos registrados. Por tanto, cuando hay una pérdida de corriente eléctrica importante o algún problema con el equipo, este no puede ser solucionado hasta un nuevo mantenimiento de la estación. Este problema fue en parte solucionado el 8 de Julio de 2004 con la instalación de un equipo marca TRIMBLE y modelo NetRS pues este equipo ofrece una mejor fiabilidad.

En la figura 4.3 también podemos observar los saltos u offsets de estas dos series. Este es el caso de la serie del Puerto de Ceuta (CEUT) cuya imagen queda reflejada en la parte de la izquierda de la figura, en ella podemos ver claramente como en marzo de 2005 (concretamente el 12 de marzo) la serie presenta una discontinuidad, observándose con mayor magnitud en su componente norte. En la página oficial de EUREF, podemos encontrar información extra de la estación de CEUT. De esta página, podemos leer el siguiente comentario ([23]):

```
01-mar-05 → 12-mar-05 Due to a hard swell in the port of Ceuta, CEUT
                        station has been flooded and most of electrical
                        facilities have got damaged.
```

En la serie temporal de CEUD, podemos observar claramente una discontinuidad de importante magnitud en mayo de 2005 que corresponde al cambio de antena que se realiza el 26 de Mayo de 2005, como queda reflejado en la tabla 4.1. Además, debido a las discontinuidades que presenta esta serie, no se puede observar con claridad los posibles offsets generados por los distintos cambios de equipos que ha sufrido esta estación desde su instalación. Por tanto, a la hora de analizar esta serie temporal, tendremos que analizar todos los offsets generados por cambios de equipos, tantos como se muestran en la tabla 4.1.

Finalmente, en la serie de CEUT, en su componente vertical, se puede apreciar claramente cómo el mes de junio de 2006 rompe con la estabilidad que presentaba la serie. Una vez detectado el problema, fue investigado más a fondo el comportamiento de esta estación. Para ello, se volvió a investigar en la página de EUREF la posibilidad de un comportamiento anómalo de la estación en ese periodo de tiempo. En la figura 4.4 se muestra el número de observaciones diarias de esta estación en el año 2006 y se puede

apreciar como aproximadamente a partir del día 155 del año, correspondiente al día 4 de junio, el número de observaciones baja alarmantemente. La única referencia que se hace al respecto de esta situación en la página web de EUREF son dos e-mails en que se comenta la existencia de dicho problema pero se desconoce la causa del mismo. Por tanto, en nuestro análisis deberemos excluir este periodo de tiempo (del 4 de junio de 2006 hasta el final de la serie).

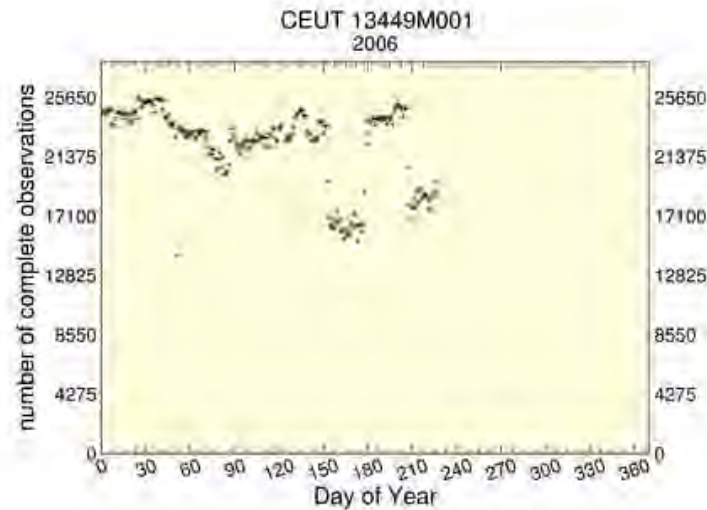


Figura 4.4: Gráfico con el número de observaciones diarias de 2006 de la estación de CEUT obtenidas de la página oficial de EUREF ([23]).

Por último, una vez que hemos identificado los periodos de datos que han de ser eliminados y los saltos que presentan las series, así como las fechas en los que ocurren, hemos aplicado el test estadístico 3-sigma reiteradas veces para eliminar los puntos anómalos.

### 4.3. Análisis de las series temporales

Para el análisis de las series temporales se ha empleado el método de máxima verosimilitud (MLE) ajustando un modelo de ruido blanco y de ruido de serie de potencias. En este análisis se incluye una tercera serie temporal formada como diferencia entre las series de CEUT y CEUD.

Estación	Latitud	Longitud	Altura
CEUT	-0.6407	-0.6819	-0.9100
CEUD	-0.6066	-0.7000	-0.4586
CEUT-CEUD	-0.3777	-0.3229	-0.3031

Tabla 4.4: Índices espectrales.

En la tabla 4.4 podemos ver los índices espectrales obtenidos del análisis de las series temporales en sus tres componentes. Podemos observar como las tres series en sus tres componentes tienen un índice espectral con valores entre 0 y -1, lo que indica ruido blanco fraccional, quedando el ruido de estas series estimado como ruido blanco más ruido blanco fraccional. Podemos apreciar en esta tabla como las series temporales duales de CEUT y CEUD presentan índices espectrales parejos por coordenadas, excepto en la coordenada vertical, debido a su proximidad.

Estudios anteriores sobre el ruido de las series temporales demuestran que el ruido de este tipo de series no es sólo ruido blanco. Zhang et al. en el año 1997 ([39]) demostraron que ajustando un modelo de ruido blanco más ruido de centelleo, la proporción de error era entre 3 y 6 veces mayor que ajustando sólo ruido blanco, concluyendo que el ruido blanco subestima la cantidad de ruido. Posteriormente fue ampliamente demostrado ([16], [19], [33]) que no considerar el ruido de color repercute en una subestimación de las incertidumbres de las velocidades de las estaciones. Los candidatos para modelar este tipo de ruido eran el ruido de centelleo y el de camino aleatorio.

En el año 2004, Williams et al. ([36]) llevaron a cabo un estudio en el que analizaron 877 series temporales globales y regionales de 377 estaciones en un periodo de 11 años. En este estudio llegaron a la conclusión de que la mejor estimación del ruido para estaciones GPS es el ruido blanco más el ruido de centelleo.

Y es que hasta hace poco sólo se conocían los valores de las matrices de covarianza para ruidos de series de potencias con índices espectrales enteros, y esto reducía bastante nuestro campo de trabajo limitándolo a ajustar nuestra serie a un ruido blanco junto con ruido de centelleo o camino aleatorio. Williams fue el que dio una fórmula general para originar la matriz de covarianzas de cualquier ruido de series de potencias ([34]). Al no asumir a priori el tipo de ruido de nuestras series, el MLE determina un índice espectral fraccional que describe mucho mejor las características del ruido de nuestras series.

Estación		Latitud	Longitud	Altura
CEUT	Ruido blanco	$0.8260 \pm 0.2417$	$0.2417 \pm 0.2640$	$5.0903 \pm 0.2279$
	Ruido color	$5.0685 \pm 0.2968$	$7.8933 \pm 0.4677$	$15.0352 \pm 1.0482$
CEUD	Ruido blanco	$0 \pm 0$	$1.3716 \pm 0.3209$	$0 \pm 0$
	Ruido color	$4.4459 \pm 0.1118$	$7.1504 \pm 0.5509$	$11.5879 \pm 0.2915$
CEUT-CEUD	Ruido blanco	$0 \pm 0$	$1.6097 \pm 0.7403$	$0 \pm 0$
	Ruido color	$3.0538 \pm 0.0805$	$4.8017 \pm 0.6628$	$11.1388 \pm 0.2935$

Tabla 4.5: Amplitud de ruido blanco y de color en milímetros de las series GPS estimadas con el MLE.

