



# MÉTODO SIMPLIFICADO DE PREDICCIÓN DE LA FIRMA DE PRESIÓN DE UN SUBMARINO

Pedro Antonio CASAS ALCAIDE



(ING.)

## Introducción



A firma de presión que produce un submarino navegando en inmersión sobre el fondo tiene una importancia decisiva en la activación de minas, siendo la velocidad de avance del submarino un parámetro fundamental en la creación de dicha firma.

Sin embargo, la aplicación de sistemas de procesamiento digital de gran capacidad ha permitido el uso, en las minas actuales, de algoritmos complejos que permiten su disparo independientemente de la velocidad de avance del submarino, por lo que ya no existen velocidades seguras, constituyendo la presencia de un submarino en movimiento cerca del fondo una situación inevitablemente peligrosa.

Los algoritmos citados basan su funcionamiento en el cálculo de un parámetro denominado integral de succión, el cual se demuestra que no depende de la velocidad de avance del submarino.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo analítico simplificado para calcular la integral de succión de un submarino (o un parámetro equivalente denominado eslora efectiva), y se procede a su validación mediante su comparación con resultados obtenidos mediante códigos CFD (Computational Fluid Dynamics).

## Modelo analítico

### *Firma de presión*

Cuando un submarino navega cerca del fondo, produce sobre éste una distribución de presiones que se puede definir por los incrementos de presión

(positivos o negativos) respecto de la presión hidrostática existente en el fondo, y que depende básicamente de tres factores:

- Geometría de la carena del submarino.
- Velocidad de avance del submarino.
- Distancia entre el fondo y la quilla del submarino.

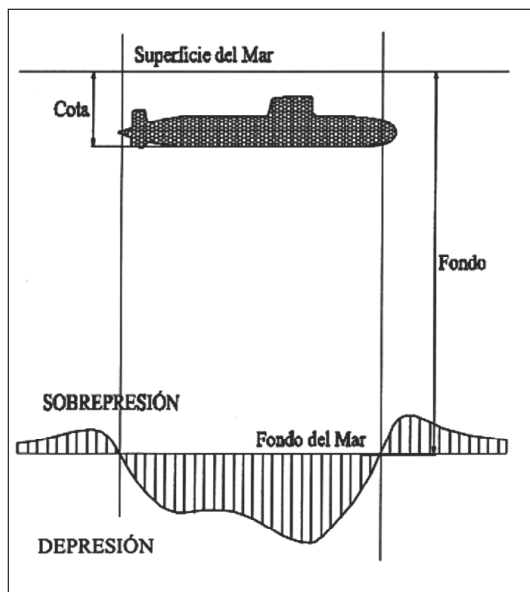


Figura 1. Distribución de presiones en el fondo.

La mencionada distribución de presiones está caracterizada por una zona de sobrepresión situada a proa del submarino, una zona de depresión situada bajo el submarino, cuya extensión coincide básicamente con la eslora del mismo, y una zona de sobrepresión situada a popa (ver figura 1).

Cambiando el sistema de referencia de uno fijo a otro que se mueve solidariamente con el submarino, podemos convertir el fenómeno en un proceso estacionario, donde el fluido avanza con velocidad  $V_0$  respecto del submarino, que se mantiene fijo.

Considerando el fenómeno estacionario, es fácil comprender

que la depresión que se produce bajo el submarino es consecuencia del aumento de velocidad del fluido necesario para su circulación por la sección restringida que se forma entre el fondo y la quilla del mismo.

Las minas modernas se activan mediante un parámetro que se denomina integral de succión, el cual, considerando el proceso estacionario, se define de la siguiente forma:

$$SI = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\Delta P} \frac{\partial x}{V_0}$$

donde  $x_1$  y  $x_2$  son los puntos del fondo donde el incremento de presión se anula (que coinciden aproximadamente con los extremos de proa y popa del submarino), tomados exactamente sobre la línea de crujía.

