



AÑO LXXI

MADRID.—FEBRERO DE 1916.

NÚM. II

PUENTES DE CUERDAS

Aplicaciones.—Esta clase de puentes, cuyo establecimiento es imprescindible en circunstancias determinadas, no permite sin embargo, frecuentar su empleo en campaña, tanto por la gran cantidad de elementos necesarios en cordaje cuanto por la lentitud de su construcción; lo cual no es obstáculo para que al disponer del tiempo necesario deban preferirse en lugares a campo raso, porque la flexibilidad de los elementos componentes, permite fácil acomodo en cualquier medio de transporte empleado desde el sitio de su construcción al lugar del tendido. Como puentes coloniales tienen así adecuada aplicación.

La gran altura de las orillas sobre el fondo de la brecha o el nivel de las aguas y la impetuosidad de la corriente, son características que imposibilitan la adopción de los tipos normales de puentes de apoyos intermedios, por resultar éstos de desmesurado tamaño en los dos primeros casos, y no existir posible anclaje para resistir a los impulsos de la corriente en el último citado. De no contar con las maderas necesarias para la construcción de los puentes titulados *de un solo tramo*, es imprescindible recurrir a los puentes de cuerdas, que se clasifican ordinariamente en suspendidos y tendidos, con arreglo a la colocación del tablero con respecto a los cables resistentes.

Puentes suspendidos.

Los datos para el cálculo son:

Luz total del puente = L .

Flecha = f .

Longitud de tramo = d .

Carga y sobrecarga por metro lineal de puente = p .

Según podremos comprobar más adelante, la fórmula general de la tensión máxima desarrollada en los cables, tiene por expresión

$$T = \sqrt{\left[\frac{p(L-d)}{4} \right]^2 + \left[\frac{p \cdot L \cdot (L-d)}{16 \cdot f} \right]^2}$$

de donde se deduce que la variación de la tensión es mucho más rápida que la de la luz. No pueden por tanto tenderse puentes sobre luces exageradas, pues conducirían a tensiones tan grandes, que imposibilitarían encontrar cables que a ellas resistiesen; la práctica ha fijado como máximas las de 40 a 50 metros.

Y aun cuando el tablero puede conservarse horizontal, cualquiera que sea la flecha tomada por los cables al paso de las cargas, no ocurre lo mismo respecto a la tensión a que estos últimos estarían sometidos. En efecto, la observación de la misma fórmula permite deducir que la tensión T es inversamente proporcional al cuadrado de la flecha que los cables hayan de adquirir (1), por lo cual no se puede exagerar su disminución que conduciría al empleo de cables de diámetros excesivos. La práctica ha fijado como límite mínimo $\frac{1}{10}$ a $\frac{1}{15}$ de la luz.

Cálculo del puente.—Dedúcese por consiguiente que la luz y la flecha son datos de los que hay que partir para resolver el problema, pues demostrado queda que no podemos elegirlos a nuestro antojo, sino dentro de los estrechos límites antes mencionados.

La suspensión de los puentes de esta clase (fig. 1) tiene que estar constituida únicamente por dos cables, separados a una distancia que es la anchura libre del tablero para la circulación, y cada uno de estos dos cables puede estar formado, si la resistencia lo requiere, por un conjunto

(1) El predominio del segundo término $\left[\frac{p \cdot L \cdot (L-d)}{16 f} \right]^2$, dentro de la suma subradical, asegura los razonamientos anteriores.

de otros varios o haz. Resulta de este modo, que supuesto cortado el puente por su eje longitudinal, insiste sobre cada uno de los dos cables o haces la mitad del peso total del tablero—carga y sobrecarga comprendidas—que es $\frac{p \cdot L}{2}$, y que si aseguramos la resistencia de cada cable o haz para dicha carga, al reunir las dos mitades del tablero supuesto antes cortado, subsistirá el equilibrio.

Refiriéndonos, por consiguiente, a uno cualquiera de los dos cables o haces antes citados, este resultará cargado con un peso cuyo valor es la mitad del total del puente, y que se transmitirá por intermedio de las péndolas, las cuales reciben la carga del tablero mediante los traveseros que a ellas se unen.

Forma que el cable tomará bajo la acción de aquellos pesos aislados.—Recordemos de la Mecánica, que el equilibrio de una construcción, requiere el de las fuerzas exteriores aplicadas al conjunto así como el de

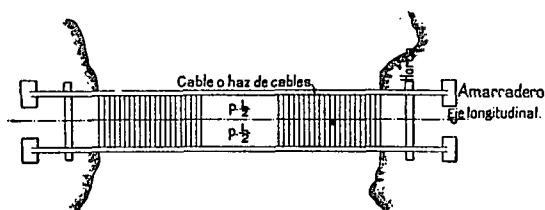


Fig. 1.

las que lo son a cada elemento. A su vez, el equilibrio de un sistema de fuerzas necesita satisfacer a las condiciones de *resultante nula* y *cierre de uno de sus polígonos funiculares*.

Cumpléndose estas dos condiciones, tanto en las fuerzas exteriores al sistema como en las que lo son a cada elemento, dedúcese que no puede haber traslación ni rotación, así del conjunto como tampoco de cada uno de los elementos de la construcción. Claro está que las condiciones citadas pueden reemplazarse por las de *resultante nula* y *concurrencia de las fuerzas*, las cuales fijan el equilibrio de las que cumplan con ellas.

Tomemos un polígono funicular para forma de equilibrio del cable y veamos si se cumplen las anteriores condiciones. Tanto en el conjunto como en cada vértice, verificase la condición de resultante nula, en virtud de que el polígono funicular no es otra cosa que la descomposición de cada una de las fuerzas, en las dos direcciones que a ella concurren. Cumplida la primera condición, la segunda también lo está en cada vértice, porque las fuerzas concurren efectivamente en él, y pasa lo mismo

con las exteriores al conjunto, porque la resultante total y reacciones extremas T que forman un triángulo (fig. 2) en el polígono de fuerzas, han de concurrir en un vértice de la figura recíproca. La forma que el cable ha de tomar bajo la acción de los pesos, será la de un polígono funicular de las fuerzas dadas.

La fuerza que actúa en cada punto del cable es la mitad de la que obra sobre cada travesero, y designando por d la separación de éstos, aquélla tendrá por expresión $\frac{1}{2} p d$. La reunión de todas ellas dará el polígono de fuerzas para el cable o haz de suspensión que consideremos, y su valor total será $\frac{p \cdot L}{2} = \frac{p \cdot d}{2}$, toda vez que los semitramos extremos insisten sobre las orillas, descargando así de su peso al cable correspon-

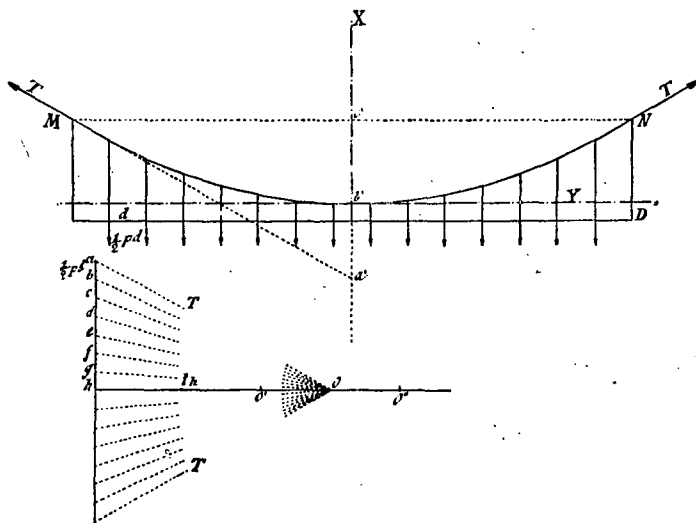


Fig. 2.

diente. Como la figura es simétrica, igual pasará a los esfuerzos, y el polo ha de encontrarse sobre una perpendicular al polígono de fuerzas en su punto medio, pues que de esta manera serán iguales las tensiones de los lados equidistantes del centro.

Elegido un punto cualquiera sobre dicha recta, $O, O', O'' \dots$ y tomado como polo, podremos construir el polígono funicular correspondiente. Fijada la luz CD con arreglo a escala, y tomados los tramos de longitud d de un extremo a otro de aquélla, trazando verticales por los puntos de división y fijada por último en una orilla la altura de horca N, D , se traza

zará por su extremo N una paralela a $O' a$ —suponiendo tomamos O' como polo—hasta su encuentro con la vertical del primer punto de división de la luz, por él otra paralela a $O' b$ terminándola en su encuentro con la vertical siguiente, y así sucesivamente, determinaríamos la forma que el cable tomará bajo la acción de los pesos, pero bien entendido que éste, resultará con una cierta flecha, dependiente de la posición del polo O' . Más como aquella ha de tener un cierto valor con arreglo a anteriores consideraciones, es necesario que el polo tomado nos dé un polígono funicular cuya flecha sea un valor de antemano fijado.

Determinación de la distancia polar.— Para determinar la distancia polar, supongamos el problema resuelto, y advirtamos que si multiplicamos el número de puntos de unión del tablero con el cable, éste ha de tomar la forma de una parábola de eje vertical, cuya ecuación referida a sus ejes será:

$$y^2 = 2 p x$$

y la de su tangente en el punto M de coordenadas x' e y' quedará determinada por las siguientes

$$y - y' = m (x - x') \quad \gg \quad y'^2 = 2 p x'$$

siendo m el coeficiente angular de la tangente en el punto de coordenadas x' e y' , cuyo valor deducido de la ecuación de la curva será

$$m = \frac{dy'}{dx'} = \frac{2 p}{2 \sqrt{2 p x'}} = \frac{p}{y'}$$

siendo por consiguiente en último término

$$y - y' = \frac{p}{y'} (x - x') \quad y'^2 = 2 p x'$$

las ecuaciones determinantes de aquella recta, que mediante la eliminación se reducen a

$$y \cdot y' = p (x + x')$$

Si hacemos $y = 0$ resulta $x = -x'$, por consiguiente la tangente corta al eje de las X negativas en punto a' que dista del vértice de la curva una cantidad $a' b'$ igual a la abscisa $b' c'$ del punto de contacto, o lo que es lo mismo que la subtangente es igual a la abscisa del punto

de contacto. Comparando así el triángulo $M a' c'$ con su semejante del polígono de fuerzas, tendremos

$$\frac{t_h}{\frac{p(L-d)}{4}} = \frac{L}{2f} \quad t_h = \frac{p \cdot L \cdot (L-d)}{16f}$$

Conocido t_h , bastará en la escala de fuerzas elegida, tomarlo sobre la perpendicular en el punto medio al polígono de fuerzas, a partir de éste, y su extremidad nos fijará el polo, que produciría una figura de equilibrio del cable, que sería una parábola de eje vertical, en la que el valor de $c' b'$ sería igual a f , que es la flecha de antemano fijada.

La solución no es, sin embargo, completamente rigurosa; exigiría para ser cierta la multiplicación del número de puntos de unión entre tablero y cables, en términos que en la práctica no ocurre así, pero en bien de la brevedad del razonamiento necesario a la obtención de la fórmula de partida hemos preferido prescindir de otros cálculos más rigurosos, que por otra parte conducen a resultados que no están de acuerdo con la poca exactitud empleada en la determinación de los elementos de estas obras de campaña.