De esta forma, el MLE determina el índice espectral y a partir de ahí nos da la cantidad de ruido blanco y de ruido de color que presentan nuestras series. Estos valores están reflejado en la tabla 4.5.

Es de mencionar lo ocurrido en las coordenadas latitud y altura de las series temporales CEUD y CEUT-CEUD. En ellas, el MLE determina una amplitud de ruido blanco igual a cero. Esto no significa que esta serie no presente ruido blanco, sino algunas veces, para valores de índice espectral  $\kappa$  dentro del intervalo  $-1 < \kappa < 0$  y muy próximos a 0, el MLE no es capaz de distinguir entre ruido blanco puro y ruido blanco fraccional. En este caso, el MLE estimará como 0 el ruido blanco puro cediendo el contenido total de ruido al ruido de color o ruido blanco fraccional.

El software empleado nos devuelve todos los parámetros de la ecuación del apartado 3.5 en el capítulo 3

$$x(t) = a + bt + (A \sin \omega t + B \cos \omega t) + \sum_{j=1}^n C_j H(t - T_j)$$

pudiendo representar sobre las series el modelo ajustado para cada una de las coordenadas y cada una de las series.

Aunque la aplicación directa del estudio de un par de estaciones GPS duales sea para determinar la deformación vertical existente en el mareógrafo, haremos el estudio de las tres componentes.

En la figura 4.5 tenemos representadas las velocidades de las dos estaciones GPS duales. Podemos observar como las velocidades de las estaciones de CEUT y CEUD en

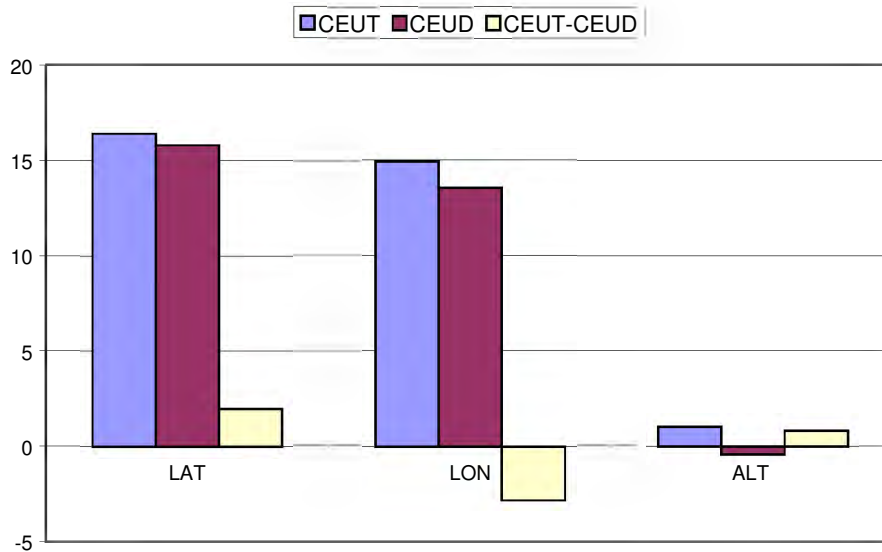


Figura 4.5: Velocidades en mm/año.

Serie Temporal	Latitud	Longitud	Altura
CEUT	$16.4021 \pm 0.2976$	$14.8955 \pm 0.4832$	$1.0046 \pm 1.1709$
CEUD	$15.7850 \pm 0.9552$	$13.5309 \pm 1.6120$	$-0.4173 \pm 2.4317$
CEUT-CEUD	$1.9696 \pm 0.7882$	$-2.8118 \pm 1.2982$	$0.7849 \pm 2.8456$

Tabla 4.6: Velocidades en mm/año junto a su error asociado.

latitud y longitud son muy similares. Esto es debido a la proximidad existente entre ambas estaciones. Sin embargo, las velocidades verticales de estas estaciones no son tan parecidas a primera vista, pero la diferencia entre ellas es menor de 2 mm/año, lo cual no es una diferencia destacable, y más teniendo en cuenta las precisiones que se obtienen en el posicionamiento vertical con medidas GPS.

En esta misma figura 4.5 también tenemos representadas las velocidades de las tres coordenadas de la serie temporal formada por la diferencia de las estaciones GPS. Esta diferencia es en cualquier caso menor a los 3 mm/año como también podemos ver en la tabla 4.6.

En la figura 4.6 tenemos representadas las estimaciones del término anual. La amplitud está representada por la longitud del vector y el máximo estacional por la dirección del