## NOTACIÓN

|            |  |
|------------|--|
| $\Delta P$ | Depresión en la zona situada bajo el submarino.                          |
| $R$        | Radio de la carena del submarino.  |
| $H$        | Distancia entre el fondo y la quilla del submarino.                      |
| $L$        | Eslora del submarino.  |
| $L_0$      | Eslora efectiva del submarino.   |
| $V^0$      | Velocidad de avance del submarino.                                       |
| $V^0$      | Velocidad inducida bajo el submarino por el efecto de succión del fondo. |
| $\rho$     | Densidad del agua de mar.  |
| $SI$       | Integral de succión.   |
| $\Omega$   | Volumen de la carena del submarino.                                      |

**Importante:** Se ha usado el sistema internacional de unidades a lo largo de todo el documento.

Sin embargo, este parámetro tiene una definición que dificulta una interpretación sencilla del mismo, por lo que suele transformarse en otro más intuitivo, denominado eslora efectiva.

En efecto, un análisis dimensional sencillo indica que dividiendo la integral de succión entre la raíz cuadrada de la densidad del agua de mar se obtiene un parámetro con las dimensiones de una longitud, y es precisamente este parámetro multiplicado por la raíz cuadrada de 2 el que se denomina eslora efectiva:

$$L_0 = \sqrt{\frac{2}{\rho}} SI$$

La eslora efectiva es un indicador de la influencia que tiene la presencia del submarino sobre el fondo y, como se verá más adelante, no depende de la velocidad de avance del submarino (esto es así precisamente para impedir la existencia de velocidades seguras frente a la activación de minas de presión).

#### *Cálculo de la eslora efectiva*

Para proceder a este cálculo se parte de las siguientes hipótesis:

- Se considera flujo potencial (irrotacional, incompresible y sin viscosidad).
- Se considera una carena cilíndrica de sección circular cerrada en ambos extremos por paraboloides de revolución.

TEMAS PROFESIONALES

- Se supone que el cuerpo cilíndrico de la carena es mucho mayor que los finos de proa y popa (paraboloides de revolución) de la misma.
- Se considera que la línea de corriente que divide el flujo (situado en el plano de crujía) entre la parte superior y la inferior de la carena es una horizontal situada en el eje del cilindro que conforma la carena.
- Se supone que la componente horizontal de la velocidad del agua bajo la carena del submarino no depende de la profundidad.

Cerca del fondo, el agua avanza en línea recta, y es posible hacer uso de la ecuación de Bernoulli, cancelando los términos del potencial gravitacional:

$$\frac{1}{2} \rho V_0^2 + \Delta P = \frac{1}{2} \rho V^2$$

Por otro lado, y dada la geometría de la carena, podemos considerar un flujo simétrico respecto al plano de crujía, y aplicando la ley de conservación de masa al flujo que se produce exactamente en dicho plano, obtenemos lo siguiente:

$$V_0(H + R) = VH$$

Despejando  $\Delta P$  de entre las dos expresiones anteriores, obtenemos el siguiente resultado:

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho \frac{R}{H} \left( 2 + \frac{R}{H} \right) V_0^2$$

Introduciendo esta expresión en la definición de la integral de succión, y efectuando la integración sobre la eslora del submarino (es decir, haciendo coincidir  $x_1$  y  $x_2$  con los extremos de proa y popa respectivamente), obtenemos el siguiente resultado:

$$SI = L \sqrt{\frac{\rho}{2} \frac{R}{H} \left( 2 + \frac{R}{H} \right)}$$

A partir de la anterior expresión es inmediato deducir la fórmula que nos da la eslora efectiva del submarino:

$$L_0 = L \sqrt{\frac{R}{H} \left( 2 + \frac{R}{H} \right)}$$

Como puede observarse, la anterior expresión no depende para nada de la velocidad de avance del submarino, siendo una función únicamente de la geometría del mismo ( $R$  y  $L$ ) y la distancia entre el fondo y la quilla ( $H$ )

### Ajuste y validación

#### *Comentarios a las hipótesis de partida*

La expresión hallada en el punto anterior para la eslora efectiva se ha basado en la aceptación de unas hipótesis muy restrictivas, siendo la dos últimas las más críticas.