Deducción de los elementos del cable empleado.—Con arreglo a la construcción antes indicada, podemos medir en el polígono de fuerzas el valor de $O a = T$, tensión máxima que ha de sufrir el haz; y si éste se compone de n cables, $\frac{T}{n}$ será la tensión en cada uno de ellos, con lo que conocido este dato podremos determinar su sección, quedando constituido el haz correspondiente por n cables iguales a él.

La longitud total del haz y puntos de amarre de las péndolas que conviene señalar antes de tenderlo, nos lo proporcionará, en su escala, la figura de equilibrio del cable deducida del polígono de fuerzas, pero como quiera que las cuerdas sufren extensiones bajo el efecto de las cargas, si se pretende que al cargar el puente tome éste exactamente la forma de la figura dibujada, será necesario prevenirse con antelación. Las cuerdas se deforman proporcionalmente a los esfuerzos a que están sometidas, y dichas deformaciones varían próximamente entre $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{6}$ de su longitud, así que mediante la figura 3 se tendrán las longitudes que deben darse a los distintos lados, tomando preliminarmente una longitud d en cierta escala, y trazando por uno de sus extremos, paralelas a los lados del polígono funicular.

Cálculo de las péndolas.—Soporta cada una la mitad del peso que carga sobre un travesero, así que designando por d la separación de éstos, será $t = \frac{1}{2} p d$ la extensión a que aquéllas estarán sometidas.

Teniendo presente que la hipótesis que nos sirvió de fundamento para la determinación de la distancia polar t_h , suponía al cable tomando la forma de la parábola como figura de equilibrio, hemos de deducir en consecuencia que con objeto de que los resultados estén en consonancia con los elementos deducidos del cálculo, hay necesidad de multiplicar el número de puntos de unión de los cables y tablero, o lo que es lo mismo, reducir en los términos posibles la longitud del tramo adoptado puesto que aquella figura de equilibrio corresponde al caso teórico—desde luego—de que la suspensión fuera continua y no aislada.

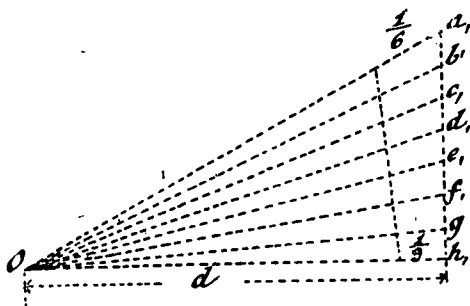


Fig. 3.

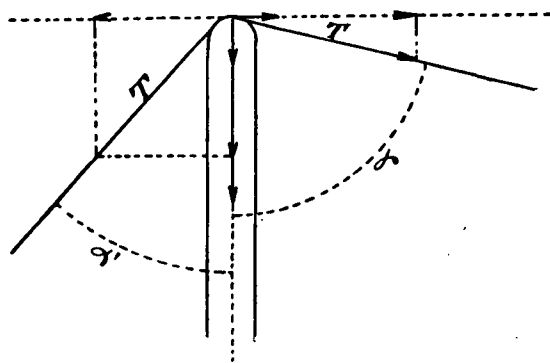


Fig. 4.

Sentadas las anteriores premisas, en la práctica adóptase como longitud de tramo más conveniente, la comprendida entre 1,50 y 2 metros, que permite aproximarse prácticamente a lo que en teoría se supuso, y además, que cada larguero, dada su longitud media, pueda tomar apoyo en tres traveseros consecutivos.

Consiguiéndose a más de una mayor rigidez en el conjunto, una también mayor seguridad, porque la falta de un travesero no lleva consigo la ruina del puente, siempre que el larguero se calcule como pieza apoyada en sus extremos, prescindiendo del sostén que le proporciona el travesero central.

Todos estos razonamientos justifican la existencia entre los datos, de la longitud del tramo a emplear.

Cálculo de las horcas.—Si los ángulos formados por la dirección vertical de la horca, con los cables de acceso y retenida, no fueran iguales como aparece en la figura 4, las componentes horizontales y verticales de la tensión T del cable, serían también distintas y quedaría en definitiva sometida la horca a una compresión suma de las componentes verticales y a una fuerza de abatimiento que sería la diferencia de las horizontales y en el sentido de la mayor. Estas fuerzas de giro son difícilmente contrarrestables en horcas, que como las de campana, no tienen base suficiente para anular por sí dicha acción, y el efecto hay que fiarlo únicamente al empleo de tornapuntas cuya acción no es de forma tal que asegure una completa garantía de resistencia al conjunto. Suponiendo efectivamente (fig. 5) $A B$ el montante de la horca sometido a la fuerza H de abatimiento en su cabeza, sería necesario disponer un tornapunta T cuya compresión produjera una reacción C' sobre $A B$ de magnitud tal, que su componente horizontal F satisficiera a la relación.

$$F \times B C = H \times A B \qquad F = \frac{A B \times H}{B C}$$

indispensable para que el montante conserve su posición de equilibrio

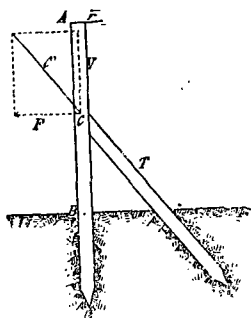


Fig. 5.

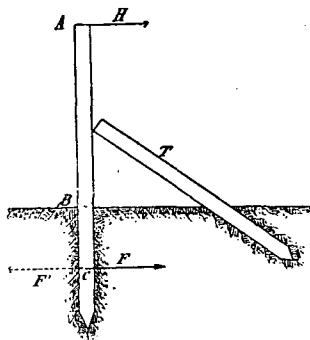


Fig. 6.

vertical alrededor del punto de giro, que suponemos está en B . Dificultades de cálculo no existen desde el momento que puede determinarse con precisión el valor de C' , compresión a que el tornapunta ha de estar sometido, pero sí puede haberlas de construcción, porque desde el instante en que el terreno ceda delante de la tornapunta o ésta no se encuentre perfectamente acuñada contra el montante, ocurrirá (fig. 6) que el momento de la fuerza H tiene que ser contrarrestado por el de otra naciente F tal que

$$H \times AB = F \times BC$$

pero esta fuerza F aparece a expensas de la acción F' igual y contraria que la parte de montante enterrado ejerce sobre el terreno, y habría que ver entonces si éste resiste a dicha acción, término difícil de calcular y expuesto, por consiguiente, a producir la inversión de la horca. El acunamiento perfecto de la tornapunta puede conseguirse mediante escrupulosa vigilancia de su puesta en obra, pero no puede decirse igual respecto a que el terreno no ceda a su presión, en cuyo caso produciríase igual efecto que el anteriormente citado.

Será, por lo tanto, muy conveniente tratar de anular toda acción inversora de la horca, lo cual conseguiremos desde el momento (fig. 4) que los ángulos α y α' fuesen iguales, y para ello, suponiendo que la plataforma de retención esté enterrada una profundidad P será necesario colocarla a una distancia D del montante u horca, dada por la relación

$$\frac{D}{A + P} = \frac{t_h}{\frac{p(L-d)}{4}} \quad \text{o} \quad D = \frac{4(A + P)t_h}{p(L-d)}$$

designando por A la altura de la horca.

Cuya relación, dedúcese de la semejanza entre el triángulo rectángulo (fig. 7), cuyos catetos son D y $A + P$ y el correspondiente del polígono de fuerzas que tiene como homólogos t_h y $\frac{p(L-d)}{4}$.

Conservada la igualdad de estos ángulos, el punto de apoyo de los haces en las horcas producirá una acción vertical que tendrá por valor el doble de la componente vertical de la tensión del haz

$$2 \frac{p(L-d)}{4} = \frac{p(L-d)}{2}$$

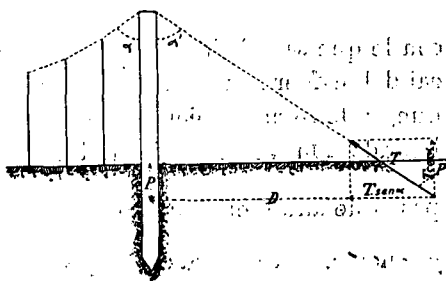


Fig. 7.

resultando así cada horca sometida a dos fuerzas verticales de valor $\frac{p(L-d)}{2}$ y aplicadas cada una en los puntos de apoyo de los haces respectivos. Si los ángulos con la vertical, formados por el cable de suspen-

si3n y retenci3n no fueran iguales, la acci3n vertical en cada punto de apoyo ser3a

$$\frac{p(L-d)}{4} + \text{componente vertical de la tensi3n del cable de retenci3n,}$$

cuyo segundo sumando se determinari3a con arreglo a la magnitud del 3ngulo de retenci3n.

C3lculo de los amarraderos.—Estos se encuentran sometidos en el punto de amarre a la misma tensi3n que sufre el haz, o sea T . Este esfuerzo inclinado (fig. 7), puede descomponerse en dos elementales: el uno vertical de valor $T \cos \alpha$ y el otro horizontal e igual a $T \sin \alpha$.

$$\text{Con arreglo al pol3gono de fuerzas } T \cos \alpha = \frac{p(L-d)}{4} \text{ y } T \sin \alpha \\ = t_h = \frac{p \cdot L(L-d)}{16 \cdot f}$$

Como para el c3lculo de la distancia del amarradero hubimos de suponer a 3ste enterrado a determinada profundidad P , su superficie habr3a de satisfacer a la relaci3n

$$m \times P \times E = \frac{p(L-d)}{4}$$

designando por m el peso de la unidad de volumen del material que haya de emplearse en rellenar la excavaci3n practicada, deduci3ndose en consecuencia, para superficie de la plataforma empleada

$$E = \frac{p(L-d)}{4 \times m \times P},$$

con lo que satisfecha esta igualdad, queda anulada la componente vertical del esfuerzo inclinado T que sobre la plataforma se ejerce. Con lo que, y de seguirse ejerciendo la tracci3n T , ver3ase dicho amarradero solicitado a moverse horizontalmente, siempre que consigo arrastrase el peso que anul3 el esfuerzo de elevaci3n; pero el peso $\frac{p(L-d)}{4}$ con que se encuentra cargada, opone ya de por s3 una resistencia al movimiento de avance, cuyo valor designando por f_1 el coeficiente de rozamiento de madera—suponemos el amarradero constituido por este material—sobre tierra, ser3

$$\frac{p(L-d)}{4} \cdot f_1.$$

La fuerza horizontal que en definitiva solicitar3 a moverse hacia ade-

lante a la plataforma será

$$T. \text{ sen } \alpha = \frac{p(L-d)}{4} \cdot f_1 = \frac{pL(L-d)}{16f} = \frac{p(L-d)}{4} \cdot f_1$$

y la seguridad del conjunto será indiscutible cuando el volumen de tie-

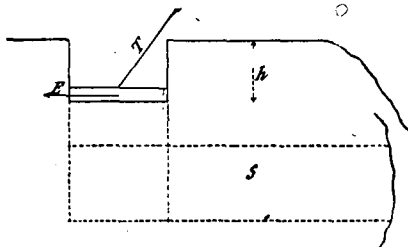


Fig. 8.