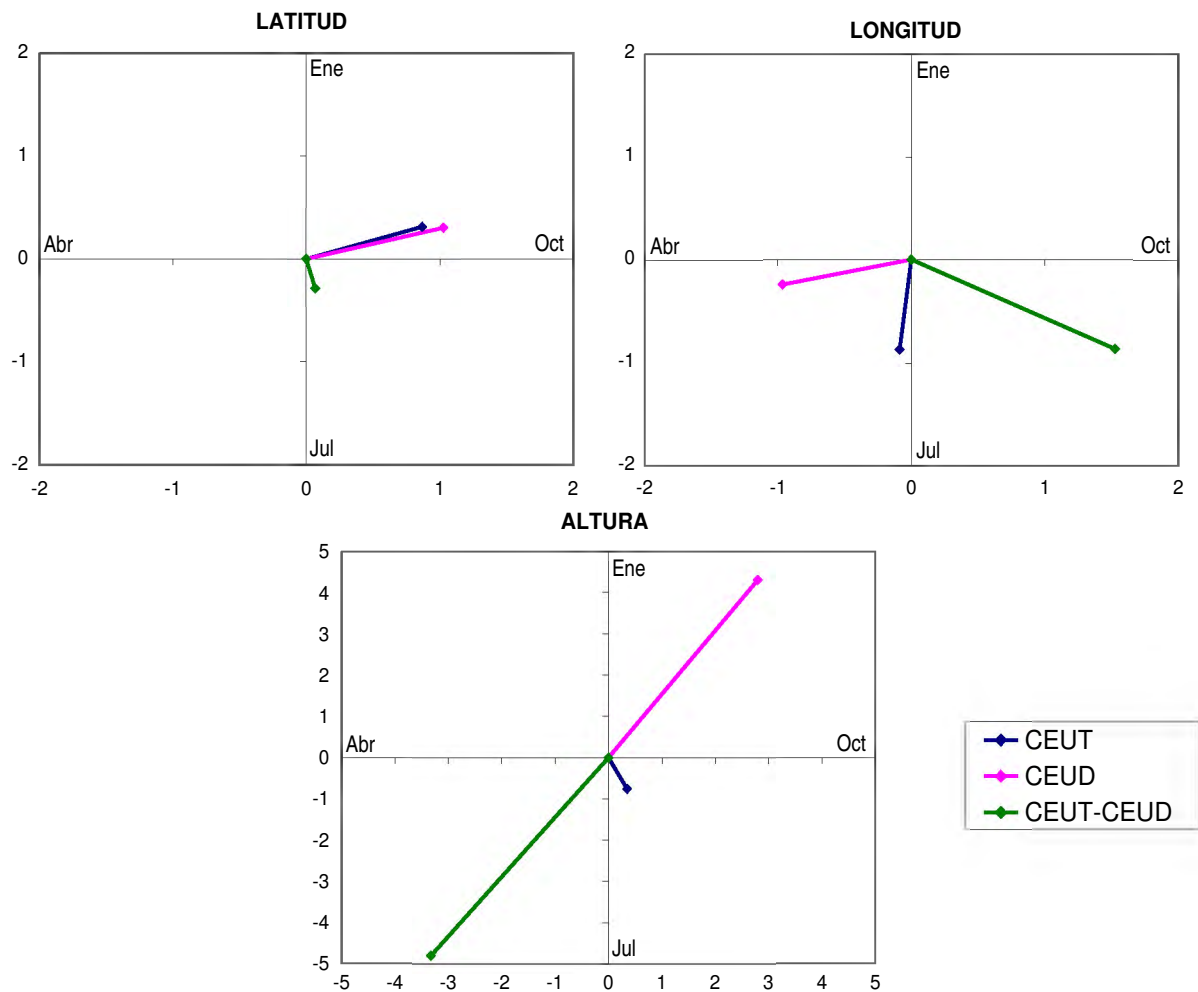


Figura 4.6: Señales anuales de las series temporales de CEUT, CEUD y CEUT-CEUD. Los ejes de coordenadas están en milímetros.

vector medida en contra de las agujas del reloj a partir del eje vertical. En ella podemos ver como la señal anual de la pareja de estaciones duales es muy parecida tanto en amplitud como en fase en la coordenada norte, con una diferencia entre ellas de menos de 1 milímetro en amplitud y de 4 días en fase. Esta diferencia es algo mayor en longitud aunque solo en fase pues la diferencia en amplitud sigue siendo menor a 1 milímetro mientras que la fase ya se diferencia en 71 días. Y es en la coordenada vertical cuando nos encontramos con una discrepancia total entre las dos estaciones con una diferencia en amplitud de casi 5 milímetros y 124 días en fase.

Finalmente, en la tabla 4.7 tenemos las magnitudes de los offsets ya comentados en la

Estación	Fecha	Latitud	Longitud	Altura
CEUT	12-mar-05	$8.2860 \pm 0.7863$	$-0.9524 \pm 1.2634$	$-7.7303 \pm 2.8131$
CEUD	15-Ene-04	$2.1892 \pm 0.8486$	$-0.7977 \pm 1.3931$	$-9.7772 \pm 2.2742$
	15-Abr-04	$-3.0261 \pm 1.1239$	$-3.3367 \pm 1.8470$	$11.5874 \pm 3.0254$
	08-Jul-04	$0.1432 \pm 1.2559$	$-0.4635 \pm 2.0742$	$-2.2679 \pm 3.3641$
	25-Nov-04	$-1.4524 \pm 0.8339$	$0.1268 \pm 1.3907$	$-1.9491 \pm 2.1263$
	26-May-05	$-13.5360 \pm 0.9021$	$9.5176 \pm 1.4824$	$6.8361 \pm 2.4284$
CEUT-CEUD	15-Ene-04	$-1.4364 \pm 0.6069$	$2.2168 \pm 1.0211$	$10.7175 \pm 2.2261$
	15-Abr-04	$1.8792 \pm 0.8543$	$2.4696 \pm 1.4630$	$-16.9734 \pm 3.1859$
	08-Jul-04	$-3.0819 \pm 0.9670$	$3.6064 \pm 1.6498$	$15.3025 \pm 3.5921$
	25-Nov-04	$1.0961 \pm 0.6248$	$-2.1873 \pm 1.0451$	$2.5803 \pm 2.2856$
	12-Mar-05	$8.2298 \pm 0.7345$	$2.2574 \pm 1.2213$	$-9.6150 \pm 2.6696$
	26-May-05	$12.8665 \pm -6.4745$	$1.1816 \pm 1.4824$	$-6.8091 \pm 2.5798$

Tabla 4.7: Magnitudes de los offsets de las series temporales GPS estimadas en milímetros con el MLE.

tabla 4.1 para CEUD además del offset también comentado de CEUT. Podemos observar como el salto de la estación CEUD con fecha 08-Jul-04, posee errores mayores a las magnitudes estimadas. Esto nos hace pensar la posibilidad de que estemos intentando estimar un offset donde no lo hay, y nos recalca la necesidad de un algoritmo preciso para detectar este tipo de sucesos.

Además, en el análisis de la serie temporal diferencia de las estaciones CEUT y CEUD hemos estimado los saltos de esta serie para las fechas en las que cualquiera de las series anteriores presenta un salto pues al restar ambas series, estamos introduciendo dichos offsets.

En los gráficos 4.7, 4.8 y 4.9 podemos ver las tres series temporales estudiadas en sus tres componentes así como el modelo de movimiento obtenido para cada una de ellas por el método de Máxima Verosimilitud y el software *CATS*.

