



.....

AÑO LXIV      MADRID.—SEPTIEMBRE DE 1909.      NÚM. IX

.....

## SOLUCIONES DE LA IGUALDAD

$$A^m + B^m = C^m$$

EN NÚMEROS ENTEROS

(Conclusión.)

Como las conclusiones de las condiciones segunda y tercera se fundan en desigualdad de valores, pudiera quizás creerse que en las igualdades

$$(\alpha^{i2^k} \cdot \beta^{h2^k} \cdot \gamma^{a^k})^{m_1} + (b^{2^k})^{m_1} = (b^{2^k} + \alpha^{i2^k m_1} \cdot \beta^{h2^k m_1})^{m_1}$$

de la condición segunda, y

$$(\alpha^{i\omega} \cdot \beta^{h\omega} \cdot \gamma^{\omega})^{\delta} + (b^{\omega})^{\delta} = (b^{\omega} + \alpha^{i\omega\delta} \beta^{h\omega\delta})^{\delta}$$

de la condición tercera, se puede suponer que admitieran en el último término del segundo miembro otro factor distinto de  $\alpha$  y  $\beta$ ; en primer lugar, este factor tendría que ser factor de  $a$  y con exponente  $\alpha^k m_1$  en la primera fórmula y  $\omega\delta$  en la segunda, y serían  $\theta^{2^k m_1}$  y  $\theta^{\omega\delta}$ , respectivamente; introduciendo este factor en las igualdades siguientes, trasponiendo un término y dividiendo por  $\theta$ , resultaría:

$$\frac{(b + \alpha^{i2^k m_1 - k} \cdot \beta^{h \cdot 2^k \cdot m_1})^{2^k}}{\theta} - \frac{b^{2^k}}{\theta} = \alpha^{i2^k m_1} \beta^{h 2^k m_1} \cdot \theta^{\alpha^k m_1 - 1}$$

y

$$\frac{(b + \alpha^{\omega \delta} \cdot \beta^{\omega \delta})^\omega}{\theta} - \frac{b^\omega}{\theta} = \alpha^{\omega \delta} \cdot \beta^{\omega \delta} \cdot \theta^{\omega \delta - 1}$$

que como números enteros, las divisiones de los primeros miembros deberían dar restos iguales, y como son potencias del mismo grado de

$$b + \alpha^{\omega \delta} \cdot \beta^{\omega \delta} \text{ y } b$$

y de  $b + \alpha^{\omega \delta} \cdot \beta^{\omega \delta}$  y  $b$ , respectivamente;

los restos de la división de estos números por  $\theta$  serán iguales en cada caso, y por lo tanto, sus diferencias

$$\alpha^{\omega \delta} \cdot \beta^{\omega \delta} \text{ y } \alpha^{\omega \delta} \cdot \beta^{\omega \delta}$$

serán divisibles por  $\theta$ , y por ser  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$  factores primos,  $\theta$  será igual á  $\alpha$  ó á  $\beta$ .

En el caso de  $\alpha = \beta = 1$  la fórmula será

$$\gamma^m + b^m = (b + 1)^m$$

Si ahora volvemos á la fórmula general  $a^m + b^m = c^m$  podemos repetir para  $b$  todo lo que hemos dicho y demostrado para  $a$  y si suponemos que  $b = \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega$ , podremos escribir la fórmula objeto de nuestra demostración del modo siguiente:

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m + (\delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega)^m = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma + \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega)^m$$

si ninguno de los factores fuera igual á  $m$ ; y si uno fuera igual á  $m$

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m + (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega)^m = (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega + \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m$$

De manera que podemos tener las combinaciones siguientes:  $a$  y  $b$  pertenecen á la primera forma demostrada, entonces la igualdad será

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m + (\delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega)^m = (\delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega + \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m$$

$a$  pertenece á la primera forma y  $b$  á la segunda; entonces tendremos

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m + (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega)^m = (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega + \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m$$

ó  $a$  y  $b$  pertenecen á la segunda forma los dos, y la igualdad será

$$(m^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m + (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega)^m = (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega + m^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m$$

en esta última forma como  $a$ ,  $b$  y  $c$  tienen un factor común  $m$  y partimos

de la hipótesis de que  $a, b$  y  $c$  son primos entre sí, no debíamos tomarla en consideración; pero, sin embargo, aunque se alargue un poco el trabajo vamos á estudiarla, porque conduce á conclusiones interesantes.

Supongamos  $l < i$  y dividamos por  $m^{lm}$ ; tendremos así

$$(\beta^h \cdot \gamma)^m + (m^{i-l} \cdot \varepsilon^j \cdot \omega)^m = (m^{i-l} \cdot \varepsilon^j \cdot \omega + m^{lm-1-l} \cdot \beta^h m)^m = (\beta^h \cdot \gamma + m^{i-m-1-l} \cdot \varepsilon^j m)^m$$

y comparando esta forma con la general demostrada, para cuando  $a$  ó  $b$ , uno de estos números no es divisible por  $m$  resultará que

$$lm - 1 - l = 0 \quad \ll \quad im - 1 - l = m(i - l) - 1$$

de donde

$$l(m - 1) = 1 \quad \gg \quad m - 1 = \frac{1}{l} \quad \ll \quad m = 1 + \frac{1}{l},$$

fórmula que no puede tener solución en números enteros más que por

$$l = 1 \quad \text{y} \quad m = 2,$$

pero como  $im - 1 - l = mi - ml - 1$

se deduce  $l = ml$  ó  $m = 1$ ,

condición contradictoria con la anterior, de manera que la igualdad  $a^m + b^m = c^m$  en las condiciones deseadas no se verifica en este caso.

Supongamos ahora  $l = i$  y dividamos por  $m^{lm} = m^{im}$  resultará

$$(\beta^h \cdot \gamma)^m + (\varepsilon^j \cdot \omega)^m = (\varepsilon^j \cdot \omega + m^{im-1-l} \cdot \beta^h m)^m = (\beta^h \cdot \gamma + m^{i-m-1-l} \cdot \varepsilon^j m)^m$$

y comparando ésta con la general demostrada para el caso en que ni  $a$  ni  $b$  son divisibles por  $m$  resultará que

$$lm - 1 - l = 0 \quad im - 1 - i = 0$$

de donde

$$l(m - 1) = i(m - 1) = 1 \quad \text{y} \quad m = 1 + \frac{1}{l}$$

de manera que en caso de verificarse lo sería para  $m = 2$  siendo  $l = 1$ .

Volvamos á nuestra demostración general.

PRIMER CASO Ó PRIMERA COMBINACIÓN.— $a$  y  $b$  pertenecen á la primera forma; la igualdad será

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m + (\delta^i \cdot \varepsilon^j \cdot \omega)^m = (\delta^i \cdot \varepsilon^j \cdot \omega + \alpha^l m \cdot \beta^h m)^m = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma + \delta^i m \cdot \varepsilon^j m)^m$$

de aquí se deduce que

$$\delta^i \cdot \varepsilon^j \cdot \omega + \alpha^l m \cdot \beta^h m = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma + \delta^i m \cdot \varepsilon^j m$$

ó bien  $\delta^i \cdot \varepsilon^j \cdot \omega - \delta^i m \cdot \varepsilon^j m = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma - \alpha^l m \cdot \beta^h m$

ó la siguiente

$$\delta^i \cdot \varepsilon^j (\omega - \delta^{i(m-1)} \cdot \varepsilon^{j(m-1)}) = \alpha^l \cdot \beta^h (\gamma - \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)})$$

si

$$\omega = \delta^{i(m-1)} \cdot \varepsilon^{j(m-1)}$$

y

$$\gamma = \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)}$$

son primos entre sí, la igualdad anterior exige que

$$\delta^i \cdot \varepsilon^j = \gamma - \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} \quad \text{y} \quad \alpha^l \cdot \beta^h = \omega - \delta^{i(m-1)} \cdot \varepsilon^{j(m-1)}$$

y entonces

$$\gamma = \delta^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} \quad \text{y} \quad \omega = \alpha^l \cdot \beta^h + \delta^{i(m-1)} \cdot \varepsilon^{j(m-1)}$$

por lo que

$$\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} \quad \text{y} \quad \delta^i \cdot \varepsilon^j \cdot \omega = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \varepsilon^j + \delta^{im} \cdot \varepsilon^{jm}$$

y

$$c = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \varepsilon^{jm}$$

y la igualdad  $a^m + b^m = c^m$  se transforma en la siguiente

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^m + (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \varepsilon^j + \delta^{im} \cdot \varepsilon^{jm})^m = \\ = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \varepsilon^{jm})^m \end{aligned} \quad [1]$$

ahora tiene interés el hacer aquí un digresión.

Si en la fórmula

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m = m \cdot b^{m-1} \cdot \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} b^{m-2} \cdot (\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^2 + \dots + \\ + m \cdot b (\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^{m-1} + (\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^m \end{aligned}$$

dividimos por  $\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm}$ , resulta que

$$\gamma^m = m + (\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^{m-1}$$

por ser  $m$  número primo: por esta condición también y por el teorema de Fermat citado al principio

$$(\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^{m-1} = m + 1$$

y por lo tanto

$$\gamma^m = m + 1;$$

pero por el mismo teorema de Fermat

$$\gamma^{m-1} = m + 1$$

y teniendo en cuenta que dos potencias consecutivas de  $\gamma$  dan de resto 1 al dividir las por  $m$ , resulta que los restos de las potencias de  $\gamma$  divididas

por  $m$ , según el teorema 1.º anotado al principio, tienen el período repetido 1, 1, 1, ..., etc., luego

$$\gamma = m + 1.$$

De todo esto se deduce que

$$\gamma = \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} = m$$

y como en este caso es igual á  $\delta^i \cdot \epsilon^j$  resulta que uno de estos factores debe ser igual á  $m$ , luego  $\delta = m$ , de manera que la fórmula [1], aunque la hemos deducido como perteneciente al caso en que  $a$  y  $b$  no son múltiplos de  $m$ , resulta que cuando

$$\gamma = \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} \quad \text{y} \quad \omega = \delta^{i(m-1)} \cdot \epsilon^{j(m-1)}$$

son primos entre sí, pertenece al caso en que no siendo  $a$  múltiplo de  $m$ ,  $b$  si es múltiplo de  $m$ .