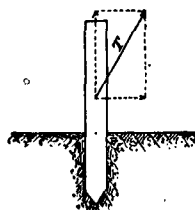


Fig. 9.

rras (fig. 8) $S \times h$ de peso $R = S \times h \times \delta$ que se desarrolla delante de la plataforma hasta la cortadura, no se mueva a impulsos del empuje citado, o dicho en otros términos, cuando el producto del peso del referido macizo R por el coeficiente de rozamiento de tierra sobre tierra, supere al valor $t_h = \frac{p(L-d)}{4} f_1$ que tiende a adelantar el amarradero. Prescin-

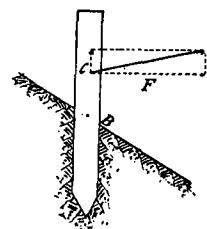


Fig. 10.

dimos aquí de la cohesión que las tierras presentan en obsequio del mayor coeficiente de seguridad con que de esta manera resultará calculado.

Los amarraderos considerados pertenecen a los clasificados como *horizontales*, pero existen otros más circunstanciales, si cabe, y que se denominan *norma-*

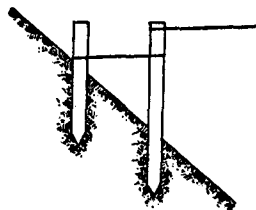


Fig. 11.

les, por su dirección, próximamente así, con relación al cable que sujetan.

A base todos, de piquetes enterrados, cuya dirección se vé (figs. 9 y 10) conviene se aproxime a la normal al cable, por reducir en mucho la componente del esfuerzo que tiende a desenterrar el amarradero, para cuya resistencia no cuenta con la aptitud conveniente; no dejando de indicar que es muy necesario amarrar el cable lo más bajo posible, pues así se reduce el momento $F \times BC$ que tiende a invertir el amarradero, y de no poderse llevar a cabo, convendría utilizar dos y hasta tres piquetes para que, ya que no los primeros, estén los últimos en las condi-

ciones referidas. Y si pudiéramos introducir una nueva fuerza F' cuyo momento con relación a B equilibrara al de la F , la resistencia del amarradero sería mucho mayor; este fin vienen a llenarlo (fig. 12) nuevos tornapuntas T' que se sujetan a los primeros por piezas clavadas a ellos

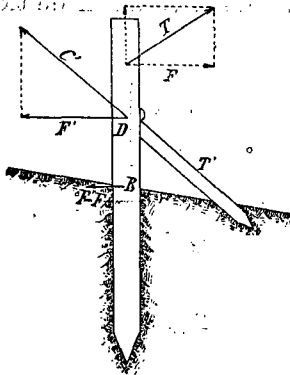


Fig. 12.

que les impidan resbalar. De esta manera y supuestos aquellos momentos equilibrados, quedaría el tornapunta principal únicamente sometido a una traslación paralela a aquellas fuerzas de magnitud $F' - t$ y aplicada en el supuesto punto de giro B , para cuya forma de resistencia es muy apta la pieza de que estamos tratando. La compresión para que el tornapunta T' haya de calcularse, estará representada por C' (1).

Si no se recurre a ninguno de los expedientes citados, el tornapunta tendrá que tomar apoyo en el terreno, resultando así éste sometido a una fuerza de magnitud F''

$$\frac{F \times BC}{BD}$$

(fig. 13) y de dirección contraria. La investigación de la resistencia del terreno en las condiciones referidas, según tuvimos ocasión de apuntar, resulta muy difícil y, por consiguiente, poco preciso el cálculo del amarradero.

De intento nos hemos detenido algo más en la exposición elemental de la resistencia de los amarraderos, por ser éstos los asideros del puente al terreno y base por consiguiente de la solidaridad del conjunto. De nada serviría calcular a la perfección tablero y cables de suspensión con todos sus accesorios, si aquellos puntos fundamentales de unión con el terreno no respondieran a la resistencia para que deben estar calculados.

Oscilaciones que experimentan los puentes suspendidos.—La forma que tomen los cables una vez tendidos y abandonados al peso propio del puente, no será la que dedujimos del polígono funicular, pues ésta era la correspondiente al caso en que sobre el puente actuase su peso pro-

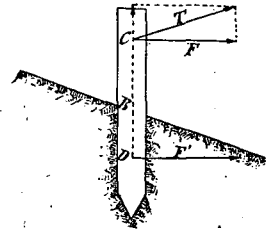


Fig. 13.

(1). Como esfuerzo secundario, queda el amarradero sometido a un desenterramiento, cuyo valor es la suma de las componentes de T y C' en dirección de su eje. Esta última, determina la resistencia que debe tener la unión de la *pieza tope* con el amarradero.

pio y sobrecarga máxima. Cargará sobre los haces ordinariamente el peso propio del puente, y para él adquirirán aquéllos una curvatura que será la que corresponda a la posición de equilibrio; si en estas condiciones circula una sobrecarga de peso p , ésta irá haciendo tomar a los cables (figura 14) en cada punto que pise, una nueva figura de equilibrio, y así en el caso a que nos referimos el nudo a tendrá que descender, para que aumentando la tensión en los dos lados del cable que a él concurren, equilibren el aumento de peso p que en aquel punto se ha producido. Al continuar la carga el movimiento, cesa su acción en dicho nudo y el tablero subirá por hacerlo el punto correspondiente a , toda vez que disminuyendo el peso que obra en el vértice, las tensiones que han de desarrollarse en los lados del polígono funicular que allí concurren, habrán de tener menor valor, mas no se detendrá el tablero en su posición de equilibrio, sino que pasará de ella en virtud de la fuerza viva adquirida para volver a descender y así sucesivamente, hasta que las resistencias desarrolladas en el movimiento consuman la energía productora de la causa. En punto equidistante del anterior con respecto al eje vertical de simetría, produciríanse movimientos inversos en virtud de la elasticidad del conjunto, y como consecuencia de la conservación de la cantidad de movimiento total.

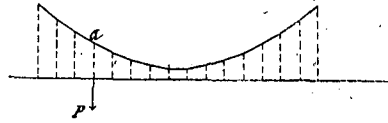


Fig. 14.

Estos movimientos los puede producir análogamente un viento, que atacando por debajo un puente de esta clase, alivie momentáneamente a los cables del peso del tablero, con lo cual, aquéllos solicitados por un menor peso tenderán a disminuir su flecha, que aumentará al sentir de nuevo el peso del tablero por cesar la causa aquélla, cuyas oscilaciones serán continuadas por virtud de la fuerza viva adquirida y repetidas a intervalos con arreglo a la ley de pulsaciones, en cuya virtud se hacen sentir los efectos de los vientos irregulares.

Este movimiento longitudinal no interrumpido durante el periodo en el que el viento hace sentir sus efectos, es capaz de desorganizar la tablación mejor constituida para piso de puente de la clase que se trata.

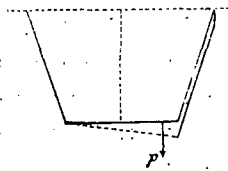


Fig. 15.

Aumentando la masa del conjunto, o disminuyendo la flecha de los cables, que es lo mismo que aumentar su rigidez, se atenúan en mucho los anteriores efectos.

Cuando las cargas supuestas no actúan en el eje del tablero, sino que se desvían a un lado u otro, resultará más cargado (fig. 15) uno de los

cables, tomando el tablero en consecuencia una inclinación transversal, que basta sea de algunos centímetros para hacer insegura y peligrosa la circulación. La amortiguación de estos efectos trae consigo un movimiento de balanceo que contribuye poderosamente a la desorganización del tablero.

Puentes suspendidos sistema Gisclard.—El Comandante de Ingenieros francés Gisclard, ha ideado un puente suspendido que tiene por objeto, suprimir las oscilaciones que podría experimentar bajo el efecto del paso de las cargas. Utiliza la propiedad de la indeformabilidad del triángulo, la cual subsistirá aun cuando esté formado por elementos flexibles, siem-

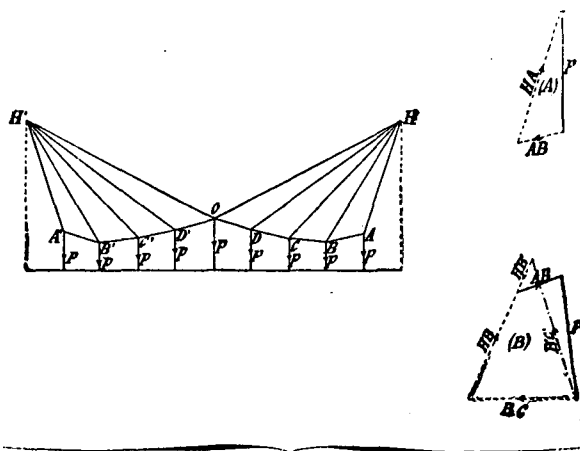


Fig. 16.

pre que aseguremos que las acciones a que ha de estar sometido, se ejercerán en dirección de sus lados y en sentido de extensión.

En el sistema indicado (fig. 16) se sustituye cada uno de los dos cables de suspensión, por una viga formada por cables inclinados que se unen a otro poligonal $A B C D O D' C' B' A'$, en puntos que constituyen los nudos, de los que se suspenden varillas que sostienen los traveseros del puente. Como antes dijimos, esta viga compuesta de elementos triangulares flexibles será indeformable, siempre que al paso de cualquier carga se produzcan extensiones en todos sus lados, ya que los elementos flexibles no pueden sin deformación, resistir compresiones.

Con arreglo a los principios de la estática gráfica, procederemos a determinar los esfuerzos que se ejercen en los distintos elementos de la viga así constituida, y formando el triángulo de equilibrio de fuerzas correspondiente al primer nudo A , nos indica que en los lados AB y HA se producen siempre extensiones; si pasamos al siguiente vértice B ,

el polígono de fuerzas se encuentra trazado en la figura citada, resultando el lado BC siempre extendido, pero la clase de esfuerzo producido en HB depende de la inclinación relativa de los elementos AB y BC , correspondiendo extensión para el HB en el caso de la figura, que se transformaría en compresión si el elemento BC tuviera la dirección $B'C'$, u otra cualquiera más próxima en dirección a la vertical. Se ve, por consiguiente, que cualquiera que sea la dirección de los elementos, resultarán siempre extendidos los cables que forman el cordón $HABCOC'B'A'H'$, es decir, el cordón exterior e inferior de la viga, pero los demás, sufrirán esfuerzos cuyo *sentido* dependerá de la inclinación relativa de los elementos antedichos.