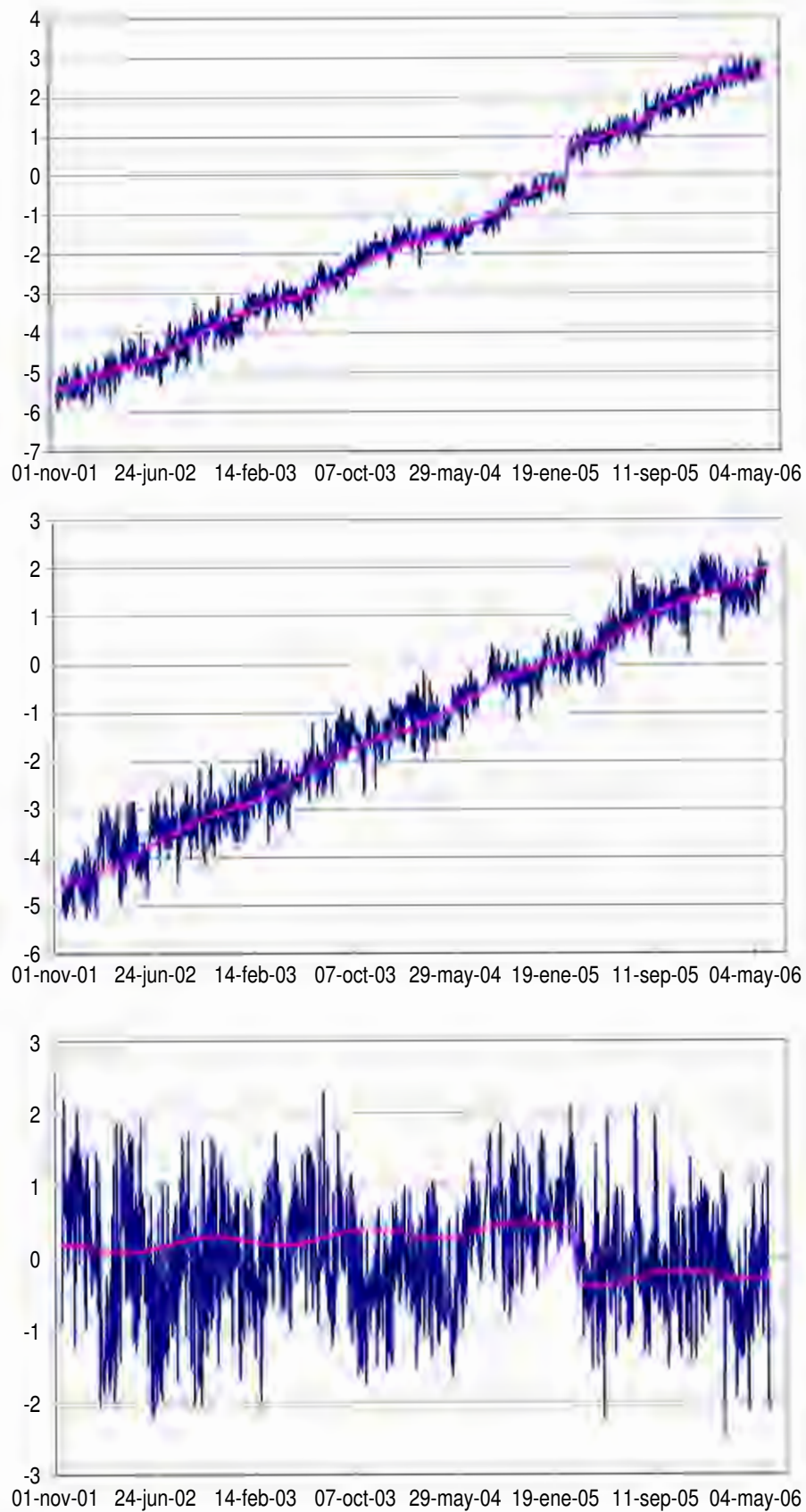


Figura 4.7: Series temporales de las coordenadas norte, este y vertical en centímetros de la estación de **CEUT**.



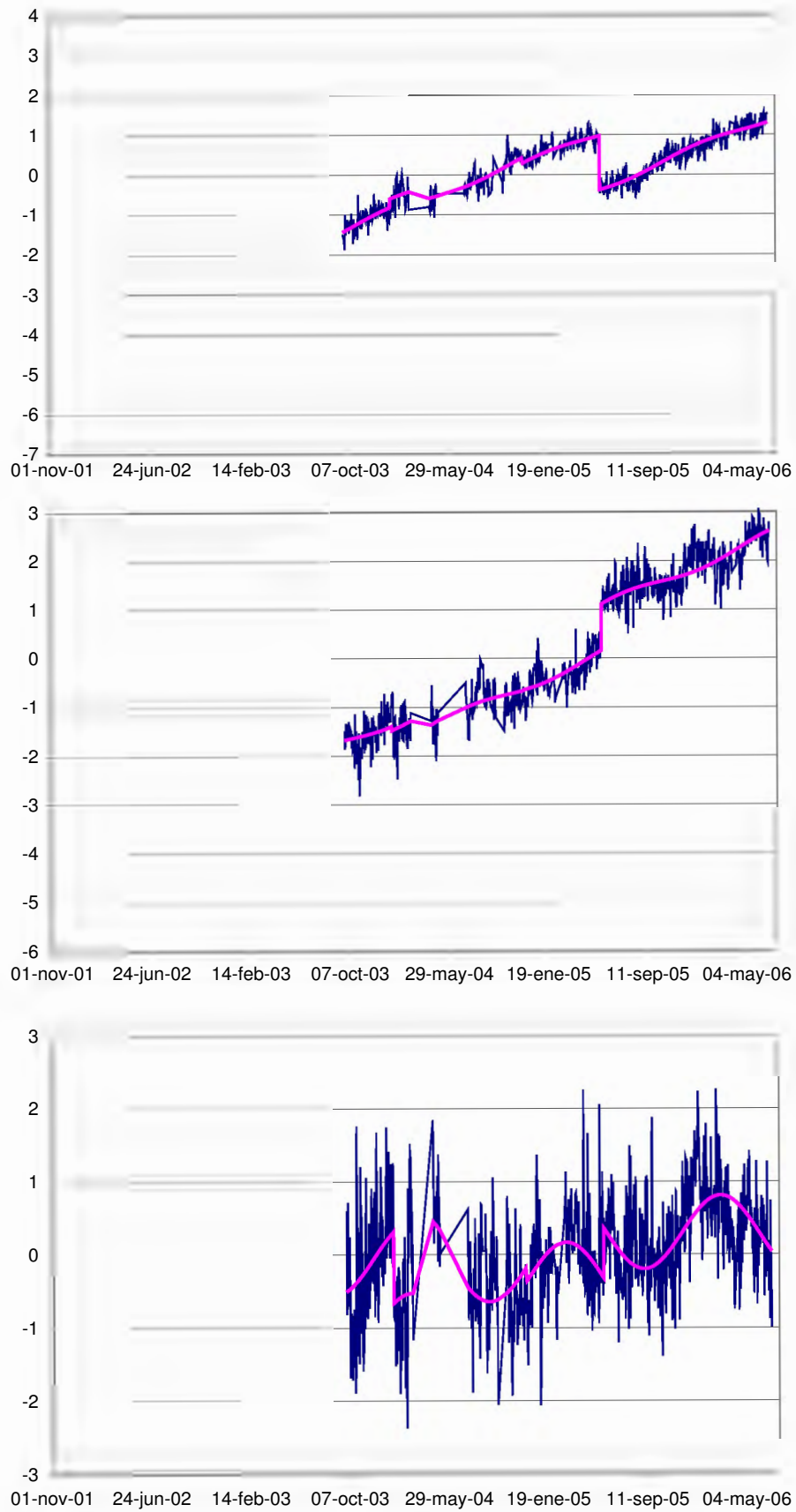


Figura 4.8: Series temporales de las coordenadas norte, este y vertical en centímetros de la estación de **CEUD**.