Supongamos ahora que

$$\gamma = \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} \quad \text{y} \quad \omega = \delta^{i(m-1)} \cdot \epsilon^{j(m-1)}$$

no son primos entre sí; tendrán un divisor común  $N$ , y hay que advertir que este número  $N$  puede admitir el divisor  $m$  por las razones expuestas anteriormente, y si no lo admite, ó sea que  $N$  no es múltiplo de  $m$ , como

$$\gamma = \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)}$$

si lo es y será igual á  $\delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N$  y por esto  $\delta = m$ , pero si  $\delta = m$ ,  $b$  será múltiplo de  $m$ , y estamos fuera de la hipótesis de que ni  $a$  ni  $b$  son múltiplos de  $m$ , luego conservando esta hipótesis  $N$  será igual á  $m \cdot \theta$  por precisión; tendremos, pues, las transformaciones siguientes

$$\gamma = \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} = m \cdot \theta \cdot K \quad \text{y} \quad \omega = \delta^{i(m-1)} \cdot \epsilon^{j(m-1)} = m \cdot \theta \cdot L$$

$$\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma = \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot m \cdot \theta \cdot K \quad \text{y} \quad \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega = \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm} = \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot m \cdot \theta \cdot L$$

y por lo tanto

$$\alpha^l \cdot \beta^h \cdot m \cdot \theta \cdot K = \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot m \cdot \theta \cdot L$$

y para que estos productos de factores sean iguales es preciso que

$$K = \delta^i \cdot \epsilon^j \quad \text{y} \quad L = \alpha^l \cdot \beta^h$$

porque un número sólo puede descomponerse en un mismo sistema de factores primos. De aquí deducimos que

$$a = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot m \cdot \theta + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm}$$

$$b = \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \alpha^l \cdot \beta^h \cdot m \cdot \theta + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm}$$

$$c = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot m \cdot \theta + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm}$$

y la igualdad  $a^m + b^m = c^m$  se transforma en este caso en la siguiente

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot m \cdot \theta + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^m + (\delta^i \cdot \epsilon^j \cdot \alpha^l \cdot \beta^h \cdot m \cdot \theta + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm})^m = \\ = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot m \cdot \theta + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm})^m. \end{aligned} \quad [2]$$

SEGUNDO CASO Ó SEGUNDA COMBINACIÓN —  $a$  y  $b$  pertenecen uno á una forma y otro á otra, es decir, que  $a$  no es múltiplo de  $m$  y  $b$  si lo es; la igualdad será

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma)^m + (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega)^m = (m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^m = \\ = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma + m^{i \cdot m - 1} \cdot \epsilon^{jm})^m \end{aligned}$$

y repitiendo para esta igualdad lo que hemos dicho para las anteriores y que detallaremos á continuación, porque es el único caso en que se verifica la igualdad  $a^m + b^m = c^m$ , cuando  $N=1$  y  $m=2$  tendremos lo que sigue

$$\begin{aligned} m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma + m^{i \cdot m - 1} \cdot \epsilon^{jm} \\ m^i \cdot \epsilon^j (\omega - m^{i(m-1)-1} \cdot \epsilon^{j(m-1)}) = \alpha^l \cdot \beta^h (\gamma - \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)}) \end{aligned}$$

y suponiendo primos entre sí á

$$\omega - m^{i(m-1)-1} \cdot \epsilon^{j(m-1)} \quad \text{y} \quad \gamma - \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)}$$

tendremos que

$$\begin{aligned} \omega - m^{i(m-1)-1} \cdot \epsilon^{j(m-1)} = \alpha^l \cdot \beta^h \quad \text{y} \quad \gamma - \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} = m^i \cdot \epsilon^j \\ \omega = \alpha^l \cdot \beta^h + m^{i(m-1)-1} \cdot \epsilon^{j(m-1)} \quad \text{y} \quad \gamma = m^i \cdot \epsilon^j + \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} a = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \gamma = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} \\ b = m^i \cdot \epsilon^j \cdot \omega = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + m^{i \cdot m - 1} \cdot \epsilon^{jm} \\ c = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + m^{i \cdot m - 1} \cdot \epsilon^{jm} \end{aligned}$$

y la fórmula se transformará en la

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm})^m + (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + m^{i \cdot m - 1} \cdot \epsilon^{jm})^m = \\ = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + m^{i \cdot m - 1} \cdot \epsilon^{jm})^m \end{aligned} \quad [3]$$

aquí debemos hacer constar que  $\gamma - \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)}$  es múltiplo de  $m$  por las mismas razones anteriormente expuestas y como es primo con  $\omega - m^{i(m-1)-1} \cdot \epsilon^{j(m-1)}$ , resultará que ó  $\omega$  no es múltiplo de  $m$ , ó si lo

es, el exponente de  $m$  del segundo término debe de ser cero, ó sea  $i(m-1) - 1 = 0$ , ó bien  $m - 1 = \frac{1}{i}$ ,  $m = 1 + \frac{1}{i}$ , igualdad que no puede satisfacerse en números enteros más que por  $i = 1$  y  $m = 2$ .

Ahora cuando  $\gamma = \alpha^{i(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)}$  y  $\omega = m^{i(m-1)-1} \cdot \epsilon^{j(m-1)}$  no son primos entre sí, la igualdad será la siguiente

$$\begin{aligned} (\alpha^i \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{im} \cdot \beta^{hm})^m + (\alpha^i \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j \cdot N + m^{im-1} \cdot \epsilon^{jm})^m = \\ = (\alpha^i \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{im} \cdot \beta^{hm} + m^{im-1} \cdot \epsilon^{jm})^m \end{aligned} \quad [4]$$

en la que  $N$  pudiera ser de la forma  $0 \cdot m$  ó carecer del factor  $m$ .

Recordando ahora que en la igualdad  $a^m + b^m = c^m$ ,  $m$  es un número primo, y que por ello fuera del caso  $m = 2$ ,  $m$  será un número impar,  $a^m + b^m$  debe ser algebraicamente divisible por  $a + b$ , no dando residuo la división; de manera que en las igualdades 1, 2, 3 y 4 debe de cumplirse esta condición fuera del caso  $m = 2$ , para el primer miembro; y si la igualdad se verifica, para el segundo, que está compuesto de las mismas letras con los mismos exponentes.

En el caso de las fórmulas [1] y [3] el primer miembro dividido por

$$2 \alpha^i \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + \alpha^{im} \cdot \beta^{hm} + m^{im-1} \cdot \epsilon^{jm}$$

da de residuo 0 y el segundo da el resto  $(\alpha^i \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j)^m$  ó sea de cociente complementario el siguiente

$$\frac{(\alpha^i \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j)^m}{2 \alpha^i \cdot \beta^h \cdot m^i \cdot \epsilon^j + \alpha^{im} \cdot \beta^{hm} + m^{im-1} \cdot \epsilon^{jm}}$$

y esta expresión nunca puede tener valor en números enteros porque el numerador no admite más divisores que  $\alpha \beta m \epsilon$  y sus productos, en la limitación de los exponentes, y el denominador no es divisible por ninguno de estos factores, luego las igualdades [1] y [3] no podrán verificarse más que en el caso de  $m = 2$ , por números enteros.

En el caso de las fórmulas [2] y [4] cuando  $m > 2$ , el primer miembro es divisible por  $a + b$  y el segundo da de cociente complementario

$$\frac{(\alpha^i \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N)^m}{2 \cdot \alpha^i \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{im} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm}}$$

este cociente complementario no puede ser número entero más que cuando el denominador sea una potencia de  $N$  ó de uno de sus factores, entonces  $\alpha^{im} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm}$  tiene que ser divisible por  $N$  ó por el factor de  $N$  que corresponda, y el cociente de la división del denominador por  $N$  ó por uno de sus factores, tendría que ser potencia de  $N$  ó del factor divisor. En los casos de aplicación resultan para  $N$  ó su factor valores inconmensurables.

Pero supongamos que

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm})^m$$

dividido por

$$2 \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm}$$

de cociente exacto en números enteros, entonces tendremos

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm})^m =$$

$$= (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm} + \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N) Q$$

ó bien  $(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm})^m -$

$$- (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N + \alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm}) Q = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N \cdot Q$$

Supongamos, como hemos dicho antes, que  $\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} + \delta^{im} \cdot \epsilon^{jm}$  sea divisible por  $N$  ó uno de sus factores, que lo será, como es evidente, una sola vez, y dividamos la igualdad por este número  $K^m$  y resultará así la siguiente

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A)^m - (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A) Q_1 = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 \cdot Q_1,$$

en la que  $N_1$  puede ser igual á 1 y en la que  $\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A$  es un número primo con  $\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1$ , puesto que  $A$  no es divisible por  $\alpha, \beta, \delta, \epsilon, N_1$ ; y en ella podremos desarrollar el cálculo sencillo siguiente

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A) [(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A)^{m-1} - Q_1] = \\ = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 \cdot Q_1, \end{aligned}$$

dividiendo por  $\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A$ , resultará

$$(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A)^{m-1} - Q_1 = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 \cdot Q_2,$$

siendo

$$Q_1 = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A) \cdot Q_2$$

ó sea la siguiente

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A) [(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A)^{m-2} - Q_2] = \\ = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 \cdot Q_2 \end{aligned}$$

volviendo á dividir por el mismo número

$$\begin{aligned} (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A) [(\alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A)^{m-3} - Q_3] = \\ = \alpha^l \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 \cdot Q_3 \end{aligned}$$

y continuando las divisiones sucesivas llegaremos á la igualdad siguiente, que es imposible de satisfacer en números enteros



$$1 - Q_m = \alpha^i \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 \cdot Q_{m+1}$$

ó bien  $1 = \alpha^i \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 \cdot Q_{m+1} + Q_m$

ni aun en el caso de

$$\alpha = \beta = \delta = \epsilon = N_1 = Q_{m+1} = 1,$$

porque  $Q_m = (\alpha^i \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot N_1 + A) Q_{m+1}$ .

De consiguiente, en conclusión, tampoco las fórmulas [2] y [4] pueden satisfacerse por valores enteros mas que en el caso de  $m = 2$ .

Veamos ahora en las fórmulas [1], [2], [3] y [4] en qué casos es posible y en qué casos no es posible que se verifique la igualdad. Para hacerlo con más facilidad y evitar repeticiones, hagamos lo siguiente.

Transformemos la

$$\begin{aligned} (A + B)^2 + (A + C)^2 &= (A + B + C)^2 \\ (A + B)^2 &= A^2 + 2A \cdot B + B^2 \\ (A + C)^2 &= A^2 + 2A \cdot C + C^2 \\ (A + B + C)^2 &= A^2 + 2 \cdot A \cdot (B + C) + (B + C)^2 \end{aligned}$$

que se convierte en la

$$A^2 = 2 \cdot B \cdot C.$$

En el caso de la fórmula [1], que resulta después de las aclaraciones hechas que es el mismo que el de la [3], en ellas

$$A = \alpha^i \cdot \beta^h \cdot 2^i \cdot \epsilon^j \quad \ll \quad B = \alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \quad \ll \quad C = 2^{i \cdot 2 - 1} \cdot \epsilon^{j \cdot 2}$$

y  $\alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \cdot 2^{i \cdot 2} \cdot \epsilon^{j \cdot 2} = 2 \cdot \alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \cdot 2^{i \cdot 2 - 1} \cdot \epsilon^{j \cdot 2}$ ,

que es una identidad, luego en esta forma se verifica la igualdad.

En la forma [2]

$$A = \alpha^i \cdot \beta^h \cdot \delta^i \cdot \epsilon^j \cdot 2 \cdot 0 \quad \ll \quad B = \alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \quad \ll \quad C = \delta^{i \cdot 2} \cdot \epsilon^{j \cdot 2}$$

$$\alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \cdot \delta^{i \cdot 2} \cdot \epsilon^{j \cdot 2} \cdot 2^2 \cdot 0^2 = 2 \alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \cdot \delta^{i \cdot 2} \cdot \epsilon^{j \cdot 2}$$

ó sea  $2 \cdot 0^2 = 1$ ,

igualdad absurda para valores enteros.

Y en la fórmula [4]

$$A = \alpha^i \cdot \beta^h \cdot 2^i \cdot \epsilon^j \cdot N \quad \ll \quad B = \alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \quad \gg \quad C = 2^{2 \cdot i - 1} \cdot \epsilon^{j \cdot 2}$$

$$\alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \cdot 2^{i \cdot 2} \cdot \epsilon^{j \cdot 2} \cdot N^2 = 2 \cdot \alpha^{i \cdot 2} \cdot \beta^{h \cdot 2} \cdot 2^{2 \cdot i - 1} \cdot \epsilon^{j \cdot 2}$$

ó bien  $N^2 = 1$

igualdad absurda también por que  $N$  se ha supuesto número entero diferente de la unidad.