La curva $ABCOC'B'A'$ es la posición límite que puede tomar el cordón inferior para que sufran extensiones todos los demás lados, y su determinación requiere empleo de cálculos que no son de este lugar; afecta la forma de descender a partir del punto O , pero no muy rápidamente, hasta ganar el punto más bajo de la curva y de aquí subir hasta alcanzar el punto más elevado H . También hay ocasiones, en que para más garantía, prescínlese de la elevación de este último trozo de la curva, y desde su punto más bajo se continúa paralelamente al tablero hasta el travesero próximo a la orilla correspondiente, de donde se une por medio de un cable inclinado— HA o $H'A'$ según la orilla—con la horca correspondiente, y de esta manera tenemos seguridad que vamos por debajo de la posición límite correspondiente. En efecto, equivale esto a que en el polígono correspondiente al vértice (B) hubiéramos supuesto horizontal el elemento AB , con lo que habría más garantía de que el elemento HB habría de sufrir extensión, supuesto en ambos casos la misma inclinación del elemento BC .

Ejemplo: Determinación de los elementos de un puente suspendido, con amarraderos horizontales, para el paso de una columna mixta:

$$L = 30 \text{ metros.}$$

$$f = 3 \text{ metros.}$$

$$d = 2 \text{ metros.}$$

Longitud de la péndola central = 1 metro.

$p = 900$ kilogramos (Manual Parellada, página 107).

Todas las citas que en el ejemplo hagamos se referirán al mismo Manual.

Determinación de la distancia polar

$$t_h = \frac{p \cdot L (L - d)}{16 \cdot f} = \frac{900 \times 30 \times 28}{16 \times 3} = 15.750 \text{ kilogramos.}$$

Carga en cada nudo = $\frac{1}{2} p d = 900$ kilogramos.

Construido (fig. 17) el polígono de fuerzas, tendremos el valor máximo de la tensión en cada haz $T = 16.920$ kilogramos. Si éste se compone de tres cables, el esfuerzo máximo en cada uno será $\frac{T}{3} = 5.640$ kilogramos y su sección (página 60) $\omega = \frac{P}{3} = 1.880$ milímetros cuadrados que corresponde a un diámetro de 49 milímetros. Cada haz se compondrá, por consiguiente, de tres cables de cuerda de 49 milímetros de diámetro.

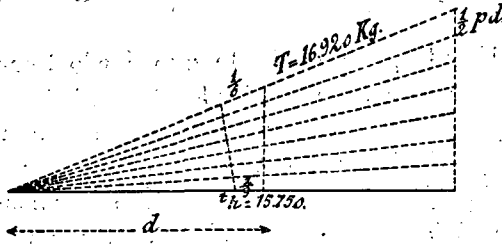


Fig. 17.

Longitud de los lados del polígono funicular.—

Se toma (fig. 17) sobre el lado horizontal y en determinada escala, la longitud d de un tramo; en

la misma escala, nos dará la figura en las rectas inclinadas, las longitudes de los distintos lados del polígono funicular, que si quieren reducirse en previsión de los alargamientos resultarán de:

$$1^m,788 \times 1^m,768 \times 1^m,756 \times 1^m,740 \times 1^m,744 \times 1^m,748 \times 1^m,760 \times 1^m,780.$$

Cálculo de las péndolas.—Estas resultarán sometidas a una extensión $= \frac{1}{2} p \cdot d = 900$ kilogramos.

Formándolas de cuerda (página 60) $\omega = \frac{P}{3} = 300$ milímetros cuadrados.

$$\text{diámetro} = \sqrt{\frac{4 \omega}{\pi}} = 20 \text{ milímetros.}$$

Cálculo de los traveseros.—Piezas escuadradas de madera $R = 120$ kilogramos \times centímetro cuadrado.

Carga uniformemente repartida sobre el travesero = $p \cdot d = 1.800$ kilogramos.

$$\text{longitud del travesero} = 3 \text{ metros.}$$

$$\text{(Página 86)} \quad p \cdot l^3 \times \frac{60}{120} = 1.800 \times 3 \times \frac{60}{120} = 2.700.$$

7 × 23 centímetros.

Cálculo de los largueros.—Supongamos 6 largueros por tramo. Carga máxima por metro lineal de larguero (página 45) $0,226 \times 900 = 203$ kilogramos.

$$p l^3 \times \frac{60}{120} = 203 \times 16 \times \frac{60}{120} = 1.624.$$

(página 86) 4 × 23 centímetros.

El larguero se apoya en tres traveseros consecutivos, pero para el cálculo se supone que lo hace exclusivamente en sus extremos.

Cálculo de los tablonos de piso.—Luz de los tablonos = 0,60 metros. La carga máxima, supuesto que se trata de columna sin carruajes, es la de un mulo de Artillería de montaña con su sobrecarga (pág. 10) $500 + 190 = 690$ kilogramos. Admitida la hipótesis de que se reparte entre dos tablonos, corresponderá a cada uno en su punto medio como carga máxima, $\frac{690}{2} = 345$ kilogramos.

$$\text{(pág. 82)} \quad 345 \times \frac{60}{120} = 172 \text{ kilogramos.}$$

20 × 4 centímetros.

Determinación de las horcas.—Acción vertical en el punto de apoyo de cada haz

$$2 \cdot \frac{p(L-d)}{4} = \frac{p(L-d)}{2} = \frac{900 \times 28}{2} = 12.600 \text{ kilogramos.}$$

Altura de la horca = 4 metros.

Cálculo de los montantes = 12.600 kg. > $l = 4$ m.

$R = 120 \text{ kg.} \times \text{cm}^2.$

$$(pág. 22) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{l}{b} = 30 \quad b = \frac{400}{30} = 10 \text{ cm.} \\ R'_1 = 25 \times 2 = 50 \end{array} \right\} a = \frac{12 \cdot 600}{50 \times 10} = 25 \text{ cm.}$$

$$a = 25 \text{ centímetros}$$

$$b = 10 \text{ centímetros}$$

supuesta anulada toda tendencia a la inversión de la horca por efecto de la igualación de los ángulos α y α' .

Cálculo de amarraderos.—Profundidad de los mismos $P = 3$ metros.

Distancia del amarradero a la horca

$$D = \frac{4(A+P)t_h}{p(L-d)} = \frac{4 \times 7 \times 15.750}{900 \times 28} = 17 \text{ metros.}$$

Superficie de la plataforma

$$E = \frac{p(L-d)}{4 \times m \times P}$$

Empleando tierra para cargar la plataforma, $m = 1.215$

$$E = \frac{900 \times 28}{4 \times 1.215 \times 3} = 2 \text{ m}^2 \text{ por exceso.}$$

Sería muy de desear poder emplear piedra, pero ésta no suele encontrarse en la cantidad necesaria.

Esfuerzo horizontal que se ejerce sobre la plataforma:

$$t_h - \frac{p(L-d)}{4} \cdot f_1 = 15.750 - \frac{900 \times 28}{4} \times 0,62 = 11.844 \text{ kg.}$$

tomando para f_1 el valor 0,62 coeficiente de rozamiento a la partida, de madera sobre tierra.

Resistencia del macizo al movimiento:

$$R \times f_1$$

$R = [1 \text{ m.} \times 3 \text{ m.} \times 17 \text{ m.}] \times 1215$. Suponemos que la plataforma es

un rectángulo de 1 metro de frente por 2 de fondo ($E = 2 \text{ m}^2$), que se encuentra a 17 metros del borde y a una profundidad de 3, datos todos deducidos de las circunstancias del amarradero.

$$R \times f_1 = 51 \times 1.215 \times 0,60 = 37.179 \text{ kilogramos}$$

será la resistencia al movimiento que como superior a 11.844 que solicita a la plataforma, le dará garantías de solidez.

Puentes tendidos.

Determinación de la tensión máxima.—Estos puentes están constituidos por un tablero apoyado en dos o más cables tendidos entre ambas orillas. Subsisten aquí los razonamientos hechos para los suspendidos respecto a que su longitud no puede ser grande, ni su flecha pequeña, por las consecuencias de aumento en la tensión de los cables de sostén. A

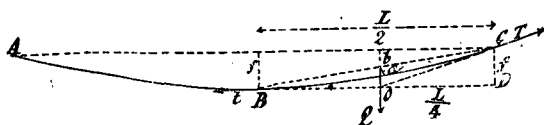
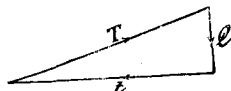


Fig. 18.

igualdad de luz con los puentes anteriores, su flecha tiene que ser menor, porque de otro modo los trozos próximos a las orillas tendrían una pendiente tal que dificultaría la circulación de las cargas, especialmente en el caso de ser rodadas. Con arreglo a ello se fija como límite conveniente para f , $\frac{1}{20}$ a $\frac{1}{30}$ de la luz total, y esta disminución de la flecha con relación a igual caso de los suspendidos produce un aumento en la tensión de los cables, lo cual obliga a comprender entre 30 y 40 metros la anchura máxima que puede salvarse con esta clase de puentes, porque para mayores valores habríamos de emplear cables de gran sección que es muy probable no se contara con ellos.

Supongamos un puente apoyado en n cables, cuyo diámetro vamos a determinar. Si designamos por p la carga y sobrecarga por metro lineal de puente, $\frac{p}{n-1}$ será la que corresponda a cualquiera de los $n-2$

cables centrales, que son los que se encuentran más cargados, prescindiendo de los dos extremos que soportan una carga mitad. La carga total sobre un cable será el producto de su longitud por $\frac{p}{n-1}$, carga por metro lineal, resultado que hemos de expresar por $2 \cdot Q$, con lo cual Q nos indicará el peso que corresponde a la mitad de uno de los n cables.

Este medio cable BC podemos cortarlo en sus extremos, sin que se altere el equilibrio, siempre que apliquemos en ellos dos fuerzas T y t respectivamente iguales a las acciones que los trozos de cable suprimido ejercían sobre el conservado, cuyas acciones no pueden ser otra cosa que las tensiones del cable en aquellos puntos. El equilibrio del conjunto exige el de las fuerzas exteriores t , T , Q , y éste quedará satisfecho, cuando dichas fuerzas sean concurrentes y de resultante nula o sea el polígono de fuerzas cerrado.

El peso Q debiéramos aplicarlo al centro de gravedad a del arco, pero con gran simplificación de los cálculos y error pequeño podemos suponerlo aplicado al punto medio b de la cuerda BC ; de esta manera $\frac{L}{4}$ y f serán los catetos del triángulo rectángulo COD que como semejante al de fuerzas, nos proporciona la siguiente relación:

$$\frac{T}{Q} = \frac{\sqrt{\frac{L^2}{16} + f^2}}{f} \quad ; \quad T = \frac{Q}{f} \sqrt{\frac{L^2}{16} + f^2}$$

y si teniendo en cuenta la pequeña curvatura, tomamos la luz como longitud del cable, tendremos:

$$2 \cdot Q = \frac{p}{n-1} \times L = p_1 \times L$$

$$Q = \frac{p_1 \times L}{2}$$

$$T = \frac{p_1 \cdot L}{2f} \sqrt{\frac{L^2}{16} + f^2}$$

que nos da la tensión máxima del cable en función de cantidades conocidas permitiéndonos determinar su sección.

Si los tablones apoyan directamente en los cables, nada tenemos que añadir a lo dicho; mas si el tablero se compone de traveseros, viguetas y

tablones, los primeros marcarán los puntos de insistencia de las cargas en los cables, que al encontrarse solicitados por pesos en puntos aislados, habrán de adquirir la forma de polígono funicular de aquellas fuerzas, variando en algo los razonamientos expuestos.