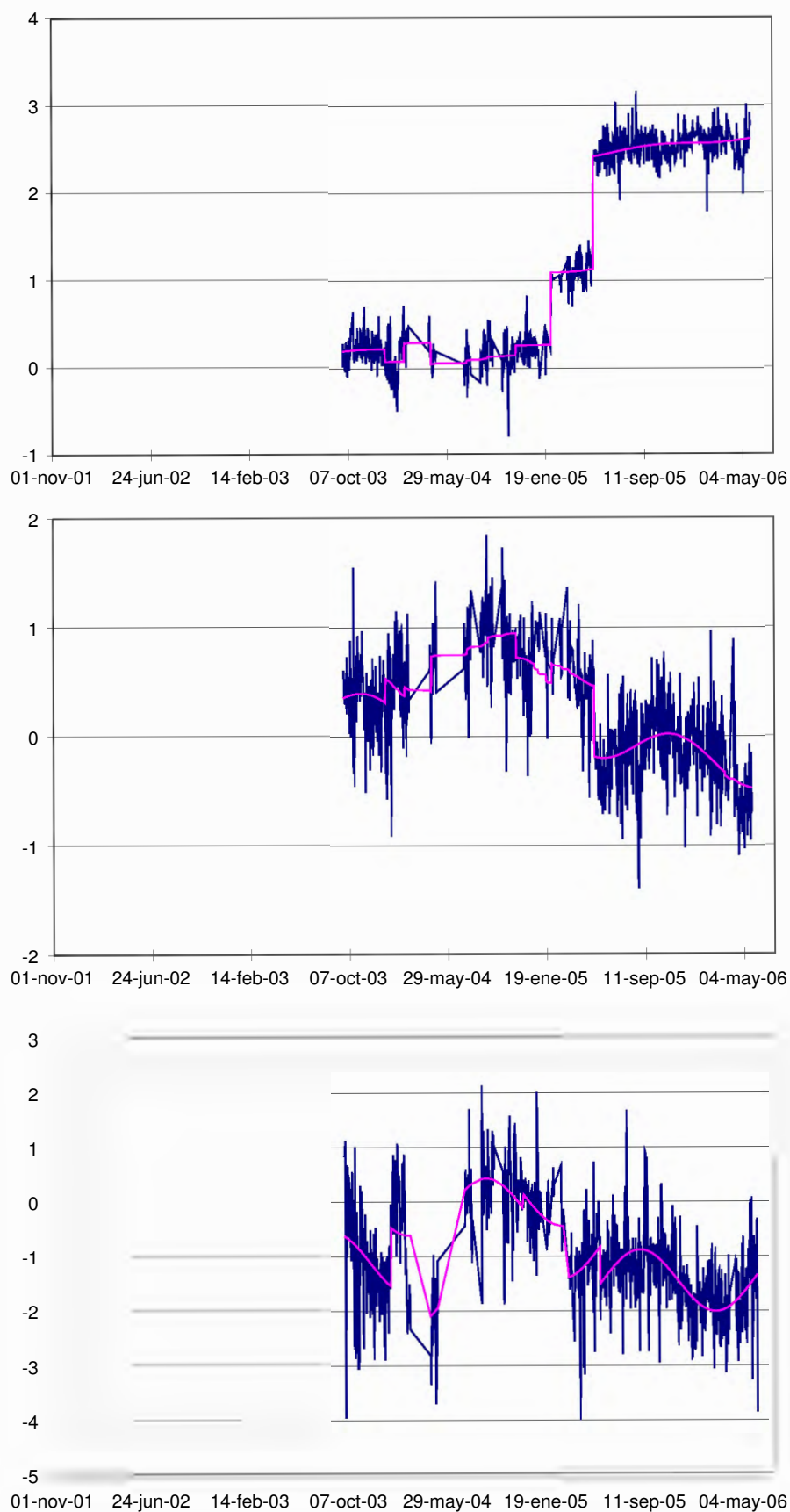


Figura 4.9: Series temporales de las coordenadas norte, este y vertical en centímetros de la serie temporal diferencia de **CEUT-CEUD**.



# Capítulo 5

## Conclusiones

Con este trabajo de investigación, *Análisis de series temporales GPS y su aplicación al estudio del GPS dual de Ceuta*, se ha tratado de obtener un modelo matemático que se ajuste a la deformación vertical que se produce en las inmediaciones del mareógrafo de la ciudad de Ceuta.

Para el estudio de estas dos estaciones GPS, hemos procesado los datos obtenidos con el software científico GIPSY-OASIS II y el método del Posicionamiento Preciso de Puntos. Con este método hemos obtenido una posición tridimensional en el marco de referencia ITRF2000 para cada estación y cada día de observación. Agrupando estas posiciones por coordenadas, hemos formado tres series temporales de desplazamientos de cada una de las coordenadas y cada una de las estaciones con respecto a unas coordenadas medias de la estación. Además, hemos empleado la metodología del GPS dual y hemos obtenido tres series temporal coordenadas formada por la diferenciación por coordenadas de las dos series CEUT y CEUD, CEUT-CEUD.

Posteriormente, hemos hecho un filtrado de las series eliminando anomalías y outliers, así como detectando los offsets que presentaban las estaciones. Finalmente, hemos empleado el software cats y la estrategia de estimación de máxima verosimilitud para obtener el desplazamiento de estas series modelando el tipo de ruido así como los outliers y la señal periódica anual.

Cuando al comparar las series temporales GPS duales, encontramos similitudes tanto en tendencia como en señales periódicas, podemos considerarlas como errores sistemáticos comunes. Al diferenciar estas dos estaciones, estaremos eliminando estos errores.

En el capítulo anterior, hemos obtenido las velocidades de desplazamiento de las dos estaciones que forman nuestro par GPS dual: CEUT y CEUD. Como pudimos apreciar en la tabla 4.6, las velocidades tanto en latitud como en longitud de estas estaciones son muy parecidas, diferenciándose en poco más de 1 mm/año. Sin embargo, a la hora de estudiar la serie temporal diferencia, podemos ver como estas dos estaciones se alejan en latitud a razón de 2 mm/año y se aproximan en longitud a razón de 3 mm/año. Esto podría deberse al hecho de que la estación CEUD está situada en una península (ver figura 4.1) separada del puerto en donde se encuentra la estación CEUT, por el Monte Hacho.

Con respecto a la componente vertical, podemos ver como la estación de Ceuta junto al mareógrafo se eleva a razón de 1 mm/año y sin embargo la estación del Castillo del Desnarigado desciende a razón de 0.5 mm/año. Cuando estudiamos la componente vertical de la serie CEUT-CEUD, vemos que el desplazamiento vertical entre CEUT y CEUD es de 0.7 mm/año. La estación CEUD está más alejada del mar, por lo que, como hemos dicho en capítulos anteriores, sus movimientos verticales están menos afectados por las mareas oceánicas, y podría servir de base de referencia para desligar los movimientos verticales de CEUT de los efectos de marea, y mejorar, de ese modo, las observaciones mareográficas.

Estas velocidades verticales obtenidas poseen un error estimado mayor a la magnitud estimada, no pudiendo por tanto obtener resultados concluyentes.

# Bibliografía

- [1] Agnew, D.C.; 1992. *The Time Domain Behavior of Power-Law Noises*. Geophysical Research Letters, 19, 333-336.
- [2] Albritton, D.L.; Barker, T.; et all.; 2001. *Cambio climático 2001: Informe de síntesis*. [http://www.grida.no/climate/ipc\\_tar/vol4/spanish/index.htm](http://www.grida.no/climate/ipc_tar/vol4/spanish/index.htm).
- [3] Becker, M.; Zerbini, S.; Backer, T.; Bürki, B.; Galanis, J.; Garate, J.; Georgiev, I.; Kahle, H.-G.; Kotzev, V.; Lobazov, V.; Marson, I.; Negusini, M.; Richter, B.; Veis, G.; Yuzefovich, P.; 2002. *Assessment of height variations by GPS at Mediterranean and Black Sea coast tide gauges from the SELF projects*. Global and Planetary Change 34 (1-2), 5 – 35.
- [4] Berrocoso, M.; Ramírez, M. E.; Pérez-Peña, A.; Enríquez-Salamanca, J.M.; Fernández, A.; Torrecillas, C.; 2004. *El Sistema de Posicionamiento Global*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- [5] Berrocoso, M.; 1996. *Tratamiento estadístico de datos geodésicos procedentes de observaciones de satélites GPS*. Ed. Ministerio de Defensa, Madrid.
- [6] Blewit, G.; Lavallée, D.; 2002. *Effect of Annual Signals on Geodetic Velocity*. Journal of Geophysical Research, 107 (B7).
- [7] Chatfield, C.; 1989. *The Analysis of Time Series: an introduction*. 4th edition. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton.
- [8] Dong, D.; Fang, P.; Bock, Y.M; Cheng, M.K.; Miyazaki, S.; 2002. *Anatomy of apparent seasonal variations from GPS derived site position time series*. Journal of Geophysical Research, 107 (B4).
- [9] Garate, J.; 1997. *Geodesia Espacial: GPS*. Ed. Ministerio de Defensa, Madrid.