De manera que en resumen la igualdad  $a^m + b^m = c^m$  no puede verificarse con números enteros más que en el caso de  $m = 2$  y bajo la

forma general siguiente

$$\begin{aligned} & (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot 2^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{2l} \cdot \beta^{2h})^2 + (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot 2^i \cdot \varepsilon^j + 2^{2i-1} \cdot \varepsilon^{2j})^2 = \\ & = (\alpha^l \cdot \beta^h \cdot 2^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{2l} \cdot \beta^{2h} + 2^{2i-1} \varepsilon^{2j})^2 \end{aligned}$$

Claro es que aunque hemos limitado el número de factores para la facilidad de la notación y escritura, este número de factores puede suponerse en el número que se quiera, guardándose las reglas de composición de la fórmula que quedan reducidas á que

$$a + b - c = \alpha^l \cdot \beta^h \dots 2^i \cdot \varepsilon^j \dots$$

### EJEMPLOS

Primero:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad 3^2 + (2 \cdot 2)^2 = (2 \cdot 2 + 1)^2 = (3 + 2)^2 \quad (2 + 1)^2 + (2 + 2)^2 = (2 + 1 + 2)^2.$$

$$a + b - c = 2 \quad a = 2 + \alpha^{2l} \cdot \beta^{2h} \quad \alpha = \beta = 1 \quad b = 2 + 2^{i \cdot 2-1} \cdot \varepsilon^2,$$

$$i = 1 \quad \varepsilon = 1 \quad \gamma = \delta^i \cdot \varepsilon^j + \alpha^{l(m-1)} \beta^{h(m-1)} = 3.$$

$$\begin{aligned} \omega &= \alpha^l \cdot \beta^h + 2^{i(m-1)-1} \cdot \varepsilon^{j(m-1)} = 1 + 1 \quad \gamma - \alpha^{l(m-1)} \beta^{h(m-1)} = \\ &= 3 - 1 = 2 \quad \omega - 2^{i(m-1)-1} \cdot \varepsilon^{j(m-1)} = 2 - 1 = 1. \end{aligned}$$

Segundo:

$$39^2 + 80^2 = 89^2 \quad (3 \cdot 13)^2 + (2 \cdot 5 \cdot 8)^2 = (3 \cdot 13 + 2 \cdot 5^2)^2 = (2 \cdot 5 \cdot 8 + 3^2)^2.$$

$$(3 \cdot 2 \cdot 5 + 3^2)^2 + (3 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2)^2 = (3 \cdot 2 \cdot 5 + 3^2 + 2 \cdot 5^2)^2.$$

$$a + b - c = 30 = 3 \cdot 2 \cdot 5 \quad \alpha^l \cdot \beta^h = 3 \quad \delta^i \cdot \varepsilon^j = 2 \cdot 5 \quad \alpha^{lm} \beta^{hm} = 3^2 \cdot 2^{im-1} \varepsilon^{jm} = 2 \cdot 5^2.$$

$$\gamma - \alpha^{l(m-1)} \beta^{h(m-1)} = 13 - 3 = 10 \quad \delta^i \cdot \varepsilon^j = 10.$$

$$\omega - \delta^{i(m-1)} \cdot \varepsilon^{j(m-1)} = 8 - 5 = 3 \quad \alpha^l \cdot \beta^h = 3.$$

Tercero:

$$1785^2 + 6968^2 = 7193^2 \quad (3 \cdot 5 \cdot 119)^2 + (2^3 \cdot 13 \cdot 67)^2 = (2^3 \cdot 13 \cdot 67 + 3^2 \cdot 5^2)^2 = (3 \cdot 5 \cdot 119 + 2^5 \cdot 13^2)^2.$$

$$(3 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 13 + 3^2 \cdot 5^2)^2 + (3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 13 + 2^5 \cdot 13^2)^2 = (3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 13 + 3^2 \cdot 5^2 + 2^5 \cdot 13^2)^2.$$

$$a + b - c = 1560 = 3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 13 \quad \alpha^l \cdot \beta^h = 3 \cdot 5 \quad \delta^i \cdot \varepsilon^j = 2^3 \cdot 13$$

$$\alpha^{lm} \cdot \beta^{hm} = 3^2 \cdot 5^2 \quad m^{im-1} \cdot \varepsilon^{jm} = 2^5 \cdot 13^2.$$

$$\gamma - \alpha^{l(m-1)} \cdot \beta^{h(m-1)} = 119 - 15 = 104 \quad \delta^i \cdot \varepsilon^j = 2^3 \cdot 13 = 104.$$

$$\omega - 2^{i(m-1)-1} \cdot \varepsilon^{j(m-1)} = 67 - 2^2 \cdot 13 = 67 - 52 = 15$$

$$\alpha^l \cdot \beta^h = 3 \cdot 5 = 15.$$

JUAN MONTEVERDE

## Forjados de ladrillo armado, sistema Perret.



ESDE hace media docena de años viene empleándose en Francia é Italia un nuevo sistema de forjados, con el que puede suprimirse, bien el cielo raso, bien el pavimento de los pisos, según que la losa de ladrillo armado que los constituye se coloque suspendida de los cabios ó descansando sobre ellos. Del sistema referido ha sacado patente su autor Mr. Mare Perret, constructor de Belley, que al explotarlo contribuye poderosamente á la generalización de una de las muchas aplicaciones de que son susceptibles las mamposterías armadas que con tanto éxito aplicó ya hará diez años Mr. Cottancin en las pilas y muros de 35 metros de altura de la iglesia de Saint-Jean de Montmartre en París.

El sistema Perret de forjados de ladrillo armado, que con todo detalle indican las figuras adjuntas, está formado por ladrillos huecos ó

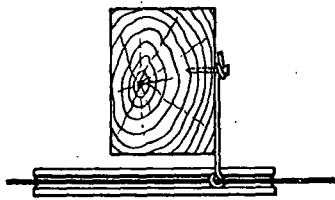


Fig. 1.

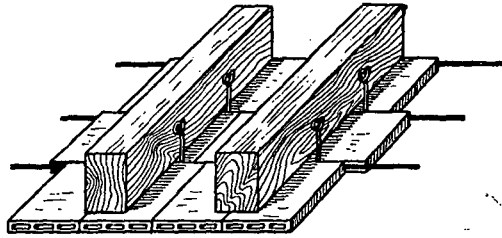


Fig. 2.

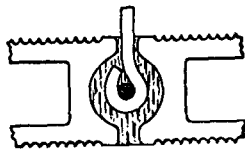


Fig. 3.

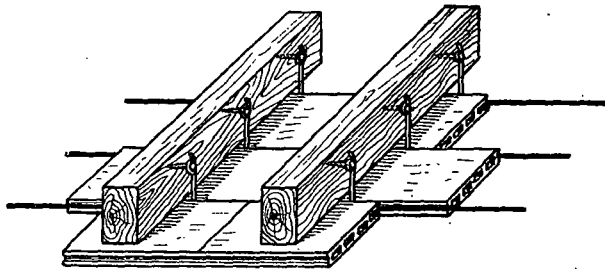


Fig. 4.

rasillas, cuyas juntas se toman con yeso ó mejor con mortero de cemento, dentro del cual se alojan las cabillas metálicas que forman la armadura,

viniendo así á constituir el conjunto una gran losa ó tabique armado que se suspende por medio de estribos ó clavos de las vigas del piso ó

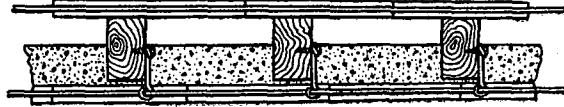


Fig. 5.

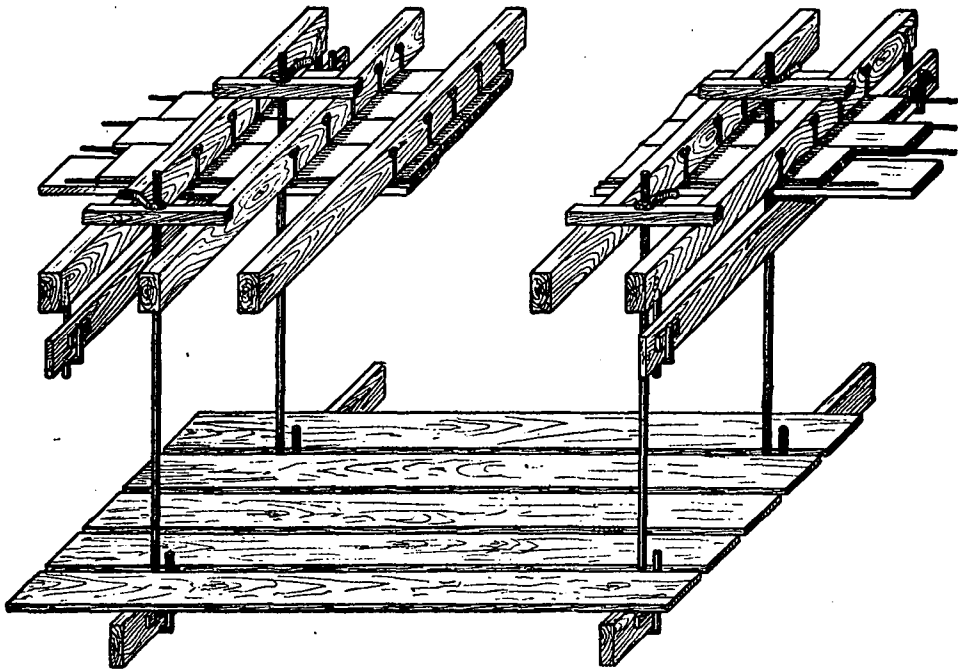


Fig. 6.

se hace descansar sobre ellas; un enlucido de yeso ó de mortero de cemento, según los casos, termina la superficie visible, sea del cielo raso, sea del pavimento ó del forjado en que descansa éste.

La aplicación del sistema es fácil: si los cabios son de madera, se fijan á ellos lateralmente unas varillas terminadas en ojal (fig. 1) á la distancia unas de otras del ancho del ladrillo, y por todos los ojales de una misma fila se pasa el hilo metálico, la cabilla (cuyo diámetro oscila entre 4 y 8 milímetros), quedando el conjunto como marca la figura 2. Es preferible emplear ladrillos especiales, cuyos bordes terminan en la forma indicada en la figura 3, rellenándose el hueco en que se alojan la cabilla horizontal y los ojales en que terminan los soportes con mortero de ce-

mento, quedando con ello el forjado como manifiesta la figura 4, dibujándose en la 5 el corte de un piso con pavimento y cielo raso construídos por este sistema, en el cual se ha rellenado parte de la cámara de aire con tierra seca para disminuir la sonoridad.

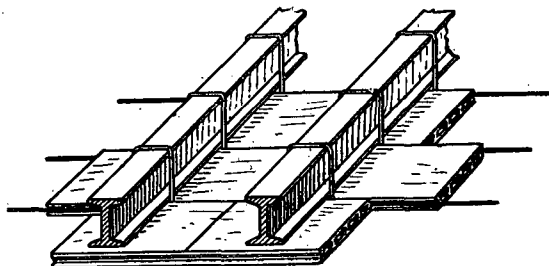


Fig. 7.

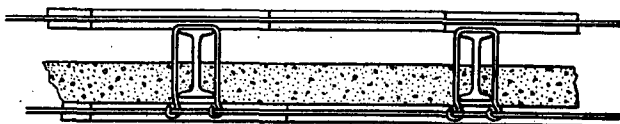


Fig. 8.

acuñados reglones, sobre los que se apoya de plano una regla destinada á recibir y soportar una fila de ladrillos durante su puesta en obra, donde se los presenta con sus bordes provistos de yeso ó cemento rápido, debiendo usarse este material con preferencia á aquél en todos los sitios donde al forjado pueda con relativa frecuencia llegar la humedad (pisos de cocinas, retretes etc.). Colocada la primera fila de ladrillos, el obrero fija en los cabios los clavos soportes de suspensión de la fila siguiente (por medio de puntas de cabeza pasada) á una altura conveniente para que el hilo ó cabilla que formá la armadura se encuentre colocado muy poco debajo del medio del espesor del ladrillo, pasando entonces por los ojales dicho hilo que se cierra por sus extremidades, y separando por medio de la cuña la regla que se coloca para recibir la segunda fila de ladrillos, y del propio modo se ponen las filas siguientes, cuidando siempre de empapar en yeso ó mortero de cemento rápido los bordes del ladrillo que han de quedar en contacto con la fila puesta. En las filas unidas á los muros (primera y última) basta el contacto con éste para constituir la junta, suprimiéndose en consecuencia la armadura y los clavos de suspensión.

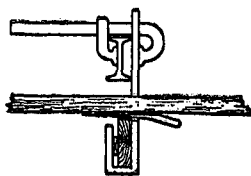


Fig. 9.