A. JIMENEZ MONTERO.

RUEDAS ELASTICAS "AMERICA,,

Las ruedas elásticas existentes se clasifican en tres grandes grupos, según se encuentre el sistema elástico en el cubo, en los radios o en la llanta, y en todos estos sistemas el movimiento de amortiguamiento se verifica en sentido radial.

En la rueda «América», que motiva la presente noticia, el amortiguamiento se verifica en sentido tangencial; los órganos son sencillos y robustos, y aun en el caso de presentarse una rotura de muelle es sencillísimo su recambio, aparte de lo económica que resulta la sustitución de uno de estos resortes cuyo precio es exiguo y ocupan en la caja de reparaciones muchísimo menos espacio del exigido por los accesorios de montaje de neumáticos, bombas, cámaras, etc.

Vamos a dar una explicación detallada según los datos y observaciones que de su estudio hemos podido obtener. Se compone la rueda que nos ocupa, de una zona elástica que sirve de unión entre la llanta propiamente dicha y el cubo o pina, consistiendo esta zona elástica en una serie de seis mecanismos, compuestos cada uno de ellos de dos resortes cónicos de sección rectangular, montados sobre un vástago que se desliza en un manguito articulado a la pina, estando al propio tiempo este vástago articulado a la llanta exterior.

La figura 1 representa una vista exterior e interior de la rueda de referencia; la figura 2 un corte por la línea *AB* de la figura 1 y la figura 4 un corte completo de uno de los seis mecanismos que la componen.

La llanta exterior 1 tiene dispuesta su cara interna para recibir los vástagos 7; la pina 15 por su cara exterior permite la articulación de los manguitos 13, dispuestos cada uno de ellos para que pueda deslizarse en el vástago 7.

El manguito presenta en cada extremo una *valona* 12 en la que se apoyan los resortes 10-11 por su base mayor.

El vástago 7 es hueco y presenta en uno de los extremos un brazo también hueco que se articula al eje 4. Dicho vástago pasa por dentro del manguito 13 en el cual puede deslizarse quedando el resorte 10 entre el reborde 6 del vástago y la valona 12 del manguito, y el muelle 11 entre

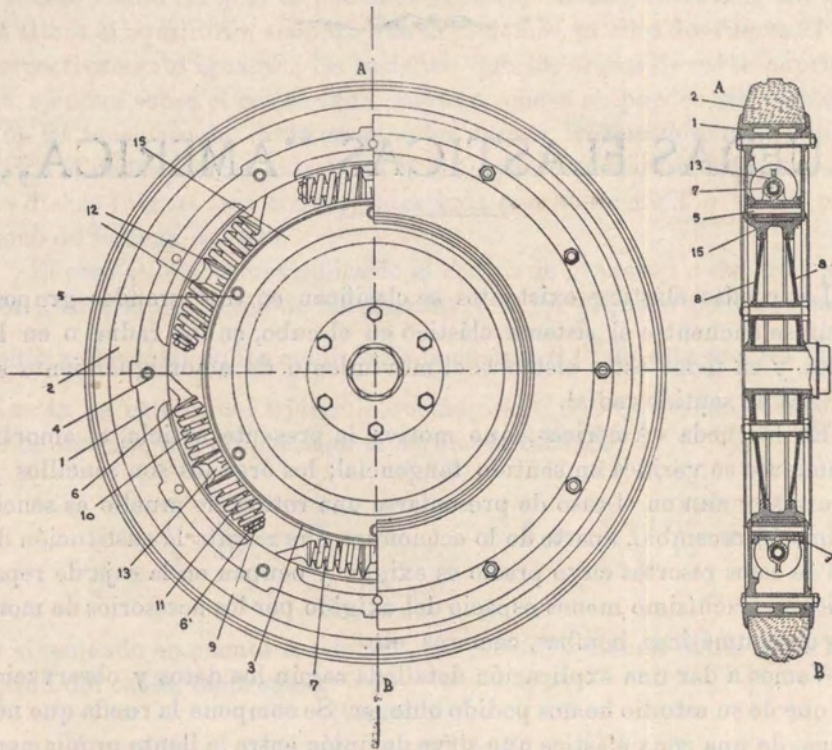


Fig. 1.

Fig. 2.

la otra valona 12 del manguito y la tuerca 6 roscada al otro extremo del vástago, sirviendo al propio tiempo esta tuerca 6 para regular la tensión de los resortes 10-11.

El vástago está abierto por un extremo cerrándose la entrada con el tapón roscado 9; se llena de aceite denso que sale por los agujeros 16 para lubricar la superficie del manguito 13 y por el agujero 18 lubrica el eje 5 y pasa por el conducto 17 para lubricar el eje 4.

El conjunto de los seis mecanismos formados por el vástago, manguito, muelles, tuerca y tapón, está dispuesto entre la pina 15 y la llanta exterior 1 distribuídos en la circunferencia de la pina, formando una sola

serie, pero puede también construirse la rueda de dos o más series paralelas, o bien, dispuestas de modo que los vástagos de una de ellas se intercalen con los de la otra. También pueden aplicarse dos o más bandajes 2 a la llanta 1, y éstos, macizos o huecos, según el trabajo a que estén destinados, y sirven por lo tanto para automóviles rápidos, camiones y tractores de Artillería, y según sus autores, son aplicable a toda clase de vehículos.

Con la disposición que se ha dado a esta rueda, cualquier esfuerzo que reciba el calee tiende a variar la distancia relativa entre el aro 1 y la pina 15 y acciona sobre los vástagos 7, comprimiendo uno de los resortes de cada vástago y extendiendo el otro de modo que el esfuerzo se distribuye entre todos los resortes y se amortigua por completo, obteniéndose tam-

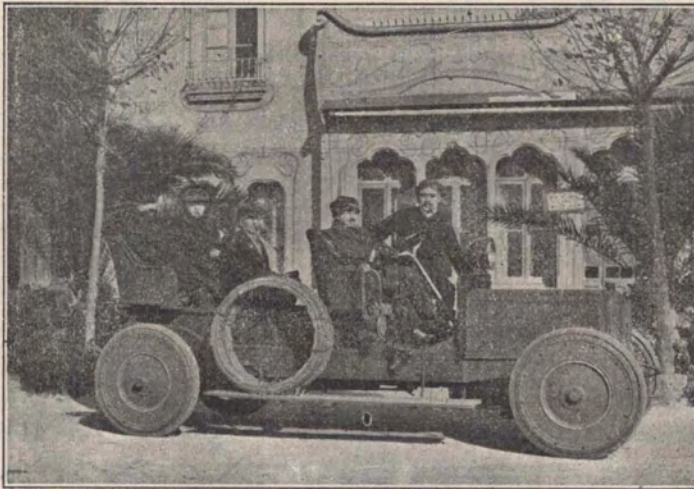


Fig. 3.

bién mayor suavidad en los arranques y frenadas que si estuviera provisto de neumáticos a causa de amortiguar los resortes el esfuerzo circular la pina 15, antes de transmitir dicho esfuerzo a la tangente formada por el bandaje 2 a su contacto con el pavimento. El conjunto de esta disposición resulta al propio tiempo de gran resistencia, quedando los resortes después de su trabajo sin sufrir deformación alguna. El montaje de los cubos, como puede verse en la figura 2, es sencillísimo y de gran solidez. La concéntrica puede hacerse de radios de madera o metálicos en vez de ser blindada como demuestran las figuras 1 y 2.

La llanta exterior va provista de un reborde o pestaña destinado a sujetar uno de los talones del bandaje. Por el borde opuesto la llanta no

presenta reborde alguno con objeto de permitir libremente la colocación del bandaje, el cual se sujeta por medio de un aro tapa que forma una pestaña análoga a la de la llanta y se fija por medio de 12 pernos. Las tuercas de estos pernos son imperdibles, gracias a la disposición de una arandela con un diente, que se dobla después de atornillada.

Con objeto de evitar en absoluto que el bandaje se deslice circularmente sobre la llanta, se ha dispuesto en ésta una serie de 12 resaltos

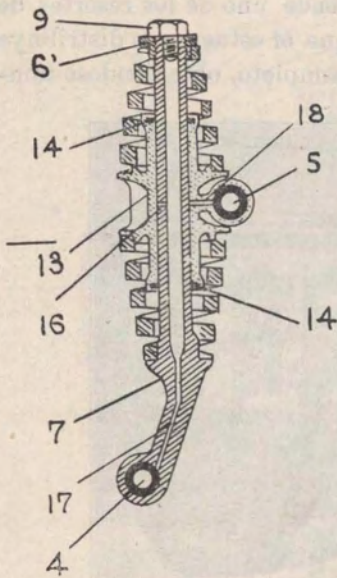


Fig. 4.

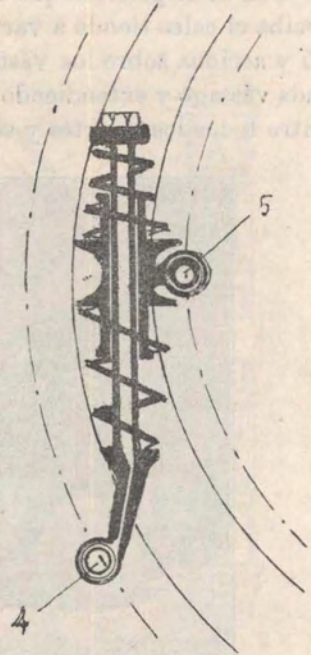


Fig. 5.

transversales que encajan en otros tantos huecos practicados en el interior del bandaje.

Hemos tenido ocasión de asistir a unas pruebas hechas con un coche Panhard-Levassor de 30-40 HP, buscando toda clase de dificultades y haciendo recorridos sobre pavimentos de adoquinado, empedrado, asfaltado, así como carreteras que por efecto de recientes lluvias estaban en bastante mal estado, y caminos de grandes pendientes y curvas pronunciadas, y en todo su recorrido pudimos apreciar el perfecto funcionamiento de las ruedas; la suavidad de la marcha en nada se diferenciaba del rodamiento sobre neumáticos, antes bien, en los baches profundos, carriladas, etcétera, es donde el amortiguamiento rapidísimo en la zona

elástica, hace resaltar más su ventaja sobre los sistemas ordinarios.

Destapada y reconocida la rueda en los descansos de la prueba, comprobamos que en nada sufría la integridad del sistema y que el engrase era perfecto.

En algunos sitios, por la aglomeración de vehículos, se nos presentaron casos de virajes, frenadas y arrancadas rápidas, y al regreso una zanja poco visible en un adoquinado y que pasó inadvertida por el que guiaba el coche, fué atravesada sin que en la fuerte trepidación sufrida padecieran nada los elementos de la rueda, accidente que hubiera costado la rotura de una cámara si hubiéramos llevado neumáticos.

Un automóvil de la casa Pathé Frères que nos siguió para impresionar una película de las pruebas en lo alto del Tibidabo y que llevaba neumáticos ordinarios, quedóse en ocasiones bastante rezagado al bajar de Vallvidriera, por no poder resistir a gran velocidad las frenadas y los virajes imprevistos por esta carretera, que tiene una gran pendiente y en la que las revueltas se suceden a cada instante.