- [10] Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; 1992. *Global Positioning System: Theory and Practice*. Ed. Springer-Verlag, New York.
- [11] Hosking, J.R.M.; 1981. *Fractional Differencing*. *Biometrika*, 68(1), 165-176.
- [12] Johansson, J.M.; Davies, J.L.; Scherneck, H.G.; Milne, G.A.; Vermeer, M.; Mitrovica, J.X.; Bennett, R.A.; Jonsson, B.M Elgered, G.; Elosegui, P.; Koivula, H.; Poutanen, M.; Rønnaeng, B.O.; Shapiro, I.I.; 2002. *Continuous GPS measurements of postglacial adjustment in Fennoscandia 1. Geodetic Results*. *Journal of Geophysical Research*, 107 (B8), ETG 3/1 - 3/27.
- [13] Kern, M.; Preimesberger, T.; Allesch, M.; Pail, R.; Bouman, J.; Koop, R.; 2005. *Outlier detection algorithms and their performance in GOCE gravity field processing*. *Journal of Geodesy* 78, 509-519.
- [14] Kierulf, H. P. & Plag, H. P., 2003. *ESEAS CGPS processing strategy, determination of high accurate vertical velocities*. ESEAS-RI wp2 task 2.1 procesing strategy.
- [15] Kierulf, H. P. & Plag, H. P., 2003. *ESEAS CGPS processing strategy, implementation of ESEAS CGPS processing strategy*. ESEAS-RI wp2 task 2.1 procesing strategy.
- [16] Langbein, J.; Johnson, H.O.; 1997. *Correlated errors in geodetic time series: Implications for time-dependent deformation*. *Journal of Geophysical Research*, 102. 591-603.
- [17] Langbein, J.; 2004. *Noise in two-color electronic distance meter measurements revisited*. *Journal of Geophysical Research*, vol 109, B04406.
- [18] Leick,A.; 1990. *GPS: Satellite Surveying*. Ed. Wiley Intersciencies, New York.
- [19] Mao, A.; Harrison, C.G.A.; Dixon, T.H.; 1999. *Noise in GPS coordinate time series*. *Journal of Geophysical Research*, vol. 109, B04406.
- [20] Nikolaidis, R.M.; 2002. *Observation of geodetic and seismic deformation with the global positioning system*. PhD thesis, University of California.
- [21] *Página oficial de COST*. <http://cost.cordis.lu/src/home.cfm>.
- [22] *Página oficial de ESEAS*. <http://www.eseas.org>.

- [23] *Página oficial de EUREF*. <http://www.epncb.oma.be>.
- [24] *Página oficial de Navstar Global Positioning System Joint Program Office*. <Http://gps.losangeles.af.mil/index.html>.
- [25] *Página web de Small World Communications*.  
<http://www.sworld.com.au/steven/space/usmil-man.txt>.
- [26] Pérez Peña, Alejandro; 2005. *Cálculo de vectores desplazamiento en el Sur de España-Norte de África, deducidos a partir de observaciones GPS*. Ed. Ministerio de Defensa, Madrid.
- [27] Ruiz-Maya Pérez, L.; Martín Pliego, F.J.; 1995. *ESTADÍSTICA. II: Inferencia*. Editorial AC, Madrid.
- [28] Seeber, G.; 1993. *Satellite Geodesy*. Ed. Walter de Gruyter, Berlín.
- [29] Slater, Jim; 2005. *National Geospatial-Intelligence Agency GPS Monitor Station Data Now Included in U.S. Air Force GPS Operational Orbits*. IGS Mail 5209, 09 Sep 10:45:50 PDT 2005
- [30] Teferle, F.N.; 2003. *Strategies for Long-Term Monitoring of tide gauges using GPS*. PhD. Thesis. University of Nottingham.
- [31] Teferle, F.N.; Bingley, R.M.; Dodson, A.H; Apostoloidis, P.; Staton, G.; 2003. *RF Interference and Multipath Effects at Continuous GPS Installations for Long-term Monitoring of Tide Gauges in UK Harbours*. Proceedings 16th Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GPS/GNSS 2003, Portland, Oregon, 9-12 Septiembre 2003, pp 12.
- [32] Van Dam, T.M.; Wahr, J.; Milly, P.C.D.; Shmakin, A.B.; Blewitt, G.; Lavallée, D.; Larson, K.M.; 2001. *Crustal Displacements due to continental water loading*. Geophysical Research Letters, 28 (4), 651-654.
- [33] Wdowinski, S.; Bock, Y.; Zhang, J.; Fang, P.; Genrich, J.; 1997. *Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Spatial filtering of daily positions for estimating coseismic and postseismic displacements induced by the 1992 Landers earthquake*. Journal of Geophysical Research, Vol. 102 (B8), 18057-18070.



- [34] Williams, S.D.P.; 2003. *The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series*. Journal of Geodesy 76; 483-494.
- [35] Williams, S.D.P.; 2003. *Offsets in Global Positioning System time series*. Journal of Geophysical Research, Vol 108 (B6).
- [36] Williams, S.D.P.; 2004. *Error analysis of continuous GPS position time series*. Journal of Geophysical Research, vol. 109, B03412.
- [37] Williams, S.D.P.; Teferle, F.N.; 2004. *CGPS Coordinate Time Series Analysis Strategy*. ESEAS-RI wp2 task 2.2.
- [38] Witchayangkoon, B.; 2000. *Elements of GPS Precise Point Positioning*. PhD. Thesis. University of Maine.
- [39] Zhang, J.; Bock, Y.; Johnson, H.; Fang, P.; Williams, S.; Genrich, J.; Wdowinski, S.; Behr, J.; 1997. *Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Error analysis of daily position estimates and site velocities*. Journal of Geophysical Research, vol. 102 (B8).
- [40] Zumberge, J.F.; Heflin, M.B.; Jefferson, D.C.; Watkins, M.M.; Webb, F.H.; 1997. *Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks*. Journal of Geophysical Research, vol. 102 (B3).

# Apéndice A

## Software cats\_MLE

### A.1. Fichero de entrada

El fichero de entrada consta de dos partes, una cabecera con la información de la estación y después la serie temporal.

La cabecera es una lista de parámetros de la estación GPS que son sólo relevantes para saber de donde procede la serie temporal objeto de estudio. Las líneas de la cabecera comienzan siempre por el símbolo #, así como cualquier línea que queramos eliminar del análisis. La única información de la cabecera que es relevante para el cats\_MLE es la lista de offsets.

El bloque de datos de la serie temporal consiste en siete columnas (sin ningún formato en particular) con el siguiente orden: tiempo (en años con decimales), norte, este, vertical, error norte, error este, error vertical. Las posiciones, por defecto, se asumen que vienen dadas en metros. Un ejemplo de este formato es el siguiente:

```
# Site : abcd
# X : -2483507.1216
# Y : -4672361.9853
# Z : 3549320.5426
# Latitude : 34.030915
# Longitude : -117.992047
# Height : 7.856557
# offset 1999.79178082 7
```

1998.5736	-0.02370	0.04070	0.00290	0.0009	0.0009	0.0037
1998.5763	-0.02360	0.04190	0.00410	0.0009	0.0009	0.0030
1998.5791	-0.02180	0.04140	0.00650	0.0010	0.0009	0.0038
1998.5818	-0.02270	0.04100	-0.00130	0.0009	0.0009	0.0038
1998.5845	-0.02330	0.04070	0.00050	0.0009	0.0009	0.0037
1998.5873	-0.02300	0.04050	-0.00020	0.0009	0.0009	0.0038
1998.5900	-0.02320	0.04090	0.00560	0.0009	0.0009	0.0037
1998.5928	-0.02390	0.04030	-0.00180	0.0010	0.0009	0.0039
1998.5955	-0.02370	0.04020	0.00230	0.0009	0.0009	0.0037
1998.5983	-0.02320	0.04150	0.00480	0.0010	0.0009	0.0038

Si existe algún offset o discontinuidad conocida en la serie temporal, ésta tiene que ser especificada en la cabecera del fichero en el siguiente formato:

```
# offset fecha_en_decimales código_de_componente
```

El código\_de\_componente se calcula como suma de las componentes en las cuales aparece el offset con los valores 4 para norte, 2 para este y 1 para vertical. De esta manera, una componente de 5 equivaldría a estimar el offset en las componentes norte y vertical, y una componente de 7 estimaría la discontinuidad en las tres coordenadas. La línea de offsets se repite tantas veces como offsets existan en la serie temporal. Los offsets no tienen que estar en orden cronológico ni dentro del periodo de tiempo de la serie temporal pues el programa los ordena correctamente cuando analiza el fichero.