Para facilitar la construcción de estos forjados cielos rasos puede emplearse el andamiaje especial representado en la parte inferior de la figura 6,

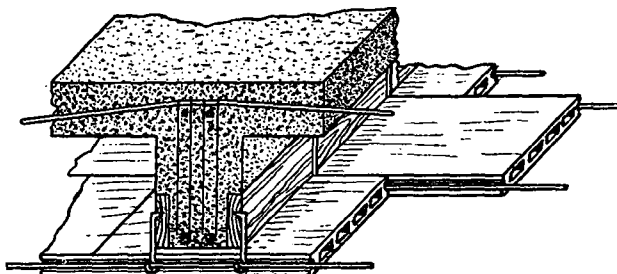


Fig. 10.

ra 6, que se suspende de los cabios por medio de las varillas verticales, terminadas en tornillo por una extremidad y en estribo por la otra.

Si los cabios son de hierro se substituyen los clavos de suspensión de la figura 1 por las varillas en forma de U con ojales en sus extremos, que se ven en las figuras 7 y 8, representativa esta última de un piso de viguetas doble I, con forjado cielo raso y pavimento de ladrillo armado, habiéndose relleno parte de la cámara de aire que entre ambas superficies queda con tierra seca, escorias ú otro producto similar. Para la aplicación del forjado pavimento, se emplea el sistema de fijación de la regla á las vigas que se indica en la figura 9, y, por último, si el piso es de hormigón armado, precisa alojar en los nervios del forjado, al construirlo, los tablones, de los que se suspende la losa de ladrillo que constituye el cielo raso (fig. 10), como en el caso de cabios de madera.

La construcción del forjado de ladrillos armados, cuando éste está destinado á servir de soporte al pavimento, es aún más sencilla, pues basta (fig. 11) colocar directamente los ladrillos sobre la cara superior de los cabios de madera ó hierro, manteniendo aquéllos en su sitio con ayuda de codales que se introducen á mano entre los cabios, haciéndolos avanzar, una vez armada con el hilo metálico la junta y fraguada ésta.

Las ventajas que se achacan al sistema Perret son:

- 1.<sup>a</sup> Solidez.
- 2.<sup>a</sup> Economía.
- 3.<sup>a</sup> Resistencia al fuego.
- 4.<sup>a</sup> Poca sonoridad.

Con respecto á la solidez, explícase el aumento que con este sistema de forjado se alcanza sobre la inherente á los procedimientos corrientes, por lo que se gana en monolitismo con el armado de las juntas, impi-

diéndose con ello las hendiduras, frecuentes en los cielos rasos de yeso ó listones de madera, y mucho más el desprendimiento de trozos en el caso de golpes violentos.

Ensayos repetidos parecen confirmar que para sobrecargas, hasta de 1.200 á 1.400 kilogramos por metro cuadrado no se ha producido en los

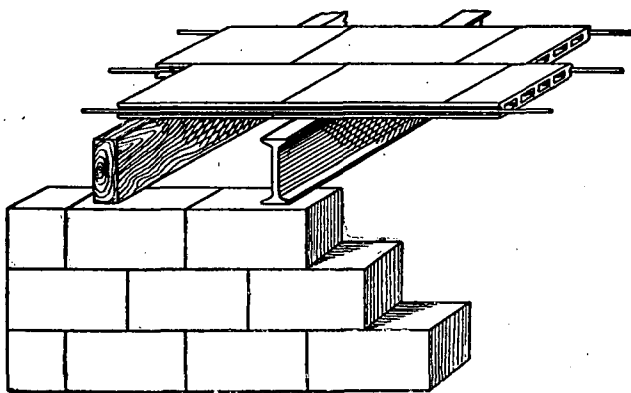


Fig. 11.

forjados cielos rasos de este sistema signo alguno de exceso de fatiga, y según certificado del Arquitecto de Belley, Mr. A. Chaboux, en un piso con separación de 0,60 metros entre cabios, la ruptura del cielo raso no se ha producido hasta llegar á la sobrecarga, por metro cuadrado, de 2.400 kilogramos.

La economía cifrase en la posibilidad de utilizar la losa suspendida, como hemos indicado de los cabios, simultáneamente como cielo raso y como forjado, cargándola con material ligero hasta ganar la altura de la cara superior de los citados cabios, y sirviendo de apoyo al pavimento cuando esta altura no pasa de 0,20 metros. Si así se organizan los pisos, parece indudable tal economía, aun sobre el sistema corriente de constituir el forjado en los casos de cabios metálicos con bovedilla de rasilla ó ladrillo, y el cielo raso con bovedilla plana del propio material descansando en las alas inferiores de las dobles T; pero si se constituyen con doble losa de ladrillos armados, esta economía no la vemos tan segura como la Sociedad explotadora del sistema la presenta.

La poca sonoridad de estos forjados débese á lo que dificulta la vibración del cielo raso con la carga de tierra seca, arena, machefer, etcétera, que se le aplica, haciéndose casi nula la transmisión del sonido si se tiene cuidado de dejar, como en las figuras 7 y 8, una pequeña cá-

mara de aire (0,01 á 0,02 metros) entre la carga y el sostén del pavimento.

Por último, la protección contra el incendio es en realidad, en mi concepto, la ventaja más saliente de los forjados Perret, que constituyen un medio práctico de impedir la propagación del fuego de los pisos inferiores á los superiores al proteger las vigas, evitando el que estas ardan si son de madera, y si son de acero, las dislocaciones en los muros á que las grandes dilataciones de los cabios dan lugar.

Esa protección se ha demostrado en experiencias realizadas en Belleu y en Annecy, el 1904; en Dijon, el 1905; en Besançon, el 1906, y, por último, en Lausanne (Suiza), el 17 de Septiembre de 1908. Para estos últimos ensayos de resistencia á la sobrecarga y al fuego, construyose una pequeña edificación de  $3 \times 2 \times 2,50$  metros de altura, y en ella se estableció á 0,50 metros del suelo un forjado de ladrillos armados de 0,03 metros de espesor sobre cabios de madera, recubriéndolo con una capa de mortero de cal hidráulica de 0,01 metros, y una de arena de 0,20 metros y en la parte alta un cielo raso del propio sistema con enlucido de yeso, también de 0,01 de espesor.

Sobre el forjado que formaba el piso, se entretuvo el fuego (según el certificado de las pruebas que tengo á la vista, firmado por buen número de Arquitectos) con cepos de madera durante una hora y cinco minutos, después de haberlo cargado entre dos cabios hasta los 1.450 kilogramos por metro cuadrado, sin señal aparente de fatiga excesiva. A los cincuenta minutos se fundió un hilo de cobre amarillo, suspendido del cielo raso, indicando haberse llegado á la temperatura de 939 grados, sin que se notara acción ninguna sobre el piso, y habiéndose ya producido la caída de la capa de yeso del cielo raso, quedando al descubierto el ladrillo. Continuóse activando el fuego hasta poco más de los 1.000 grados, y entonces los bomberos procedieron á apagarlo mediante proyecciones de agua; patentizándose, una vez conseguido esto que los cabios de madera habían sido perfectamente protegidos, sin que sufrieran tampoco los forjados, bastando, en consecuencia, con renovar los enlucidos para restituir la construcción á su estado primitivo.

Entre los muchos certificados que Mr. Perret remite á cuantos de él solicitan datos referentes á la importante aplicación que ha patentado de las mamposterías armadas, figura una del Jefe de batallón de Ingenieros franceses Mr. Curtet, que empleó el sistema de forjados, objeto de estas líneas, en los pisos del cuartel de Sibuet en Balley el año 1904.

EDUARDO GALLEG0,





## INAUGURACIÓN DE LA FUENTE DE ALFONSO XIII EN CEUTA

LA necesidad de aumentar la cantidad y de mejorar la calidad del agua potable de Ceuta viene siendo reconocida desde hace muchos años, y en estos últimos, con el aumento de la guarnición y de la población civil, se ha acentuado notablemente.

Los 13.300 m.<sup>3</sup> que pueden contener las balsas, y los 7.900 m.<sup>3</sup> que almacenan los aljibes de los principales edificios militares, son los principales elementos con que cuenta la guarnición para salvar el período de sequía, y los poquísimos manantiales existentes, los pozos y los aljibes particulares, son los elementos de que dispone la población civil; una y otra acuden además al campo exterior, en donde existen manantiales más ó menos abundantes. En años de gran sequía la escasez de agua ha llegado á tomar caracteres de verdadero conflicto, que se ha tratado de salvar trayendo el agua de la Península en vapores aljibes, procedimiento costosísimo, y que además sólo remediaba la necesidad de momento, de un modo muy incompleto.

En 1899 el Capitán de Ingenieros Andrade hizo un estudio para traer á Ceuta varios manantiales del campo exterior, que sirvió de base á otro proyecto más completo formado por el Capitán Luna, del mismo Cuerpo, y aprobado en 1905, en el cual, mediante la cuidadosa recogida de la mayor parte de los manantiales del campo, que en años de sequía se calcula con un caudal medio de 230 m.<sup>3</sup> diarios, la construcción de dos grandes depósitos en Jadú, á unos 75 metros sobre el mar, y el perfeccionamiento de las actuales balsas y aljibes, se aseguraba, no sólo la dotación suficiente de agua en todo tiempo, sino también su distribución á todos los edificios militares y principales puntos de la población por medio de fuentes convenientemente emplazadas. El proyecto del Capitán Luna es perfectible, puesto que en él se prevee que si aumenta la población y la guarnición de Ceuta, se pueden englobar otros manantiales de nuestro campo, ó del moro, y con sólo esto y construir un tercer depósito en Jadú, quedaría asegurado el abastecimiento, aun en el caso de ocurrir el aumento de población.

Este proyecto beneficiaba aún más al vecindario que al ramo de guerra, por ser mucho más deficiente el abastecimiento de la población civil que el de la militar, y el Ayuntamiento de Ceuta tomó el acuerdo en septiembre de 1903 de contribuir á la realización de estas importantísi-

mas obras. El presupuesto importaba 309.600 pesetas, cantidad pequeña dada la grandísima utilidad de la mejora proyectada, pero muy grande teniendo en cuenta que el auxilio que se podía esperar del Ayuntamiento de Ceuta era muy poco eficaz, y que el material de Ingenieros militares, muy agobiado con atenciones inaplazables, no podía cargar tampoco con la casi totalidad de unos gastos relativamente grandes, que si bien eran altamente beneficiosos, afectaban más aún que á la guarnición, á la población civil de Ceuta.

Sin duda las autoridades militares y la Comandancia de Ingenieros, comprendiendo la dificultad de realizar el proyecto de Luna, por la falta de recursos, buscaron los medios de mejorar parcialmente el abastecimiento de aguas de la guarnición en un plazo inmediato, sin abandonar la idea de abordar más adelante el problema en toda su extensión.

La terminación de los aljibes de la Mina, que cubican 2.400 m.<sup>3</sup>, y el mejoramiento del manantial que afluye á dichos aljibes, que duplicó su caudal en la época de estiaje, desde 4 metros cúbicos hasta 8, fué el primer paso en este sentido.

Estudiando el Coronel Recacho el problema de las aguas, comprendió la posibilidad de hacer un alumbramiento de cierta importancia tomando como base las aguas subálveas del barranco del Renegado, y en los primeros meses del año 1903 logró establecer la fuente que lleva su nombre, situada en el fondo de dicho barranco á 24 metros de altura sobre el mar y á unos 3 kilómetros de distancia de la plaza. En el primer año de existencia de esta fuente su rendimiento ha variado desde 260 m.<sup>3</sup> diarios en los meses de invierno hasta 75 m.<sup>3</sup> en el estiaje, mínimo que fué en uno de los primeros días del mes de septiembre último.

Analizadas estas aguas por el ilustrado Farmacéutico mayor Sr. Munta, resultaron perfectamente potables, muy superiores desde luego á las llamadas de la Mina, viéndose además que su calidad podría mejorarse, y hasta quizá aumentarse su caudal, mediante ciertas obras de saneamiento y ciertas limitaciones, tanto en los cultivos como en el ejercicio de la ganadería en toda la cuenca del arroyo del Renegado.