El desgaste de la goma maciza es insignificante. Hemos visto un juego de bandas que habiendo recorrido más de 2.000 kilómetros no presentaba desgaste apreciable, cosa que se comprende, porque los rozamientos duros de las ruedas contra el suelo son absorbidos por los resortes.

En resumen; creemos concretar nuestra opinión en las siguientes conclusiones:

a) La elasticidad de estas ruedas es desde luego superior a las de neumáticos con cámara de aire, y a causa de su disposición especial en los resortes no experimenta oscilaciones al volver a la posición normal, así como por verificarse simultáneamente la extensión de un resorte y la compresión de otro, desarrollando igual cantidad de trabajo, el absorbido por la deformación es nulo o puede en la práctica considerarse como tal.

b) A causa de la solidez de los elementos elásticos no producen las deformaciones modificación en ellos, que de otra manera podrían comprometer la solidez de la rueda.

c) Las torsiones y distorsiones que se producen en la zona flexible en los arranques y en las paradas son completamente absorbidas, no dando lugar a ningún movimiento brusco, siendo tanto más suave la marcha cuanto mayor sea la velocidad.

d) Suprime en absoluto los neceseres del montaje; el tiempo empleado en cambiar las bandas es insignificante a causa de la disposición dentada de la llanta; tampoco son necesarios los dispositivos para evitar el resbalamiento lateral.

e) Los materiales empleados en las ruedas de un automóvil de turismo son:

Llantas... ..	Aleación de aluminio.	Resistencia a la tracción	20 a 25 kg. mm. ²
Bandaje.....	Caucho.....		
Guardapoivo...	Fieltro.....		
Ejes huecos....	Acero cementado y rec-		
	tificado.....	» a la »	80 a 25
Vástagos.....	Acero cementado y rec-		
	tificado.....	» a la »	80 a 25
Discos.....	Concéntricos, plancha		
	de acero.....	» a la »	40 a 25
Resortes.....	Acero especial para		
	muelles.....		
Manguito del re-	Aleación bronce de alu-		
sorte.....	minio.....	» a la »	26 a 25

Como podrá ver todo el que lea este artículo, se trata de un invento sencillo y útil, que seguramente interesará a cuantos se ocupan de estos asuntos y en especial a nuestros compañeros de Cuerpo, a quienes lo hemos querido exponer adelantándonos a que se haga completamente público.

La rueda de que hemos tratado, ha sido patentada en los principales países de Europa y América y tiene para los españoles la simpática condición de su fabricación nacional y ser su inventor el ingeniero Sr. Pazos, compatriota nuestro.

JAIME ZARDOYA.

GENERALIZACIÓN DE LA REGLA RUSA PARA MULTIPLICAR

En el número correspondiente al mes de enero del año pasado del MEMORIAL DE INGENIEROS se publicó un interesante artículo, cuyo autor, que ocultaba su nombre bajo las iniciales J. Ll. S., daba a conocer el curioso, aunque nada práctico, procedimiento conocido con el nombre de *regla rusa* para multiplicar.

Como recordarán nuestros lectores, el procedimiento se reduce a escribir en una misma línea los dos números que se trata de multiplicar y

debajo de uno de ellos se van escribiendo los cocientes enteros resultantes de dividirlo sucesivamente por 2 hasta llegar a la unidad. El otro factor se multiplica sucesivamente también por 2 y los productos que se van obteniendo se escriben debajo de este segundo factor y a la misma altura que los cocientes correspondientes que se han obtenido del primero. Tomando de estos productos así obtenidos los que corresponden a números impares de la primera columna, y sumándolos, se obtendrá el producto buscado. O sea, aplicándolo a un ejemplo, supongamos que queremos multiplicar 1.142×35 y tendremos:

1.142	35	
571		70
285		140
142	280	
71		560
35		1.120
17		2.240
8	4.480	
4	8.960	
2	17.920	
1		35.840
		<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>
		39.970 = 1.142 × 35

En el artículo citado se daban tres demostraciones sumamente ingeniosas para justificar el procedimiento, y basándonos en demostraciones análogas, pretendemos generalizarlo (1), o sea, determinar las modificaciones que habrá necesidad de introducir en él cuando en vez de tomar el número 2 para divisor y multiplicador, respectivamente, de los dos números que se trata de multiplicar, se tome otro número cualquiera, advirtiéndole ante todo que no por ello el procedimiento aventaja al usual y que sólo como curiosidad de cálculo puede ser admitido.

*
**

Para ello llamemos A y B a los dos números cuyo producto se trata de obtener, y sea m el número que tomamos para dividir sucesivamente a A y multiplicar a B , y designemos por $A_1, A_2, A_3 \dots A_{p-1}, A_p$ y 0 los cocientes enteros sucesivos resultantes de las divisiones de A por m ; por $r, r_1, r_2 \dots r_{p-1}, r_p$, los restos correspondientes que pueden ser aditivos o substractivos y por $B_1, B_2 \dots B_{p-1}, B_p$, los productos sucesivos $B \times m, B \times m^2, B \times m^3 \dots B \times m^{p-1}, B \times m^p$.

(1) Esta idea ha sido también apuntada por el distinguido teniente coronel de Estado Mayor y sabio profesor, D. Román Ayza.

Podremos establecer las siguientes igualdades:

$$A \cdot B = (A : m) \cdot (B \cdot m) = \left(A_1 \pm \frac{r}{m} \right) (B \cdot m) = A_1 \cdot B_1 \pm r \cdot B$$

$$A_1 \cdot B_1 = (A_1 : m) (B_1 \cdot m) = \left(A_2 \pm \frac{r_1}{m} \right) (B_1 \cdot m) = A_2 \cdot B_2 \pm r_1 \cdot B_1$$

$$A_2 \cdot B_2 = (A_2 : m) (B_2 \cdot m) = \left(A_3 \pm \frac{r_2}{m} \right) (B_2 \cdot m) = A_3 \cdot B_3 \pm r_2 \cdot B_2$$

.....

.....

$$A_{p-1} \cdot B_{p-1} = (A_{p-1} : m) (B_{p-1} \cdot m) = \left(A_p \pm \frac{r_{p-1}}{m} \right) (B_{p-1} \cdot m) =$$

$$= A_p \cdot B_p \pm r_{p-1} \cdot B_{p-1}$$

hasta llegar a un cociente A_p tal, que por ser $A_p < m$, el cociente entero siguiente será 0 y el resto aditivo

$$r_p = A_p$$

o sea

$$A_p \cdot B_p = (A_p : m) (B_p \cdot m) = \left(0 + \frac{r_p}{m} \right) (B_p \cdot m) = r_p \cdot B_p$$

Sumando miembro a miembro los primeros y últimos de las anteriores igualdades, incluso la última (1), y suprimiendo los términos que son comunes a los dos miembros de la igualdad resultante, tendremos:

$$A \cdot B = r \cdot B \pm r_1 \cdot B_1 \pm r_2 \cdot B_2 \pm \dots \pm r_{p-1} \cdot B_{p-1} + r_p \cdot B_p \quad [1]$$

de la que podremos deducir la regla de que *para hallar el producto habrá que multiplicar cada uno de los productos sucesivos de B, por los restos correspondientes de las divisiones sucesivas de A; sumar por separado los que corresponden a los restos positivos y a los negativos y restando de la primera suma la segunda, la diferencia será el producto buscado.*

(1) En realidad, esta última es una identidad que no hubiera sido preciso considerar, pues bastaba sustituir en la anterior A_p por su igual r_p .

Aplicando esta regla al mismo ejemplo anterior, tomando como divisor y multiplicador el número 9 y haciendo uso sólo de los restos aditivos, tendremos:

8	1.142	35	280	
0	126	315		
5	14	2.835	14.175	
1	1		<u>25.515</u>	
	0			39.970 = 1.142 × 35

Los números de la primera columna son los restos de las sucesivas divisiones; los de la segunda son los respectivos cocientes enteros; la tercera contiene los productos de 35 por las potencias de 9, cuando éstos no han de entrar en la suma como el 315 por corresponder a un resto 0, o que han de entrar modificados como el 35 y el 2.835 que hay que multiplicar respectivamente por 8 y por 5, y por último, la cuarta columna contiene ya los sumandos cuya suma ha de ser el producto buscado.

En el caso de que se tomaran los restos aditivos y substractivos según conviniera, el ejemplo anterior siendo también el 9 el divisor y multiplicador empleado, sería:

- 1	1.142		+	-
+ 1	127		315	. 35
+ 5	14	2.835	14.175	
+ 1	1		<u>25.515</u>	
	0		40.005	<u>35</u>
			- 35	
			<u>39.970</u>	= 1.142 ₁ × 35

Es fácil darse cuenta de que cuanto mayor sea el número elegido para divisor y multiplicador, menor será el número de divisiones que habrá que hacer hasta llegar al cociente 0 y menor también el de multiplicaciones del segundo factor por las potencias sucesivas del número elegido; pero en cambio, como será mayor el número de restos distintos de 0, 1 y - 1, aumentará también el de multiplicaciones $r_n \cdot B_n, r_p \cdot B_p, \dots$ lo que compensará la ventaja antes dicha.

En el caso que se tome como divisor y multiplicador el número 3, como los restos sólo podrán ser 1, - 1 y 0, no habrá que hacer ningún producto $r_n \cdot B_n$ y sólo habrá que disponer los productos sucesivos del segundo factor en tres columnas, una para los positivos, otra para los negativos y la última para los que no han de intervenir en el producto.

Aplicándolo al ejemplo citado será:

		+	—	
— 1	1.142		35	
0	381			105
1	127	315		
0	42			945
— 1	14		2.835	
— 1	5		8.505	
— 1	2		25.515	
1	1	76.545		
	0	76.860	36.890	
		36.890		
		39.970		

$39.970 = 1.142 \times 35$

* * *

Fundándonos en las propiedades que son comunes a todos los sistemas de numeración, podemos también encontrar demostración apropiada para el procedimiento de multiplicación indicado.

En efecto, para escribir un número A en el sistema de base m habrá que dividir, según sabemos, A por m , y el resto r será el número de unidades simples o de primer orden contenido en A . Dividiendo el cociente entero obtenido por m , el nuevo resto r_1 será el número de unidades de segundo orden, y prosiguiendo la operación en la misma forma, tendremos en los restos sucesivos $r_2, r_3, \dots, r_{p-1}, r_p$ el número de unidades o cifras de los distintos órdenes y, por lo tanto, el número A escrito en el sistema de numeración de base m , será

$$r_p r_{p-1} \dots r_3 r_2 r_1 r$$

el cual, según el concepto general de los sistemas de numeración, contendrá un número de unidades que será, admitiendo que $m^0 = 1$:

$$r \cdot m^0 + r_1 \cdot m^1 + r_2 \cdot m^2 + \dots + r_{p-1} \cdot m^{p-1} + r_p \cdot m^p.$$

Ahora bien: la generalización de la *regla rusa* está condensada según hemos visto en la expresión:

$$r \cdot B + r_1 \cdot B_1 + r_2 \cdot B_2 + \dots + r_{p-1} \cdot B_{p-1} + r_p \cdot B_p$$

que podemos transformar, sustituyendo en vez de B_1, B_2, \dots sus valores en función de B en:

$$r \cdot B \cdot m^0 + r_1 \cdot B \cdot m^1 + r_2 \cdot B \cdot m^2 + \dots + r_{p-1} \cdot B \cdot m^{p-1} + r_p \cdot B \cdot m^p$$

y sacando a B factor común:

$$B (r \cdot m^0 + r_1 \cdot m^1 + r_2 \cdot m^2 + \dots + r_{p-1} \cdot m^{p-1} + r_p \cdot m^p)$$

en la cual se ve que el número escrito entre paréntesis no es sino la expresión de las unidades contenidas en la cantidad, que escrita en el sistema de base m , es $r_p r_{p-1} \dots r_2 r_1 r$ y en el sistema decimal es A ; lo cual nos permite deducir que efectivamente el procedimiento seguido nos da el producto buscado $A \cdot B$.