## A.2. Línea de comandos

Para ejecutar el programa, la línea de comandos viene dada por:

```
cats_MLE <archivo>[-opciones]
```

dónde las posibles opciones son las siguientes:

- `-W` | `-w`

Estima un modelo sólo de ruido blanco. Esto es equivalente a la solución estándar de mínimos cuadrados. La magnitud de la cantidad de ruido blanco estimada es igual al RMS o desviación estándar de la serie temporal.

- `-C <indice_espectral>` | `-c<indice_espectral>`

Estima un modelo sólo de ruido de serie de potencias. Se introduce el índice espectral

deseado ( $\kappa$ ). Ejemplo: `-C-2` estimaría un ruido de camino aleatorio.

- `-B`

Estima un modelo de ruido blanco más ruido de serie de potencias. Esta opción también estima el índice espectral.

- `-p<índice_espectral>/<ruido_blanco>/<ruido_color>`

Estima un modelo de ruido blanco más ruido de serie de potencias. Los parámetros de entrada son el índice espectral y la solución de comienzo para los parámetros de ruido (estos últimos tienen que ser 2, 4 o 6 parámetros). `ruido_blanco` es la amplitud del ruido blanco y `ruido_color` la del ruido de serie de potencias. Si se introducen sólo dos parámetros, se utilizarán estos mismos valores para las tres componentes. Si se introducen 4 parámetros de ruido se emplearán los dos primeros para las componentes horizontales y los dos últimos para la componente vertical. Si se introducen 6 parámetros, se empleará cada par para cada una de las componentes norte, este y vertical.

- `-P<índice_espectral>`

Estima un modelo de ruido blanco más ruido de serie de potencias. Los parámetros de entrada son sólo el `índice_espectral`.

- `-F<FOGM>/<beta>/<ruido_blanco>/ | -f<FOGM>/<beta>/<ruido_blanco>`

Estima un modelo de ruido blanco más ruido de gauss-markov de primer orden. Los parámetros de entrada son las soluciones de comienzo de los parámetros de ruido. `FOGM` es la escala para la parte de camino aleatorio ( $m/\sqrt{year}$ ), `beta` es aproximadamente igual a la frecuencia ( $1/year$ ), y `ruido_blanco` es la amplitud del ruido blanco.

- `-X<ruido_blanco>/<ruido_color>| -x<ruido_blanco>/<ruido_color>`

Estima un modelo de ruido blanco más ruido de “band-pass”. Los parámetros de entrada son las soluciones de comienzo de los parámetros de ruido (tienen que ser 2, 4 o 6 parámetros). Solo se puede llevar a cabo un ruido de “band-pass” centrado en 1 año.

- `-D<Delta>| -d<Delta>`

Establece la precisión de los parámetros de entrada. `Delta` valdría 1.1 para un 10% de precisión y 1.01 para un 1%.

- `-T<tol1>/<tol2>/<tol3>| -t<tol1>/<tol2>/<tol3>`

Valores de tolerancia para el algoritmo simplex.

- `-S<factor_escal>`

Divide los datos por el factor de escala (si los datos no han sido introducidos en metros) antes de estimar el modelo.

- `-A<periodo><tiempo>|-a<periodo><tiempo>`

Incluye en los parámetros lineales a estimar, una sinusoidal con el periodo introducido. El parámetro 'tiempo' se emplea para describir la unidad del periodo (y-años, d-días, h-horas, m-minutos, s-segundos). De esta manera para una sinusoidal anual, se introduciría el parámetro `-A1y`, y para una señal semi-anual, `-A0.5y`.

- `-O<fichero_salida>|-o<fichero_salida>` Todos los resultados se escriben en el fichero introducido. Por defecto, las soluciones se escriben en el fichero 'stdout'.

- `-Q<n>/<i>`

Tan solo se emplean los datos n-ésimos a partir de un punto i-ésimo.

- `-q<prob>`

Permite diezmar los datos aleatoriamente basándose en el tamaño de la probabilidad dada. Si 'prob' es 0.5, entonces la mitad de los datos serán desechados. Si 'prob' es 0.9, se tomará el 90 % de los datos y se desecharan, por tanto, el 10 %.

- `-V`

Verbaliza. Nos muestra más información.

- `-Z | -z`

Acelera los cálculos del método simplex. En cada punto del algoritmo simplex, se eligen los parámetros de ruido, se calcula la matriz de covarianza, se emplea el método de mínimos cuadrados a los datos y se calculan los residuos. Los residuos, junto con los parámetros de ruido, se emplean en calcular el valor de MLE (que es la función de objeto en el método simplex). Sin embargo, si tenemos una buena estimación inicial del parámetro de ruido, entonces, los residuos no van a variar mucho entre las distintas opciones de parámetros de ruido y por tanto el método simplex se puede acelerar empleando los mismos residuos para algunas de las partes del método simplex. En general esto nos proporciona resultados que difieren del orden de una décima de milímetro con respecto a los resultados de un método simplex completo y sin embargo disminuye considerablemente el tiempo de cálculo.

- `-Is<fecha>|-is<fecha>`

Fecha de comienzo. Los datos anteriores a esta fecha serán desechados.

- `-Ie<fecha>| -ie<fecha>`

Fecha de final. Los datos posteriores a esta fecha serán desechados.

- `-H | -h`

Ayuda.

- `-n`

No calcula la componente Norte.

- `-e`

No calcula la componente Este.

- `-v`

No calcula la componente vertical.

A continuación se presentan varios ejemplos de líneas de comandos para realizar análisis de máxima verosimilitud con este software:

```
cats_MLE ceut -W -V -O ceut_wn0.mle
cats_MLE ceut -P-1 -V -O ceut_fn0.mle
cats_MLE ceut -P-2 -V -O ceut_rwn0.mle
```

Aquí se lleva a cabo sobre el fichero `ceut` una estimación de ruido blanco, ruido blanco + ruido de centelleo, y ruido blanco + ruido de camino aleatorio, y nos devuelve un fichero con nombre 'ceut' seguido de `_wn0.mle`, `_fn0.mle`, `_rwn0.mle` respectivamente.

```
cats_MLE ceud -B -V -O ceud_wnpln0.mle
cats_MLE ceud -A1y -B -V -O ceud_wnpln1.mle
cats_MLE ceud -A1y -A0.5y -B -V -O ceud_wnpln2.mle
```

Aquí se lleva a cabo sobre el fichero `ceud`, una estimación de ruido blanco + ruido de serie de potencias (power-law noise, `pln`) sin índice espectral predeterminado. En la primera línea de comando se estiman sólo parámetros lineales, en la segunda se le añade una señal periódica anual y en la tercera se le añade, además de la señal anual, una señal semianual. Los ficheros de salida son ficheros con nombre 'ceud' seguido de `_wnpln0.mle`, `_wnpln1.mle`, `_wnpln2.mle` (respectivamente).