A pesar del grandísimo interés demostrado constantemente por el señor General García Aldave y por la Comandancia de Ingenieros en el asunto de las aguas, y de que desde que se alumbró la fuente de Recacho, se tuvo la idea de traerlas á Ceuta, no se consideró prudente hacer el estudio hasta ver prácticamente si este alumbramiento se agotaba ó no durante el verano, puesto que si se hubiera agotado ó reducido considerablemente, no hubiera valido la pena de estudiar y ejecutar la conducción.

Comprobado que en un año bastante seco, como lo fué el pasado

de 1903, se podía contar en los días de estiaje con un mínimo de 75.000 litros diarios, y que por lo tanto constituía un gran alivio para la resolución del problema del agua traída de la fuente de Recacho; durante el mes de octubre último se hicieron los estudios previos y las gestiones necesarias, con tanta actividad y con tan eficaz apoyo por parte del Sr. General Aldave y del Sr. Ministro de la Guerra (General Primo de Rivera), que á pesar de la gran escasez de dinero con que siempre se lucha, el día 10 de noviembre se asignaron por telegrama 10.000 pesetas para poder contratar y pagar el primer plazo de la tubería de palastro betunado, que llegó á Ceuta antes de terminar el año, anunciándose en el mismo telegrama que en los primeros meses del año actual se consignaría el resto de la cantidad para terminar la conducción. A este resultado contribuyó eficazmente el General Marvá, Jefe de la Sección de Ingenieros del Ministerio de la Guerra, que ha demostrado un grandísimo interés por el mejoramiento del abastecimiento de agua en esta plaza.

El Comandante Cañizares ha sido el encargado del estudio del proyecto y de la realización de las obras, auxiliándole el Maestro Buscató, habiendo demostrado ambos el mayor celo é inteligencia en la realización de estos servicios.

La conducción, que tiene un desarrollo de 3.100 metros, hubiera podido quedar terminada en los primeros meses de este año, pero los trabajos del ferrocarril para las canteras del puerto, que en muchos sitios han obligado á hacer desviaciones en la carretera de Benzú, han impedido tender la tubería hasta que estas rectificaciones han estado terminadas, cosa que no ha ocurrido hasta los primeros días de julio, en que se ha empezado á tender la tubería.

El final de la conducción lo constituye una fuente de cuatro caños, situada frente al cuerpo de guardia de la Alhambra, fuerte que lleva el nombre de nuestro Augusto Monarca ALFONSO XIII, yendo toda el agua que no se utiliza á los aljibes de la Mina, que de este modo se hallarán constantemente llenos de agua perfectamente potable, constituyendo una reserva de 2.400.000 litros, pudiéndose además utilizar la fuente de la Mina directamente, cosa que en los veranos anteriores no se podía hacer, puesto que había que atender en primer término á que con el agua de esta fuente se llenaran los aljibes.

Siendo de tan grande interés para la guarnición y para el pueblo de Ceuta poder disponer cuanto antes de este agua, el Sr. General Gobernador ha dispuesto se haga la inauguración en el día de hoy, sin perjuicio de que se terminen algunas pequeñas obras accesorias, entre las cuales se halla un abrevadero que se va á construir en las inmediaciones del Vivero.

Existe también el proyecto, y existen materiales acopiados para ello, de establecer una fuente en la plaza de Africa, utilizando el agua sobrante después que estén llenos los aljibes. Esta fuente quizá no pueda ser continua en ciertas épocas del año, pero aun cuando sea intermitente, será de gran utilidad para la población civil y militar de Ceuta, puesto que proporcionará el medio de tener durante la noche una fuente dentro del recinto.

Esta conducción, hecha con recursos del Material de Ingenieros Militares, es una obra puramente militar, dedicada en primer término al servicio de la guarnición, pero reducida también muy directamente en beneficio de la población civil, puesto que la autoridad militar, una vez asegurado el servicio de la guarnición, permitirá al vecindario que se provea en la nueva fuente del agua que necesite, siguiendo en este punto la ya antigua tradición en esta plaza de compaginar las necesidades del servicio militar con las conveniencias de la población civil.

La fuente que hoy se inaugura no resuelve seguramente el problema del agua en Ceuta; pero lo resuelve de tal manera que aleja la posibilidad de todo conflicto, ó de situación angustiosa por falta de agua, y permite esperar en buenas condiciones la traída de más importante caudal tomándola de nuestro mismo campo ó del arroyo Hadir, situado en nuestro límite, cuya traída queda sumamente facilitada por la construcción del ferrocarril de las canteras del puerto.

Es de esperar que esta primera conducción de aguas, hecha con los recursos ordinarios del Material de Ingenieros, sea muy pronto seguida por otra más importante que coloque á Ceuta en las condiciones que puede y debe tener en lo que se refiere al abastecimiento de tan importante elemento de vida. Al ramo de Guerra y al General García Aldave, que aquí tan dignamente lo representa, les cabe la satisfacción de haber inaugurado esta primera traída de agua, que es de desear sea pronto complementada por otra que resuelva de un modo más completo el problema.

PEDRO VIVES Y VICH.

---

Al artículo precedente, que con gusto reproduce el MEMORIAL de una hoja impresa en Ceuta, debe añadirse que la inauguración de las aguas tuvo lugar el día 7 de agosto, á las seis de la tarde, presidiendo el acto el General Gobernador militar Sr. García Aldave, y asistiendo el General segundo Jefe Sr. Zubia, el Alcalde y las demás autoridades, los Ingenieros del puerto y numerosa representación de todos los elementos civiles y militares de la plaza.

El acto de la inauguración consistió en la entrega de la conducción y de la fuente terminal de Alfonso XIII, hecha por el Coronel de Ingenieros Sr. Vives, al General Gobernador Sr. García Aldave; en la bendición de la nueva fuente y de la conducción, por el párroco castrense, asistido por otros dos sacerdotes; y en la declaración de que las aguas quedaban abiertas al servicio de la guarnición y del pueblo de Ceuta, hecha por el General Gobernador, terminando la ceremonia oficial con vivas al Rey y á España.

El General Gobernador militar puso telegramas á S. M. el Rey, al Ministro de la Guerra, al General Primo de Rivera, que lo era al iniciarse las obras, al General Marvá, Jefe de la Sección de Ingenieros, que se ha interesado muchísimo en el asunto, y al Coronel Recacho, Jefe de la Comandancia de Ingenieros de Cartagena, que á primeros de 1908 hizo el alumbramiento de las aguas.

---

## SUBMARINOS Y SUMERGIBLES

---



A navegación submarina es asunto de tal importancia para la Marina de guerra, que una vez demostrada la posibilidad de obtener una solución práctica, no debe ser abandonado aun cuando algún obstáculo ó doloroso accidente venga á dificultar el camino emprendido. El valor de un instrumento de guerra, que de modo invisible puede dirigirse contra un barco, cautivó ya en los tiempos antiguos la atención de los hombres de ciencia; y aun cuando no fuera entonces más que una aspiración, marcó ya una tendencia desde tiempos bastante remotos.

Trataron de llevar la idea al terreno de la práctica: Bourne, en 1580; Pagellus, en 1604; Van-Drebbel, en 1625, y otros muchos; pero puede asegurarse no avanzaron un solo paso, encerrándose en sus tumbas, que fueron sus propias embarcaciones, el secreto de los medios que emplearon; así perecieron: Philip, en el lago Michigan; y Day, en Plymouth. Posteriormente, Bushnell, en 1771, construyó su *Tortue*; Fulton, en 1801, su *Nautilus*; Carterá, su barco pescado; Montgert, su *Invisible*; y uno de los más notables fué el construido por Villeroy, en 1825, con el que se realizaron satisfactorias experiencias en Noirmantiers, evolucionando por espacio de tres horas debajo del agua.

Desde mediados del pasado siglo fueron muchos los modelos que se

construyeron en distintas naciones; pero prescindiremos de su enumeración por no ser esto objeto de este artículo.

Los verdaderos impulsos dados en la navegación submarina tuvieron lugar en Suecia y en Inglaterra, por Nordenfelt y Wadington, en 1885, siendo los resultados de sus incompletas experiencias, desde el punto de vista práctico, las que indujeron á las Marinas de guerra de las principales naciones al estudio de tan interesante problema. A partir de la citada fecha, en Francia y en Italia empezaron los estudios y experiencias de submarinos. El tipo *Gymnote*, francés, y otros análogos, fueron producto de estos trabajos.

\*  
\*\*

Todas las potencias marítimas interesadas en el estudio y perfeccionamiento de los submarinos, y especialmente las europeas, se afanan en rodear de un impenetrable secreto cuantos adelantos logran en esta clase de construcciones, haciéndose punto menos que imposible conocer al detalle los datos nesarios para poderlos construir. Solamente en los Estados Unidos, dónde la industria particular realiza esas construcciones, es más fácil conocer datos y detalles, debido á la gran competencia que la abundancia de Empresas origina y á la publicidad que, con los alicientes de propaganda y lucro, se da á todos los trabajos que aquéllas emprenden.

Francia, llevada quizás de un exagerado entusiasmo al conceder en un principio una importancia al submarino, que no justificaba la deficiente resolución que entonces se daba á los muchos problemas que su buen funcionamiento exige tener bien resueltos, multiplicó en el espacio de diez años el número de tipos de submarinos, y aun cuando se marcó en esta época un positivo progreso, fueron imperfectos en su mayor parte, gastaron en su construcción muchos millones de francos, y debido al escaso éxito que sus experiencias obtuvieron, cundió la desconfianza y el escepticismo en gran parte de la Nación por esta clase de construcciones. Prueba de ello son los artículos que en revistas técnicas se escribieron, y hasta en la Cámara de Diputados el Ministro de Marina, Mr. Thonson, dijo el 22 de noviembre de 1906: «Je declare sans vouloir pour cela méconnaître l'importance du sous-marin pour la defense des côtes, que seul le cuirassé d'escadre, á grand déplacement, est á même, en temps de guerre, d'assurer le ravitaillement d' un pays dont les frontières terrestres sont bloqués.»

La Nación inglesa, hasta principios de este siglo, se preocupó de los submarinos quizás menos de lo que á su importancia marítima correspondiera; fué mirado algo desdeñosamente este elemento de guerra, y

hasta se dijo en sesión de la Cámara el 13 de mayo de 1900 «que el submarino era arma de las Naciones pobres, y no correspondía á la Nación británica preocuparse de ellos».

Fiada en la importancia de su poder naval, pensó más al principio en buscar los medios de destruir los submarinos que en estudiar su perfeccionamiento, hasta que la lógica incontestable de los hechos triunfó de tales arrogancias puestas en boca de sus hombres políticos, empujando Inglaterra á construir submarinos.

En la actualidad hay que rendir á los hechos evidenciados el justo tributo que merecen, y considerar que un torpedero sumergible de 200 toneladas de desplazamiento y 15 millas de velocidad en la superficie que en menor espacio de cinco minutos puede sumergirse y navegar á la profundidad conveniente, con una velocidad de 7 á 8 millas, sin dejar de ver el objeto al que habrá de dirigir sus ataques, constituye un serio peligro para el acorazado de escuadra. Es así, que el moderno sumergible ofensivo reúne estas condiciones y desarrolla esa táctica en el combate, demostrada ya en repetidas experiencias y simulacros, luego no cabe dudar respecto de su importancia y debe contarse con él.

La tripulación de los submarinos va expuesta á serios peligros; esto es indudable, y recientes y dolorosos accidentes ocurridos lo confirman; pero también lo es que los perfeccionamientos y adelantos que en dichas embarcaciones se introducen, atendiendo á su seguridad, van alejando los riesgos.

Los modernos submarinos de 200 toneladas, con velocidades de 15 y 7 millas en la superficie y sumergidos, provistos de todos los perfeccionamientos adoptados ya para su seguridad y buen servicio, cuestan un precio elevado. Puede, pues, plantearse la cuestión relativa á dichos barcos del modo siguiente: Dadas las modernas características que los definen y las ventajas militares que con ellos pueden esperarse, ¿estarán en relación los resultados que se obtengan con los peligros que su funcionamiento ofrece, sumados á los sacrificios que su coste representa?