Para ver que también se puede hacer uso de los restos substractivos bastará observar que si en vez del resto aditivo r_a empleamos el substractivo r'_a que es igual a $m - r_a$, habrá que aumentar en una unidad las del orden superior, y en vez de sumar $r_a \cdot m^a$ habrá que restar $r'_a \cdot m^a$.

*
* *

Uná nueva demostración, análoga a la tercera de las expresadas en el artículo antes citado, podemos encontrar observando que todo número entero admite una descomposición en sumandos que puede expresarse bajo la forma:

$$A = a \cdot m^p + b \cdot m^q + c \cdot m^r + d \cdot m^s + \dots \quad [2]$$

en la cual los números $a, b, c, d \dots$ son enteros y menores que m y sus valores sera fácil deducirlos, observando que si dividimos el número A por una potencia m^s de m menor que él, obtendremos un cociente entero cuyo resto, al dividirlo nuevamente por m , será precisamente el número que multiplica a m^s en la expresión [2].

En efecto: bastará observar que al dividir los sumandos que contengan potencias de m con exponente mayor que s , darán cocientes exactos que seguirán teniendo como factor común a m y cuya suma podremos representar por $P \cdot m$; el sumando que contenga m^s dará de cociente el número d que le multiplica, y los que contengan las potencias de m inferiores a m^s , darán cocientes de la forma $f \cdot \frac{1}{m^n}$ cuya suma nunca pó-

drá llegar a ser la unidad (1), resultando, en efecto, que el cociente entero será de la forma $P \cdot m + d$ que al volverlo a dividir por m nos dará por resto el número d que multiplica a m^s en la expresión [2].

Es evidente que si en esa expresión no existiera el sumando $d \cdot m^s$, el cociente entero se reduciría a $P \cdot m$, cuyo resto con relación a m es cero como debía suceder.

De esto se deduce que para poner el número A en la forma [2] habrá que dividir por m , A y los cocientes enteros que vayan resultando, conforme hacemos en el procedimiento estudiado, y la suma de los productos de los restos hallados, por las potencias correspondientes de m será igual al número A , lo cual prueba que

$$B(r \cdot m^0 + r_1 \cdot m^1 + r_2 \cdot m^2 + \dots)$$

o su igual

$$r \cdot B + r_1 \cdot B_1 + r_2 \cdot B_2 + \dots$$

nos da el producto buscado $A \cdot B$.

* *

Como casos particulares, citados también por el aludido teniente coronel de Estado Mayor Sr. Ayza, observaremos que si el número A es

(1) Para convencerse de ello, basta observar que debiendo ser los números a, b, c, \dots menores que m y enteros, el mayor valor que podrán tener será $m - 1$ y por lo tanto el caso más desfavorable será aquél en que la suma de esos términos fraccionarios sea:

$$\begin{aligned} (m-1) \cdot \frac{1}{m} + (m-1) \cdot \frac{1}{m^2} + \dots + (m-1) \cdot \frac{1}{m^n} = \\ = (m-1) \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \dots + \frac{1}{m^n} \right) \end{aligned}$$

Este segundo factor es la suma de los n , primeros términos de una progresión por cociente cuya razón es $\frac{1}{m}$ y por lo tanto su valor es

$$S_n = \frac{1}{m} \times \frac{1 - \frac{1}{m^n}}{1 - \frac{1}{m}} = \frac{1 - \frac{1}{m^n}}{m - 1}$$

que tiende a $\frac{1}{m-1}$ cuando n crece indefinidamente, y por lo tanto su producto por $m - 1$ tendrá por límite la unidad conforme habíamos dicho.

igual a m^n , los restos sucesivos serán todos 0 excepto el último, correspondiente al cociente 0 cuyo resto será + 1 y por lo tanto el único de los productos sucesivos de B que hay que considerar será $B \cdot m^n$, o sea que en este caso el procedimiento se reduce al procedimiento usual.

Otro tanto ocurre si tomamos como divisor y multiplicador el número 10, base de nuestro sistema de numeración, pues en efecto, en el ejemplo de antes tendremos

2	1.142	35×2
4	114	$35 \times 4 \times 10$
1	11	$35 \times 1 \times 100$
1	1	$35 \times 1 \times 1000$
		<hr style="width: 100%;"/>
		$35 \cdot (2 + 40 + 100 + 1000)$

o sea que el 35 hay que multiplicarlo por dos unidades, por cuatro decenas, una centena y un millar, cuyos productos son los productos parciales del procedimiento ordinario y su suma en uno y otro, el producto total.

J. R.

REVISTA MILITAR

La producción de metales en la guerra actual.

De un artículo publicado por Mr. Charles Normand, referente a la intervención que tienen los metales en la guerra actual, tomamos el extracto que sigue.

Por él podrá juzgarse, que no es probable que falten elementos de destrucción, ni por parte de los aliados ni por los imperios centrales: unos y otros tienen, con más o menos abundancia, yacimientos metalúrgicos que aseguran por bastante tiempo la fabricación de municiones, cuestión de capitalísimo interés, como se ha visto ya hace unos meses, cuando escasearon en el ejército ruso.

He aquí la producción de los ocho metales más importantes:

Manganeso. — Los países más productores de este metal son Rusia, la India y los Estados Unidos, que en 1913 dió el 93 por 100 de la cantidad total extraída. Alemania importó ese año 670.000 toneladas: extrajo de su territorio 90.000 y Austria del suyo 16.000. No debe olvidarse, no obstante, que el manganeso se encuentra en combinación con gran número de minerales, y que si los alemanes empleaban antes de la guerra el bióxido de manganeso (pirolusita), era debido a que es el mineral más rico en el metal de que tratamos pero, seguramente, a falta de él, se valdrán de otros más pobres, y además es seguro que en previsión de una guerra tendrían considerables reservas almacenadas. Las buenas cualidades que el manganeso da al acero fundido en proporciones del medio al uno por 100, aparte de que sirve para desoxi-

dar el acero fundido, es de esperar que sean causa de que los imperios centrales, aunque sea a costa de mayor trabajo, se esfuercen por lograrlas.

Cromo.—Los aceros cromados, que tanto se emplean en las planchas de blindaje de los buques, en proyectiles de ruptura y distintos órganos de maquinaria, son casi en su totalidad extraídos del Africa del Sur y de Nueva Caledonia, aunque también se explota en Rusia, en Grecia y en el Asia Menor que es indudablemente de donde se proveen Alemania y Austria en la actualidad.

Niquel.—Este importantísimo metal, es elemento indispensable, no sólo como elemento resistente combinado con el acero en las planchas de blindaje, sino también en la fabricación de cañones y de proyectiles, sin que tenga sustitución alguna posible. A falta de datos precisos de la producción de 1913, año anterior a la conflagración mundial, pueden citarse los de 1912. En éste la producción terrestre de níquel fué de 26.000 toneladas: de éstas fueron dadas 22.100 por el Canadá y las restantes por Nueva Caledonia (3.500) y por Suecia y Noruega (400). Carecen por lo tanto los alemanes de tan precioso metal, y solamente pueden contar con lo que tuvieran de reserva.

Cobre.—Es elemento constituyente de la cartuchería de fusil y de cañón: de los alambres telegráficos y telefónicos y en una palabra, es uno de los metales de mayor importancia en la industria militar. La extracción total de cobre que fué en 1913 de un millón de toneladas, se distribuye en la forma siguiente:

Estados Unidos, 550.000 toneladas.

Japón, 73.000 ídem.

España, 346.100 ídem.

Portugal, ídem íd.

México, ídem íd.

Australia, ídem íd.

Rusia, ídem íd.

Chile, ídem íd.

Italia, 1.600 ídem.

Inglaterra, 300 ídem.

Alemania, 25.000 ídem.

Austria, 4.000 ídem.

Todas las naciones beligerantes eran tributarias de la América del Norte en cuanto al cobre se refiere y así vemos que Alemania importó en 1913, 137.000 toneladas; 71.000, Francia; 18.000, Italia; 17.000, Austria, y 15.000 Inglaterra. Hasta mayo del año actual la importación italiana en los cuatro meses del mismo triplicó su importación, y Suecia y Noruega, que apenas importaron nada en los tres primeros meses de 1914, elevaron su importación en igual período de 1915 a 6.000 toneladas. No hay para qué decir, a dónde ha ido a parar la mayor parte de ese cobre, que en unión de las campanas y multitud de efectos que han fundido los germanos, les permiten atender a la fabricación de los elementos de guerra, en que se emplea este metal.

Plomo.—Grandísima es la producción de este metal en Alemania y en Austria. Es el plomo elemento constituyente de los balines de shrapnells, y a pesar de que los aliados quieren quitar importancia a estos proyectiles, afirmando que en esta guerra sólo sirven para la corrección del tiro, no es así. El antimonio, que aliado al plomo forma dichos balines, dádoles mayor dureza, es metal que sin ser excesivamente abundante, se explota en Austria, donde en 1913 se sacaron 800 toneladas.

Estaño.—Entra en la composición de ciertos metales para cañones: los imperios centrales y sus aliados apenas lo producen, porque casi todo el que se consume en el mundo proviene de Oceanía y algo de Inglaterra.

Cinc.—Valía antes de la guerra los dos tercios de lo que valía el cobre y hoy vale cinco veces más de lo que actualmente cuesta éste, y hay que tener presente que se ha encarecido. Es un metal de guerra muy importante, porque entra en la composición del latón, que sirve para las municiones de infantería y artillería, aparte de otras muchas aplicaciones que tiene. Los principales países productores son los Estados Unidos, Alemania y Bélgica y en menor grado Francia, España, Inglaterra y Austria-Hungría. No es probable que escasee, ni en uno ni en otro bando.

Aluminio.—Es el rey de los metales en la guerra aérea, y por su ligereza sirve mejor que otros para la fabricación de marmitas, vasos, etc. También es elemento constituyente del ammonal, explosivo austro-húngaro compuesto de nitrato de amoniaco y aluminio finamente subdividido. Antes de la guerra, los Estados Unidos y el Canadá, lo producían casi totalmente; por más de que Francia, Inglaterra, Suiza e Italia aportaban pequeños contingentes a la producción mundial. Aunque mejor surtidos los aliados, no ha de faltar tan excelente metal a los alemanes, que aparte del que logren por el contrabando, tienen el de Suiza.