## A.3. Fichero de salida

Veamos un ejemplo de fichero de salida:

Reading in data from file ceut\_limpiaeneh

Done.... there are 1377 data points.

Start Time : Mon Oct 16 12:38:47 2006

Sinusoid ( 0) T = 1.00000000 years

+COMPONENT NORT

Using 0 offsets from a total of 0

+ARFIMA DESIGNATION (0,-v/2.0,0) : Power Law Noise (v) plus white noise

Starting the one-dimensional minimisation : initial index = -1.00

Time taken to create covariance matrix and compute eigen value and vectors : 98 seconds

0 0 6431.4458 0.00088544 0.00919774

1 0 6430.8180 0.00097399 0.00919774

2 0 6414.9018 0.00088544 0.01011752

0 2 6431.4458 0.00088544 0.00919774

1 2 6430.8180 0.00097399 0.00919774

2 2 6435.7198 0.00097399 0.00827797

:

0 53 6445.4852 0.00168955 0.00732019

1 53 6445.4845 0.00168716 0.00733284

2 53 6445.4843 0.00169075 0.00734079

spectral\_index = -1.201926 mle = 6445.48519358 wh = 1.689549 pl = 7.320190 Finished

:

spectral\_index = -1.000000 mle = 6443.71182570 wh = 1.439364 pl = 6.943726

spectral\_index = -1.763932 mle = 6438.55359948 wh = 1.970113 pl = 8.212663

spectral\_index = -0.236068 mle = 6235.83010513 wh = 0.002150 pl = 3.691007

spectral\_index = -1.363469 mle = 6444.85074108 wh = 1.806961 pl = 7.64926

spectral\_index = -1.245202 mle = 6445.46579467 wh = 1.725378 pl = 7.419769

spectral\_index = -1.227831 mle = 6445.48826218 wh = 1.712018 pl = 7.382748

spectral\_index = -1.214066 mle = 6445.49226492 wh = 1.701124 pl = 7.344976

spectral\_index = -1.201926 mle = 6445.48519358 wh = 1.689549 pl = 7.320190

Number of Parameters = 7

```

+NORT          MLE      = 6445.4923
+NORT          INTER   : -71.3525   +-  1.6234
+NORT          SLOPE   :  18.0929   +-  0.8185
+NORT          0 SIN    :  0.4434    +-  0.5397
+NORT          0 COS    :  0.4426    +-  0.5264
+NORT 2005.1937000 OFFST :  8.4825    +-  0.8214
+NORT          WH      :  1.7011    +-  0.0686
+NORT          PL      :  7.3450    +-  0.5030
+NORT          INDEX   : -1.2141

+COVAR
XX  2.6353  -0.9097  0.0929  -0.1936  -0.0030  0.0237  0.0000
XX -0.9097  0.6700  0.0003  0.0224  0.0009  -0.0070  0.0000
XX  0.0929  0.0003  0.2913  0.0151  -0.0002  0.0013  0.0000
XX -0.1936  0.0224  0.0151  0.2771  0.0004  -0.0032  0.0000
XX -0.0030  0.0009  -0.0002  0.0004  0.0047  -0.0247  0.0000
XX  0.0237  -0.0070  0.0013  -0.0032  -0.0247  0.2530  0.0000
XX  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  1.0000
-COVAR

```

Time taken = 6020 seconds

-COMPONENT NORT

La larga lista de números que aparecen (que en este documento ha sido sustituida por puntos suspensivos), son números los vértices en las fases del método simplex junto con el valor de MLE y la amplitud del ruido. La parte que nos importa es:

```

+NORT          MLE      = 6445.4923
+NORT          INTER   : -71.3525   +-  1.6234
+NORT          SLOPE   :  18.0929   +-  0.8185
+NORT          0 SIN    :  0.4434    +-  0.5397
+NORT          0 COS    :  0.4426    +-  0.5264
+NORT 2005.1937000 OFFST :  8.4825    +-  0.8214
+NORT          WH      :  1.7011    +-  0.0686
+NORT          PL      :  7.3450    +-  0.5030
+NORT          INDEX   : -1.2141

```



Aquí vemos la parte referente a la componente Norte, pero análogamente el programa nos presenta los parámetros para la longitud ( +EAST) y la altura( +VERT).

El primer parámetro es el valor del estimador de máxima verosimilitud cuando el método ha convergido. Para comparar distintos modelos, se ajustará mejor a nuestra serie aquel que tenga un mayor valor del estimador MLE.

El último parámetro, INDEX, corresponde al valor del índice espectral para el ruido de serie de potencias. El resto de los parámetros vienen dados en milímetros junto a sus errores asociados.

Con estos parámetros estamos ajustando el siguiente modelo de movimiento de la estación:

$$x(t) = a + bt + (A \sin \omega t + B \cos \omega t) + CH(t - T)$$

dónde  $x$  es el valor de la coordenada GPS que estemos estudiando en ese instante  $t$ ,  $a$  es el valor inicial,  $b$  es la velocidad de la serie,  $\omega$  es la frecuencia angular de la componente armónica (en este caso anual, y por tanto  $\omega = 1$ ), y  $A$  y  $B$  son sus amplitudes de seno y coseno respectivas. El coeficiente  $C$  es la magnitud de la discontinuidad en el instante  $T$  que viene descrita por la función de Heaviside ya mencionada.

Así, tenemos que INTER es el valor inicial,  $a$ , pero para el instante de tiempo 01-ene del año en que comienza la serie temporal objeto de estudio. Es decir, si la serie comienza el 03-mar-05, el valor inicial no correspondería a esta fecha sino al 01-ene-05.

SLOPE corresponde a la velocidad de la serie, y los parámetros 0 SIN y 0 COS son las amplitudes de seno y coseno respectivamente para la componente anual (si además de esta estimáramos una señal semi-anual, nos aparecerían además sus amplitudes de seno y coseno como 1 SIN y 1 COS).

En la línea: +NORT 2005.1937000 OFFST : 8.4825 +- 0.8214, tendríamos que  $T = 2005,1937$  y  $C = 8,4825$ . Si estimáramos varios offsets, nos aparecería una línea análoga para cada uno de ellos.

Finalmente, WH y PL, son las amplitudes del ruido blanco y del ruido de serie de potencias respectivamente.

# Apéndice B

## Acrónimos

CATS	Create and Analyse Time Series
CME	Common Mode Errors
DGPS	Dual GPS
EOSS	European Sea Level Observing System
ESEAS	European SEA level Service
EUREF	European Reference Frame
GDOP	Geometric Dilution Of Precision
GIPSY	GPS Inferred Positioning SYstem
GPS	Global Positioning System
IERS	International Earth Rotation Service
IGS	International GPS Service
IPCC	Intergovernmental Panel on Climate Change
IRON	Integer Range Operation Number
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
JPL	Jet Propulsion Laboratory
MLE	Maximum Likelihood Estimation
NAVSTAR	NAVigation System with Timing And Ranging
OASIS	Orbit Analysis and SIMulation Software

PPP	Precise Point Positioning
PRN	Pseudo Random Noise
RMS	Root Mean Square error
ROA	Real Instituto y Observatorio de la Armada