Para responder á esta pregunta habrá que puntualizar primero lo que debe exigirse de un submarino. A veces, lo que los submarinos pueden realizar permanece ignorado para algunos escritores que han tratado de este asunto, á causa del misterio que á los primeros rodea. Esto motiva, que tanto partidarios como detractores de los submarinos, no basan en realidades su argumentación, sino en datos y noticias equivocadas, con lo cual la opinión pública se extravía, y necesariamente habrá de tener ideas sobre el asunto exageradas en uno ú otro sentido. Los submarinos deben considerarse ya, dentro del campo industrial, como la producción de cualquier otro instrumento de guerra, y, por

consiguiente, no debiera mantenerse sino la prudente reserva que se guarda siempre con todo el material de esta índole.

Las condiciones especiales de los submarinos los hacen muy útiles, á pesar de su pequeña velocidad en la inmersión; pues para huir de la persecución de un torpedero ó cazatorpedero le bastará sumergirse y tomar debajo del agua la dirección que más le convenga. Ya podría aumentarse la velocidad en la inmersión, haciéndose el barco de 400 toneladas y 10 millas de velocidad; pero los técnicos no están acordes respecto de la utilidad de las grandes velocidades submarinas, porque si un submarino navegando á tres metros de profundidad sufre en su trayectoria horizontal una inclinación de tres grados, como fácilmente puede suceder, al navegar con esta inclinación á 10 millas de velocidad, llegaría en 70" á la profundidad de 40 metros, límite generalmente admitido para la seguridad del casco, y en tan escaso tiempo pudiera no lograrse corregir la dirección de la trayectoria; además, los peligros de tocar con la proa en un bajo fondo, con poco que derive la trayectoria, son causas de bastante importancia para preferir las pequeñas velocidades submarinas, porque los peligros á que con este aumento se expondrían, serían mayores que las ventajas que con él se obtuviésen.

¿Pueden utilizarse los submarinos en los combates navales de alta mar? Opinamos que no, porque aparte de no permitirles su escasa flotabilidad la lucha con el mar, en un combate naval las unidades que toman parte deben estar todas en cualquier momento bajo la dependencia del Jefe que las dirige y la posición de los submarinos sería ignorada para dicho Jefe en la mayor parte de los momentos.

En la defensa de las costas, ó protegiendo una plaza marítima, pueden prestar las submarinos excelentes servicios militares; pues colocados á distancias de la plaza superiores al alcance de la Artillería enemiga, y teniendo marcado con anterioridad el sector ó espacio que debe defender cada submarino, podrá éste, sin necesidad de más instrucciones, atacar á todo barco enemigo que pase por el limitado espacio confiado á su defensa. Para llenar con completo éxito tales cometidos, se comprende lo interesante que será disponer de una gran velocidad en la superficie para poderse trasladar con rapidez á los puntos amenazados. En este orden de ideas, las condiciones necesarias á un submarino son: gran velocidad estratégica (en la superficie) y moderada velocidad táctica (en la inmersión).

Los mencionados cometidos se realizan casi todos los años durante las maniobras y simulacros navales de las principales Marinas de guerra; por el gran número de barcos submarinos de que ya disponen con diversos desplazamientos y velocidades.



El siguiente cuadro demuestra lo que llegan á ser estas características en los últimos modelos construidos y en construcción:

NACIONES Y TIPOS DE SUBMARINOS	DESPLAZAMIENTO en la superficie.	ESLORA Metros.	VELOCIDADES
			EN LA SUPERFICIE
Italia, Tipo Glauco.....	100	36,80	De 13 á 14 millas conseguidas.
Idem, el mismo, en construcción.....	180	42,80	15 millas previstas.
Idem el Foca (tipo Glauco) en construcción.....	185	42,48	15 ídem id.
Francia, últimos tipos en construcción.....	577	60	15 ídem id.
Inglaterra, serie D en construcción.....	500	45	15 ídem id.
Estados Unidos. Tipo Octopus en construcción..	265	32	12 ídem id.
Alemania, tipo Krupp....	200	40	De 11 á 12 ídem.
Austria (en construcción).	240	25	De 10 á 11 id.

Otros submarinos en construcción tienen consignados en sus proyectos las siguientes velocidades en inmersión:

Franceses, 10 millas, ingleses, 9; americanos, 7, y austriacos, 7.

Algo optimistas parecen las velocidades asignadas á los submarinos franceses é ingleses, pero no debe perderse de vista que por lo general, tratándose de estos barcos, en los ya construidos, suelen rebajarse en un 20 por 100 las velocidades proyectadas.

\* \* \*

¿Qué diferencia existe entre un submarino y un sumergible? Aun cuando no les separan esenciales diferencias, la costumbre admitida ha establecido se dé el nombre de submarino al barco-torpedero que, navegando en la superficie, posee una pequeña reserva de flotabilidad generalmente menor de un 10 por 100 del desplazamiento; y cómo una de las principales condiciones náuticas de un navío es disponer de una gran reserva de flotabilidad, no reúnen éstos buenas condiciones para cruzar el mar. El sumergible tiene mayor flotabilidad, condición que le hace más á propósito para la navegación.

Con el fin de poder discutir mejor las cualidades náuticas de los submarinos y sumergibles, empezaremos por examinar las formas adoptadas para los cascos.

Con gran insistencia han opinado algunos constructores que se obtienen ciertas ventajas asemejando á la forma de un pez la de un submarino: criterio es éste que Holland adoptó en sus construcciones y que parece ser el seguido en los últimos submarinos construídos en Inglaterra, derivados del tipo Holland. No se explica verdaderamente cómo se da tanta importancia á esa forma, porque si bien es verdad que las formas animales son una consecuencia de las leyes que regulan las formas de la Naturaleza, ó sea para este caso concreto la producción del máximo efecto con el mínimo esfuerzo, ocurre, sin embargo, que los medios de locomoción de un pez y los movimientos relativos de todas las partes de su cuerpo al marchar, son tan diferentes de los medios de locomoción de un submarino, que tiene como condición precisa la absoluta rigidez de su casco, que parece absurdo esperar los mismos efectos de dos cuerpos en el agua que actúan y se mueven de modos tan diversos. Si se tiene en cuenta, además, que el submarino necesita torre de mando y aparato óptico, superestructuras, quillas y otros apéndices dependientes del modelo que se adopte, se comprenderá que con todos estos aditamentos acaba por perder la forma de pescado y con ella las hipotéticas ventajas que sus partidarios creían obtener. La forma de cigarro de secciones transversales circulares, considerada desde el punto de vista técnico, opone mínima resistencia al movimiento y es susceptible de la mayor rapidez sumergida. Nueve décimas partes de los submarinos construídos tienen esta forma fusiforme en su casco. La experiencia ha demostrado, sin embargo, que tales formas presentan mucha resistencia á la navegación en la superficie, y por eso á igualdad de velocidad, lo que se gana con la disminución del peso del casco, se pierde en esfuerzo motor, notándose además que la embarcación tiene muy malas condiciones marineras para la navegación en la superficie, por ser muy deficiente su estabilidad en sentido longitudinal. Como remedio de este inconveniente algunos constructores superponen al casco de sección circular, y en toda su extensión una ligera superestructura estanca que se llena de agua para la sumersión. De este modelo son los submarinos Lake, algunos de los cuales adquirió Rusia, y los Equivilley, construídos por Krupp para Alemania y también para Rusia. Con esta modificación consiguen formas exteriores más adecuadas á la navegación en la superficie, pero no tienen estos submarinos la estabilidad longitudinal necesaria, y además estos cascos de sección circular y fusiformes se prestan mal á las instalaciones internas y son incómodas para la tripulación, que no puede encontrar, sobre todo

en las extremidades, espacio ni altura bastante para ponerse en pie tratándose de sumergibles de desplazamientos moderados.

Con el fin de aumentar el espacio interior disponible, se han utilizado esas superestructuras para tener depósitos de combustible líquido, como petróleo, gasolina ó acumuladores de aire comprimido, pero esta disposición puede tener sus inconvenientes; en efecto, dada la escasa velocidad que generalmente tiene un submarino, si se viera sorprendido con la presencia de un torpedero enemigo que le lanzara unos proyectiles sin darle tiempo para sumergirse, al perforar las superestructuras destruiría los depósitos con grave riesgo de ser incendiado.

Mejor solución creemos sea la adopción de un doble casco, siendo el exterior de la forma de un torpedero ordinario, y fusiforme la interior, muy á propósito para resistir las presiones. El espacio comprendido entre ambos cascos constituiría, lleno de agua, el lastre para la navegación inmersa. Laubeuf constituyó así el *Narval*, y con posterioridad se ha extendido esta disposición á la mayor parte de los submarinos franceses.

La principal ventaja de este sistema consiste en la gran protección que al casco interior proporciona la capa de agua contenida por el casco exterior, cuya deformación ó rotura no compromete la suerte del barco. Los inconvenientes del *Narval* y todos los sumergibles de este tipo son: 1.º, que sigue siendo reducido y poco á propósito el espacio interior para las instalaciones de máquinas y aparatos; 2.º, que el peso del doble casco es grande, y 3.º, que el lastre de agua que es necesario embarcar es muy voluminoso, y hasta no ser distribuido por igual hace penosa la maniobra de inmersión.

Una buena solución creemos sea la de un casco exterior de forma análoga á la de un torpedero, calculando el espesor de sus planchas para resistir las presiones á la máxima profundidad á que deba descender sin peligro el sumergible. El doble fondo ó compartimento para el lastre de agua irá colocado en el centro del barco; la superestructura que debe proporcionar al barco buenas condiciones marineras, no habrá de permanecer superpuesta á otro casco, sino formando parte del casco propiamente dicho, contribuyendo con su solidez á que la resistencia al esfuerzo transversal sea la mayor posible y á la disminución del peso muerto.

Los grandes progresos realizados en la metalurgia y siderurgia permiten obtener el acero en planchas delgadas y en condiciones de dureza y resistencia compatibles con el menor peso, condiciones que facilitan la propulsión, navegación é instalaciones internas de los sumergibles.

Sin apartarnos del examen del casco, es oportuno tratar de la estabilidad de los submarinos, puesto que la forma de aquél interviene poderosamente en ésta. Sabido es que en la estabilidad de un barco en el

agua, hay que tener en cuenta los movimientos en sentido longitudinal y los transversales; tanto á la estabilidad transversal, como á la longitudinal, corresponde una altura metacéntrica, cuyos límites tiene ya fijados la práctica para cada clase de navío, con el fin de asegurar sus mejores condiciones marineras. Los submarinos de casco fusiforme presentan una línea de flotación muy reducida, especialmente en sentido de su longitud, presentando un limitado radio metacéntrico transversal y un radio metacéntrico longitudinal más limitado todavía, con relación á los navíos ordinarios, y si con esas formas de cascos puede llegarse á conseguir una altura metacéntrica transversal suficiente, la estabilidad longitudinal sería muy pequeña en la superficie; de manera que el equilibrio longitudinal puede alterarse sensible y rápidamente por efecto de fuerzas exteriores, aun cuando sean pequeñas. Este asunto fué tratado con profunda competencia por sir William White en una Memoria leída en mayo del año próximo pasado delante de la Royal Society, de Londres, Memoria que evidencia el haber sido la deficiente estabilidad longitudinal la causa principal de la pérdida del submarino inglés *A 8*, que se sumergió rápidamente con la proa inclinada hacia abajo durante la navegación en la superficie, estando el mar en completa calma y llevando el barco una marcha de 10 millas.

Para dar una idea de cuanto llega á reducirse el radio metacéntrico longitudinal, White calcula el de un submarino de casco fusiforme de 234 toneladas y 45 metros de eslora, en comparación con el de un crucero de 2.000 toneladas y 78 metros de eslora. Resultó del cálculo que para este último barco es 1,35 veces la longitud, mientras que para el primero no llega á ser 0,25.

Disminúyese este inconveniente construyendo las indicadas superestructuras estancas de una longitud igual á la del casco fusiforme. En los submarinos tiene todavía mayor importancia la estabilidad, tanto estática como dinámica, cuando se hallan sumergidos; asunto sobre el cual no conocemos estudio alguno práctico publicado.