Como resumen, puede decirse que los imperios centrales tienen abundancia o por lo menos cantidad suficiente de hierro, manganeso, cromo, cinc, aluminio, níquel, estaño y antimonio. La previsión germana, que desde larga fecha tenía estudiadas todas las contingencias probables en una guerra, como la que al fin estalló en 1914, es de presumir que no haya olvidado tener reservas abundantes de todos estos últimos metales y si por otra parte se tiene en cuenta que son los reyes de la química, puede esperarse que sabrán sustituir unos por otros.

Queda, por último, el oro, dueño y señor de la paz y de la guerra y factor principalísimo de la resistencia que opongan unos y otros de los beligerantes. ††

CRÓNICA CIENTÍFICA

Nuevo aislador calorífico denominado «fibrox».

El Sr. Weintraub, en una conferencia pronunciada en Filadelfia, en la Asamblea general de la Sociedad Electroquímica Americana, ha dado a conocer una nueva substancia calorífuga, superior, según parece, a todas las conocidas y que se denomina *fibrox*.

Es el *fibrox* una substancia blanda, algo elástica, que puede recortarse en placas o en anillas, y que tiene una densidad variable entre 0,0025 y 0,003, números que corresponden al peso de 2,5 a 3 gramos por decímetro cúbico.

Las fibras que constituyen ese nuevo material son de diámetro pequeñísimo, que oscila entre 0,3 y 0,6 micrones y entre ellas dejan tal cantidad de poros que a estos últimos corresponde de 99,5 a 99,9 por 100 del volumen total, no quedando, por lo tanto, más que de 0,1 a 0,5 por 100 para la materia sólida.

El *fibrox* que tan buen aislador es para el calor no goza de esa propiedad aislante para la electricidad, que fácilmente atraviesa su masa.

Medición directa de las aceleraciones.

La evaluación directa de las aceleraciones, sobre todo cuando se trata de movimientos pequeños de período vibratorio muy corto, ofrece enormes dificultades.

Esta evaluación tiene importancia porque sirve para apreciar los movimientos sísmicos y las trepidaciones de puentes, edificios, buques, vagones en marcha, etc., etcétera, producidas por diferentes causas en cada caso, tales como el funcionamiento de poderosos motores, transporte de fardos pesados, explosiones de minas, cañonazos, etc. y aquella evaluación proporciona el medio de conocer las fuerzas y tensiones desarrolladas y de construir obras que las resistan.

En las sesiones del 6 y 13 de septiembre último de la Academia de Ciencias de París presentó el Sr. Lippmann notas del príncipe Galitzine describiendo un instrumento ideado por este último y los experimentos con él efectuados, muy satisfactorios, para medir directamente las aceleraciones.

Se aprovechan en ese instrumento los cambios de presión, debidos a la inercia de una masa, para obtener, utilizando los fenómenos piezo-eléctricos, variaciones de carga eléctrica, que se registran fotográficamente por medio de un electrómetro de cuerda.

Coincide esta invención, en sus líneas generales y en su esencia, con uno de los nuevos sismógrafos ideados por nuestro compañero el coronel Mier, descrito en su discurso de ingreso en la Academia de Ciencias de Madrid, en mayo de 1911, que publicamos en nuestra revista, porque son comunes a este instrumento y a aquella invención las siguientes ideas: aprovechar los cambios de presión debidos a la inercia de una masa; transformar estas variaciones en otras, eléctricas y registrarlas fotográficamente para deducir los valores de las aceleraciones.

Como del trabajo del coronel Mier dió cuenta su autor en la Conferencia de la Asociación Internacional de Sismología celebrada en Manchester, en 1911, en la que por cierto fué elegido presidente de dicha Asociación el príncipe Galitzine, no parece muy aventurado suponer que la notable invención de este eminente sabio haya podido inspirarse en la de nuestro compañero, sin que esto quiera decir, que la una sea copia servil de la otra.

Cimbras metálicas para construir arcos de piedra de grandes luces.

Publica *Engineer* un estudio acerca de las cimbras metálicas, del Sr. Berg, en el que describe una, por él ideada, para construir arcos de grandes luces.

Antes, el autor hace resaltar las ventajas de las cimbras metálicas sobre las de madera, para construir arcos de puentes de fábrica, llamando especialmente la atención acerca de lo fácilmente que se desmontan y vuelven a armarse las primeras, porque esta circunstancia puede hacerlas muy útiles cuando se trata de construir un puente de muchos arcos iguales ya que una misma cimbra puede servir para todos ellos, como ha sucedido en el viaducto de Tunkhannock.

La cimbra metálica que el Sr. Berg estudia, como tipo, es la que sería necesaria para construir un arco de 150 metros de luz sobre un barranco muy profundo.

El arco metálico que esa cimbra formaría, puesta ya en obra, tiene tres articulaciones: una en cada orilla, en los arranques del arco y la tercera en la clave.

Cada mitad de esa cimbra habría de construirse en la correspondiente orilla para dejarlas caer, una vez terminadas, hacia el barranco, girando en torno de las rótulas de enlacé, que las une al terreno, hasta que se apoyaran una en otra por sus extremos superiores y se enlazaran por medio de una ingeniosa articulación de la clave, que el autor describe.

Determinación del coeficiente de rozamiento entre el hormigón y el esquisto.

Antes de construir la presa de Cheat-Haven (Pensilvania), el Sr. Lasier efectuó dos series de experimentos, para determinar el coeficiente de rozamiento del hormigón que en aquella obra había de emplearse y del terreno sobre el que habían de apoyarse los cimientos, que era de esquisto arcilloso, sin tener muy acentuada la estructura en hojas y como guía para trabajos análogos parece útil conocer el resultado de tales estudios.

Para la primera serie de sus experimentos el Sr. Lasier empleó dos trozos de esquisto de un metro cuadrado de superficie cada uno, siendo esta última lisa en uno de ellos y rugosa en el otro.

Se colocaron sobre esas superficies cubos de hormigón, de 0,15 metros de arista, preparados cinco meses antes, con cemento Portland, grava y arena del río Cheat y se fueron inclinando paulatinamente aquellas superficies hasta obtener el resbalamiento, en el cual momento se conocía el ángulo de inclinación por medio de una escuadra con nivel y corredera, cuya acción determinaba el movimiento del bloque de esquisto. Las tangentes de esos ángulos sabido es que son los coeficientes de rozamiento.

Unos experimentos se realizaron estando secas las superficies de resbalamiento y otros estando mojadas; en el primero de estos casos las medidas de los coeficientes fueron 0,70 cuando la superficie estaba lisa y 0,84 cuando era rugosa, números que descendían a 0,60 y 0,75 al estar humedecidas las superficies de rozamiento.

En la otra serie de experimentos realizados por el Sr. Lasier trató el autor de poner los materiales en las mismas condiciones que luego habían de hallarse en la presa, así es que en lugar de dejar independientes las superficies de resbalamiento de hormigón y esquisto, estableció entre ellas el enlace que en la práctica habían de tener.

Para ello, en el mismo banco de esquisto sobre el que había de cimentarse, hizo arreglar una extensa plataforma, de unos 12 metros cuadrados de superficie, y sobre ella, estando sumergida en agua, se depositaron ocho bloques de hormigón, de idéntica composición que los de la presa ($1 \times 3 \times 6$).

Se quitó el agua, después de transcurrir ocho días, y se empujaron horizontalmente los bloques de hormigón, midiendo constantemente, con un dinamómetro, el esfuerzo desarrollado, hasta obtener el resbalamiento o la ruptura, cuando no cedía la adherencia de las juntas.

La media de las relaciones que se hallaron entre esas fuerzas, necesarias para mover los bloques y los pesos de éstos fué de 5,163. ◇

Método rápido para apreciar la cantidad de níquel depositada sobre los objetos niquelados.

En la Academia de Ciencias de París ha presentado el Sr. Moureu una nota del Sr. Pontio, en la que se describe el modo de apreciar rápidamente el espesor de la capa de níquel depositada por electrolisis sobre objetos de hierro o de cobre,

Para conseguir ésto el autor usa un reactivo cuya composición es la siguiente:

Agua destilada.....	50 cm. ³
Az O ³ H a 36° B.....	10 »
H Cl a 22° B.....	20 »
H ² O ² a 12 volúmenes.....	20 »

El objeto cuyo níquelado se desea apreciar se sumerge, durante algunos segun-

dos, en un baño concentrado de $S O_3$, se lava después en agua corriente y se seca, con trapos bien limpios.

Sobre la superficie niquelada del objeto en estudio se deja caer una gota del reactivo antes indicado; se deja obrar este último durante dos minutos y de seguida se deposita sobre aquella gota otra de amoníaco a 22° , a la que se la deja operar sólo durante un minuto.

La mezcla del reactivo y del amoníaco se hace caer en un tubo de ensayo o copa de cristal y por su aspecto indica la calidad del niquelado.

Si el objeto ensayado es de cobre la mezcla no debe ser azulada y si es de hierro no debe ser parda o amarilla, y en el caso de presentarse esos colores se podrá asegurar que la capa de níquel era inferior a un milígramo de níquel por centímetro cuadrado para los objetos de cobre y a cuatro miligramos, por la misma unidad superficial, para los objetos de hierro.

Agrega el autor que siguiendo ese método puede establecerse el tiempo de contacto necesario del reactivo para otras cantidades de níquel, por centímetro cuadrado, depositadas sobre objetos de cobre o de hierro y que por el mismo sistema puede determinarse la riqueza de plata de los objetos de cobre o latón plateados. \triangleleft

BIBLIOGRAFIA

Antología alemana, por el P. ANTONIO GUASCH, S. J.—*Tipografía católica, Barcelona, 1915.*

El autor toma el título que encabeza este libro en su acepción más amplia; pues además de una colección graduada de trozos muy acertadamente escogidos y anotados para traducción, comprende otros varios capítulos en que con sobriedad y notable acierto se contienen: Numerosos diálogos para visitas, viajes, etc.; una colección de cartas familiares muy variadas y otra de cartas mercantiles con infinidad de detalles interesantes, formularios y modelos de documentos varios.

El cuarto capítulo está dedicado a condensar en el breve espacio de 70 páginas en cuarto, un resumen de las principales reglas gramaticales, avalorado con multitud de ejemplos formados, en su mayoría, por frases del lenguaje corriente y escogido.

La parte quinta contiene unas nociones de metodología seguidas de ejercicios lingüísticos orales y por escrito de dificultad gradual, y a continuación figuran cinco Lieder de las que con más frecuencia se cantan en Alemania; no sólo está transcrita la poesía, sino también las notas para el canto.

Los capítulos VII y VIII completan las 340 páginas de que consta la obra; contienen un vocabulario completo de todo el libro, con indicación de los géneros, declinación de los nombres, irregularidad de los verbos sinónimos, etc. y tres láminas fonéticas con once figuras que ilustran con bastante claridad la manera de pronunciar los sonidos más difíciles.

En suma, el libro del P. Guasch forma un conjunto armónico de teoría y práctica del alemán, que ha de ser de gran utilidad para los que quieran en poco tiempo, relativamente, abarcar el conjunto de por sí complicado de la lengua alemana hablada y escrita.

H.