Desde luego, al tratarse de un submarino ó sumergible inmerso no hay que distinguir la estabilidad estática transversal de la longitudinal, porque no existiendo ya metacentro debe entenderse por altura metacéntrica la distancia entre el centro del volumen de agua desalojada y el centro de gravedad del navío, distancia que permanece prácticamente constante cualquiera que sea la inclinación que él tome. La magnitud del par de estabilidad, estando el navío sumergido, tiene una gran influencia en la anulación de los movimientos pendulares longitudinales que toman los submarinos en el último período de inmersión, como en la marcha del navío durante la navegación submarina, siendo del mayor

interés el que ese par, y, por lo tanto, la altura metocéntrica sea la mayor posible.

Existen en compensación otras circunstancias que tienden á limitar esa altura metacéntrica, principalmente para obtener una gran rapidez en la inmersión ó emersión en movimiento, cuando esas operaciones se verifican con la rotación del navío, porque, claro es que en este caso, cuanto mayor sea el par que se tenga que vencer para inclinar longitudinalmente el submarino, tanto mayor deberá ser, á igualdad de velocidad y de inclinación de los timones horizontales, la superficie de éstos, y tanto mayor será también la resistencia por ellos opuesta al movimiento, disminuyendo en proporción la velocidad del navío.

Un gran par de estabilidad presenta siempre la ventaja de permitir desplazamientos longitudinales de pesos internos, en cuanto el barco esté en movimiento, sin que por esta causa se produzcan sensibles oscilaciones, siempre que el movimiento lo ejecuten uno ó dos hombres, necesarios ó indispensables para las exigencias de la maniobra que tengan que realizar, pudiendo apartarse algunos metros de los sitios designados á cada uno, sin que comprometan con esto la marcha normal de la navegación. Se puede, pues, asegurar que un submarino ó sumergible tiene suficiente estabilidad en la inmersión, cuando conserva una altura metacéntrica positiva, después de haberse desprendido de todo el lastre de seguridad (que no deberá bajar de 6 á 7 por 100 del desplazamiento en la superficie), y también de haber expelido de los dobles fondos todo el lastre de agua (que tampoco deberá tener un valor menor del 20 por 100 de dicho desplazamiento). De todos los submarinos construídos, muy pocos son los que se encuentran en estas condiciones.

En los navíos ordinarios, las fuerzas de resistencia creadas por el agua durante el movimiento alteran, como es lógico, el plano de flotación del barco, elevando generalmente su proa y manteniéndolo en la posición en que el par de estabilidad contrabalanza al par formado por la fuerza de resistencia y la propulsión. Este fenómeno, que no opone el menor obstáculo á la navegación, puede, en ocasiones, ser útil á la velocidad, como sucede en los grandes navíos, los cuales, al tener más calado en popa, pueden disminuir la resistencia total y proporcionar mayor rendimiento á las hélices; otras veces, al contrario, es nocivo para la misma velocidad, como sucede con las rapidísimas embarcaciones de regatas, en las que el fenómeno adquiere ya grandes proporciones por alterar notablemente las líneas de agua. En los submarinos de casco fusiforme, cuya línea de propulsión es, á su vez, eje de figura, la resultante de las fuerzas de resistencia actuará por debajo de la línea de propulsión, verificándose entonces el fenómeno contrario á lo anteriormente

indicado, esto es: que durante la navegación en la superficie esas fuerzas tienden á sumergir la proa, fenómeno que, acentuado por la escasa estabilidad longitudinal de ese tipo de casco, y sumado á la resultante del peso del agua que actúa sobre la proa á causa de su forma, puede llegar á ser peligroso y hasta fatal, como ocurrió con el submarino inglés *A 8*.

Se remedia este inconveniente dotando la proa de superestructuras apropiadas, como se ha hecho con los submarinos ingleses *B* y *C*, bajando el eje de propulsión y la misma popa por medio de lastre de agua, como se practica en los submarinos del tipo *Holland*.

No ocurre lo propio en la navegación submarina. Un submarino que navega debajo del agua no debe estar sometido ó expuesto á inclinaciones durante el movimiento por efecto de fuerzas no contrarrestadas. De lo contrario, acabaría por subir á la superficie ó descender peligrosamente á una profundidad superior á la deseada. De ahí que su forma ha de ser tal, que le asegure una gran estabilidad en su movimiento en dirección de su trayectoria. Esta estabilidad en la trayectoria obtiéndose procediendo de modo que, cuando el navío toma un movimiento en dirección distinta de la ordenada por las fuerzas propulsoras, la resistencia total encontrada por el navío en movimiento corte á la resultante de esas fuerzas entre el centro de carena y la popa del navío, y en un punto próximo á ésta. En efecto; en estas condiciones la resistencia y la fuerza propulsora forman un par del mismo signo que el de estabilidad, y, por lo tanto, en el momento de romperse el equilibrio de marcha por efecto de fuerzas internas, el navío adquiere una tendencia natural á virar en la dirección de su movimiento.

Si el punto de intersección de las citadas fuerzas pasase, por el contrario, delante del centro de carena, se daría el fenómeno inverso, esto es: apenas se rompiese el equilibrio del movimiento se originaría un par, que tendería á aumentar ese desequilibrio, privando, por lo tanto, al navío de la estabilidad de dirección.

Para obtener esta estabilidad de dirección, las naciones marítimas y casas constructoras de submarinos emplean procedimientos más ó menos eficaces, y que constituyen una de las particularidades sobre las que con el mayor rigor mantienen el secreto.

Es, por lo tanto, necesario distinguir perfectamente en un submarino que navega sumergida la estabilidad estática de la dinámica, nociones que algunas veces se confunden. Podría un submarino tener mucha estabilidad estática, ó sea mucha altura metacéntrica y poca estabilidad de dirección; su marcha horizontal sería difícil por los imprevistos cambios de inclinación que podría tener, y la embarcación pudiera verse

expuesta á serios peligros, á despecho de su gran estabilidad estática. Al contrario, si un submarino posee poca altura metocéntrica y grande estabilidad en la trayectoria, obtendría una gran seguridad cuando navegase sumergido, á pesar de su escasa estabilidad estática. Esta última condición es del mayor interés y completamente aplicable á los torpedos automóviles.

ENRIQUE DE MONTERO.

(Se concluirá.)

## REVISTA MILITAR.

### Reorganización de los Ingenieros militares norteamericanos.

El General William. L. Marshall, jefe de los Ingenieros militares norteamericanos, ha redactado un informe, que ha sido bien acogido por la Superioridad, en el cual se enumeran las causas que imponen la absoluta necesidad del inmediato aumento de personal de oficiales en el Cuerpo de Ingenieros, si se quiere que éste continúe desempeñando su cometido con el acierto y competencia hasta ahora demostrados. Este aumento lo reclama el doble servicio técnico civil y militar que abruma á los no muy numerosos oficiales existentes en la actualidad, y de los cuales, el 30 por 100 se halla dedicado á trabajos civiles, el 20 por 100 á ocupaciones cívico-militares y el 50 por 100 restante al servicio militar exclusivamente; pero todo ello en forma tal, que el Comandante General de los Ingenieros solo ejerce mando directo sobre el 40 por 100 de la totalidad de los jefes y oficiales del Cuerpo, dependiendo de otras autoridades civiles ó militares el otro 60 por 100.

El desarrollo que van tomando las obras de fortificación en la metrópoli, el extraordinario aumento de éstas en las posesiones insulares y los trabajos del Canal de Panamá, dirigidos por personal del Cuerpo, son los tres principales argumentos empleados por el General Marshall para fundamentar su informe solicitando el aumento de 60 Jefes y oficiales. Pero por otro lado, añade á este número 72 más, con destino á la reorganización de las tropas que propone, ó sea, la transformación en regimientos, de á dos batallones, de los tres batallones existentes en la actualidad. De modo que, en resumen, el aumento de personal propuesto y admitido, en principio, por la Superioridad, es el siguiente:

AUMENTOS PARA	Coronel	T.º C.º	Comte.	Cap.º	1.º T.º	2.º T.º	Totales.
El servicio técnico.....	4	7	13	18	18	»	60
3 Batallones de nueva creación.....	»	»	3	12	30	12	57
P. M. de 3 Regimientos.....	3	3	»	3	»	»	15
<i>Aumentos totales.....</i>	<i>7</i>	<i>10</i>	<i>16</i>	<i>39</i>	<i>48</i>	<i>12</i>	<i>132</i>

Como final del informe que nos ocupa, se consignan en una tabla las grandes

cantidades aprobadas por el Parlamento é invertidas para poner en batería numerosas piezas; se expone, que en los doce últimos meses se han montado 4 cañones de gran calibre y 51 de tiro rápido, de calibres varios; y se presentan dos presupuestos, el uno de 4 millones y medio de pesetas para la compra de proyectores y su colocación en las baterías de costa, y el otro de cerca de un millón y medio de pesetas para la reparación de las fortificaciones existentes.

\*  
\* :

### La navegación aérea en Francia y Alemania.

Leemos en una Revista militar inglesa que Alemania es, sin duda, la nación que marcha en cabeza en todo lo relativo á la navegación aérea. Durante el año corriente invertirá cerca de tres millones de pesetas en este servicio, y gracias á gasto tan considerable podrá disponer en Otoño próximo de cuatro dirigibles del tipo *Zeppelin* y de tres de cada uno de los tipos *Gross* y *Parseval*, ó sea, en total, diez globos que han demostrado poder permanecer en el aire más de doce horas seguidas.

El *Zeppelin* núm. 1 hállase en el lago Constanza, donde sirve de globo-escuela; el núm. 2 en Metz; el núm. 3, en construcción en Friedrichsafen, será enviado á Colonia; el núm. 4, que es el primitivo *Zeppelin*, reconstruido, se encuentra en Constanza.

Los *Parseval* son los de más fácil transporte y manejo, por cuyo motivo se les considera como los más á propósito para servicios de campaña. El núm. 1 está haciendo pruebas cerca de Berlín; el núm. 2 será destinado á Metz; y el núm. 3 á Bitterfeld. Este último es el de mayores dimensiones, y, se dice, que en vista de los buenos resultados obtenidos, los *Parseval* que se construyan en lo sucesivo serán de mayor capacidad aún.

Los dirigibles *Gross* son, al parecer, los preferidos por las autoridades militares alemanas. El núm. 2 se halla en Metz y los núms. 1 y 3 en Berlín.

Existen otros tipos en construcción ó en estado de prueba, como son; el *Von Krogh* en Berlín; el *Schüle* en Danzig; el *Zimmer* en Munich; y el *Wuger* en Hanover; pero ninguno de ellos ha sido todavía adquirido ni aprobado por el Ministerio de la Guerra.

Francia cuenta en la actualidad con los dirigibles *Republique*, *Lebaudy*, *Ville de Paris*, *Liberte* y *Colonel Renard*; estos dos últimos están terminándose y todos ellos pertenecen al Estado. De propiedad particular existen tres, *Ville de Bordeaux*, *Clement-Bayard* y *Ville de Nancy*, los cuales en caso necesario serían puestos al servicio del ministerio de la guerra. Pero de todos modos resultará en definitiva, que Alemania cuenta con diez dirigibles, teniendo Francia ocho solamente; y aunque esta superioridad no es de importancia en cuanto al número, si lo es en lo referente á la práctica de la aerostación, toda vez que los alemanes tienen en muy constante actividad á su ya numerosa flota aérea.



---

## CRÓNICA CIENTÍFICA

---

### Saneamiento del subsuelo de Madrid.

La capital de España, á pesar de sus buenas condiciones topográficas y climatológicas y del caudal de aguas potables con que cuenta, es una de las pocas ciudades del mundo que disfruta el triste privilegio de ofrecer un contingente medio anual á la mortalidad superior á 30 por cada mil habitantes. Una de las principales causas que contribuye á sostener esta elevada cifra es, sin duda, el estado lamentable en que, desde el punto de vista higiénico, se encuentra el subsuelo de Madrid; y así lo han reconocido el Gobierno y el Municipio estudiando actualmente con interés la canalización del Manzanares y la evacuación y depuración de las aguas residuarias. Al extractar en estas crónicas uno de los proyectos presentados para canalizar el mencionado río, dimos noticia del problema general que se trataba de resolver, y ahora, como continuación á lo entonces escrito, nos ocuparemos brevemente del Proyecto general de alcantarillado de esta Corte, que ha sido estudiado y redactado por el personal del Servicio de Fontanería y Alcantarillado del Municipio.

Observando la topografía del terreno sobre el que se asienta la población, se nota que se halla cortado por tres grandes vaguadas, cuya dirección general aproximada es de N. á S., y á las cuales han de ir á parar forzosamente las aguas recogidas en las tres cuencas principales que abarcan el término municipal; dichas tres vaguadas son: al E. el río Manzanares, al O. el arroyo Abroñigal y en medio de estas dos el antiguo arroyo Maudes, prolongado hoy por el colector que corre á lo largo de la Castellana y Prado; las dos últimas evacúan finalmente sobre el Manzanares cuando este río, cambiando la dirección de su curso, contornea á Madrid por el S. Cada una de las tres cuencas generales contiene á su vez, como es natural, un cierto número de cuencas parciales, y, por lo tanto, si sobre un buen plano topográfico del terreno se superpone otro semejante de la urbe, se podrá marcar sobre este último cuáles son las calles que deben considerarse como divisorias y *thalwegs* de las 32 cuencas parciales sobre las que se extiende nuestra capital. Cualquiera que fuese el procedimiento que en definitiva se adoptara para el saneamiento del subsuelo, resultaría indispensable este detenido estudio topográfico, base principal del proyecto que nos ocupa; de este modo, conociendo la extensión exacta de cada cuenca, con la superficie ocupada por casas, calles y jardines, el número de habitantes y demás datos necesarios, se ha podido calcular cuál es el máximo de litros de aguas limpias y sucias que han de ser evacuadas por segundo, y, en consecuencia, las dimensiones de la red de evacuación en cada punto. De esta manera se ha logrado además, fraccionar el trabajo total y estudiar separadamente los cuencas parciales organizando 64 proyectos, de tal modo que, en el caso de procederse á la ejecución de la obra, pudiera contratarse por trozos, disponiendo cada contratista de los datos precisos con sólo examinar el correspondiente proyecto parcial, del cual pueden desglosarse hasta los referentes á una sola calle.

En la extensa Memoria General se han acumulado numerosas estadísticas demográficas y multitud de elementos justificativos del por qué los autores se declaran partidarios de la evacuación por el sistema separado; pero, esto no obstante, estudian también solución por sistema unitario, reconociendo que aunque no resuelve el problema de un modo tan completo, es en cambio más económico. En resumen,

á cada una de las 32 cuencas parciales corresponden dos proyectos distintos, el uno para la solución por el sistema unitario y el otro para el sistema separado, formando, en total, los 64 proyectos más arriba citados.

En la primera solución, ó sea, en la de *tout à l'égout*, se aprovecha la actual red de alcantarillado, que cuenta cerca de 160 kilómetros de desarrollo, ejecutándose en ella importantes reparaciones y dotándola de chimeneas de ventilación, absorbedores con cierre hidráulico, cámaras de visita y abundante provisión de agua para la limpia. Dicha red se completa en los parajes donde hoy no existe con otra tubular de hormigón armado ó de hormigón en masa, según haya de ser pequeño ó grande su diámetro. Las cámaras de limpia, la ventilación, los depósitos de agua con descarga automática situados en los testeros de las líneas, las acometidas de las casas, y, en una palabra, cuanto se relaciona con esta red tubular se halla concienzudamente estudiado en el proyecto. La longitud total de alcantarillado visitable asciende próximamente á 172 kilómetros y la de la red tubular de nueva planta á 224 kilómetros.

Sabido es que en el sistema de evacuación por separado se necesita una doble red para el alejamiento de las aguas. En el proyecto que nos ocupa se utiliza para evacuar las aguas limpias el alcantarillado actual, con reparaciones previas, completándolo en los sitios donde no exista con una red tubular de hormigón armado ó en masa. Para las aguas sucias se proyecta, con todo detalle, una completa red tubular de nueva construcción, perfectamente ventilada y provista de todos los requisitos indispensables para su mejor funcionamiento, estando completamente aislada. En la red de aguas limpias, la longitud del alcantarillado visitable es de 172 kilómetros y la longitud de la red tubular de nueva planta se acerca á 136 kilómetros. En la red de aguas sucias, la longitud de la tubular de nueva construcción es de 398 kilómetros.

Para acabar de dar incompleta idea de la importancia del proyecto añadiremos, que el presupuesto total de ejecución material de la solución por sistema unitario, asciende á 36 millones de pesetas, y á 54 millones el del sistema de evacuación por separado.

La prensa diaria y la profesional han dedicado muchos elogios al trabajo que ligeramente acabamos de reseñar, así como á los firmantes del mismo Sres. Gil Clemente y Casuso, Capitanes de Ingenieros. El MEMORIAL tiene por costumbre ser parco en alabanzas cuando se trata de Oficiales del Cuerpo, pero para corresponder ahora á la recta conducta de la antigua y acreditada revista *Gaceta de Obras Públicas* reproducimos, agradeciéndolo, el siguiente párrafo publicado en su número correspondiente al 4 del mes actual, y en el que se hace referencia al proyecto en cuestión, al Capitan Gil, Ingeniero Jefe de Fontanería y Alcantarillado y á sus colaboradores:

«Hoy ha dado cima al estudio, y nosotros que hemos visto el proyecto, que tenemos la obligación de entender de estas cosas, y que aunque heridos en lo más hondo de nuestra alma, precisamente en cosas de tiempos pasados que con tal estudio se relacionan (1), nos colocamos por encima de todas las miserias humanas y tenemos la satisfacción de decir que el proyecto es una preciosidad que honra á su autor, á sus colaboradores y honrará al Ayuntamiento, porque no hay duda que éste lo aprobará y hará suyo sin demora alguna.»

\*  
\*  
\*

(1) Véase MEMORIAL DE INGENIEROS, Enero de 1908, «Para la *Gaceta de Obras Públicas*».

---

**Congreso Internacional de Química.**

Si la mayor ó menor importancia de un congreso científico dependiera del número de memorias presentadas y del de personas que hubiesen asistido á las sesiones, podría decirse que el éxito obtenido por el Séptimo Congreso Internacional de Química Aplicada, celebrado en Londres en junio último, había sido extraordinario, toda vez que los congresistas han excedido de 3.600, y se presentaron, para ser discutidas, cerca de mil memorias, que abarcaban todos los temas puestos á discusión en las 17 secciones en que se hallaba dividido el Congreso.

Según *The Engineer*, todo lo relacionado con la fabricación y propiedades de los cementos, ha sido tratado con amplitud en la sección correspondiente, mereciendo mención especial dos trabajos de R. K. Meade. En uno de ellos se hace un detenido análisis del estado actual de esta industria en los Estados Unidos de América del Norte, en la que hay invertido un capital de 500 millones de francos, produciéndose anualmente más de 60 millones de barriles de cemento. Y en el otro, se discuten las propiedades físicas del cemento cuando varían las proporciones de sus componentes; afirma R. K. Meade que, ordinariamente, los cementos americanos contienen de 60 á 63,50 por 100 de cal, 19 á 25 por 100 de sílice, 5 á 10 por 100 de alúmina y 2 á 4 por 100 de óxido de hierro, y añade que todo cemento debe contener, por lo menos, dos y media veces más sílice que alúmina, no debiendo esta relación, á la que el autor llama índice de actividad, ser mayor de 5 para evitar que el fraguado sea muy lento.

Otra importante Memoria fué la presentada por M. Le Chatelier, con el título «Desintegración de los cementos, especialmente de los hidráulicos»; en ella da cuenta el autor, de los numerosos experimentos de laboratorio que ha ejecutado sumergiendo muestras variadas de cemento en una disolución de sulfato de cal ó en agua del mar ó en una disolución de sulfato de magnesia, y deduce, como consecuencia final, que no existe actualmente ninguna clase de cemento hidráulico que pueda resistir sin descomponerse una prolongada inmersión en aguas del mar. Los cementos que contenían puzolana y en cuya manipulación se había empleado la menor cantidad posible de agua, fueron los que dieron mejores resultados en los ensayos hechos por M. Le Chatelier.

En el año 1912 se celebrará en Nueva York el Octavo Congreso Internacional de Química Aplicada.

---

**BIBLIOGRAFÍA.**

---

**Biblioteca de Ingeniería.**— **Manual de Hidráulica**, por R. BUSQUET, *Ingeniero de Artes é Industrias. Profesor de la Escuela Industrial de Lyon.*— *Ingeniero de la Villa de Lyon.*— *Madrid. Tipolitografía de J. Palacios.*

Lo que este libro es y el objeto que se propone explicado está, mejor que nosotros pudiéramos hacerlo, en los siguientes párrafos, que de su prólogo copiamos:

«Los problemas de la utilización de la fuerza hidráulica están, cada vez más, á

la orden del día; se puede decir, sin exageración, que el *Manual de Hidráulica*, que ahora publicamos, es de verdadera utilidad y satisface una necesidad industrial.»

«Este libro no es ni una obra puramente descriptiva, ni tampoco un tratado didáctico solamente abordable por los ingenieros iniciados en el estudio de las matemáticas superiores.»

«Es un resumen de hidráulica aplicada, en el que se exponen las teorías técnicas completas y todos los cálculos necesarios para el establecimiento de motores y de saltos de agua; pero sin recurrir á operaciones que no sean elementales.»

«Nuestro objeto ha sido colocar la ciencia de la industria hidráulica al alcance de todos los técnicos, ingenieros, constructores, contratistas, etc., que tengan necesidad de intervenir en instalaciones de esta índole.»

Agreguemos, por cuenta nuestra, que los propósitos revelados en los anteriores párrafos se han realizado en esa obra, que hemos tenido ocasión de utilizar recientemente con gran provecho y que está escrita con verdadero espíritu práctico, sin escatimar el estudio de casos particulares y los ejemplos numéricos, que tan útiles suelen ser para evitar errores al aplicar las fórmulas.

\*\*\*

\*  
\* \*

**Navegación aérea.—Dirigibles.—Aeroplanos**, por D. JOSÉ CUBILLO Y FLUITERS, Teniente de Ingenieros, Ayudante de profesor de la Academia del Cuerpo.—Guadalajara.—Imprenta y librería de Daniel Ramírez.—1909.—Un tomo de 144 páginas, con 9 láminas.—5 pesetas.

Basta leer el prólogo de esta obra para convencerse de que su autor no se propuso escribir un tratado completo de navegación aérea, en que con cálculos y mecánica pura y aplicada en ristre, amén de buen cúmulo de experimentos y del gran número de conocimientos que exige el estudio profundo del problema aeronáutico, en toda su amplitud, se analizara cuanto á este último concierne.

Por lo contrario, el principal trabajo y el mayor mérito del libro del Sr. Cubillo es el que supone «acomodar al razonamiento y á la parte gráfica gran número de cuestiones que sólo ha encontrado tratadas analíticamente»; palabras, estas últimas que copiamos del prólogo de la referida obra, que, como se ve, es de vulgarización científica.

Para que el lector forme idea del libro que nos ocupa, indicaremos que sucesivamente trata: *Del viento*, de la *Utilización de las corrientes atmosféricas*, de los *Globos dirigibles*, de *Las tentativas de dirección de los globos*, de la *Aviación*, en la que estudia la resistencia, el avance, la estabilidad y el movimiento del aeroplano en una atmósfera tranquila y en el aire animado de velocidad constante; la estabilidad, el lanzamiento, la llegada á tierra y diversos tipos de aeroplanos, que luego compara, para terminar, poniendo de manifiesto la utilidad de esos artefactos.

Deseamos de veras que el libro del Teniente Cubillo halle la buena acogida que merece y que en ella encuentre su autor nuevos estímulos para proseguir sus publicaciones, que con tanto acierto ha iniciado.

\*\*\*