La penúltima hipótesis exige que la línea de corriente que divide el flujo entre la parte superior y la inferior de la carena sea una horizontal situada en el eje del cilindro que conforma la carena.

El flujo libre alrededor de una carena cilíndrica es simétrico respecto al eje del cilindro, lo que hace que la línea divisoria entre el flujo superior e inferior sea una recta horizontal coincidente con el eje del cilindro; pero cuando se introduce la presencia del fondo, las líneas de corriente se distorsionan, dando lugar a un estrechamiento de la divisoria antes mencionada tanto aguas arriba como aguas abajo.

La explicación de este fenómeno es muy sencilla, y se basa en el hecho de que en un flujo libre alrededor de un cuerpo sin sustentación, la velocidad longitudinal de las partículas fluidas se mantiene constante, cosa que no ocurre cuando consideramos la presencia del fondo, pues la aceleración del flujo bajo la carena obliga a una deceleración del mismo a proa y popa de la citada carena, al objeto de mantener invariable la posición de las partículas fluidas respecto a un sistema de referencia absoluto.

Por otro lado, la última hipótesis exige que la componente horizontal de la velocidad del agua bajo la carena del submarino no dependa de la profundidad.

Esta hipótesis se hace al objeto de simplificar la expresión que se deduce de la aplicación de la ley de conservación de la masa bajo el submarino, y facilitar por tanto el proceso de integración necesario para calcular la integral de succión.

Sin embargo, la realidad es muy distinta, ya que la velocidad horizontal del agua depende fuertemente de la profundidad, y da lugar a flujos complejos de tipo bidimensional (e incluso tridimensional si consideramos la inestabilidad que tiende a romper la simetría del fenómeno real), cuya definición analítica resulta bastante difícil.

Ajuste del modelo analítico

La exposición efectuada justifica la necesidad de ajustar la forma de la expresión deducida para la eslora efectiva al final del punto anterior mediante su comparación con resultados experimentales, para lo cual se van a usar como punto de partida los resultados obtenidos mediante el uso de códigos CFD.

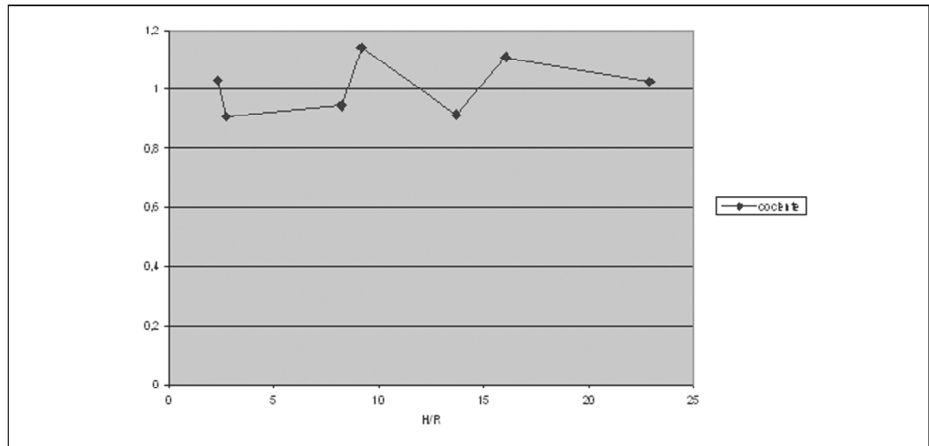


Figura 2. Error relativo.

En la figura 2 se muestra en ordenadas el error relativo que presentan los resultados obtenidos mediante el uso de códigos CFD aplicados a la geometría descrita en las hipótesis que aparecen en el punto 2.2 frente a los obtenidos mediante el uso de la fórmula que aparece al final del punto anterior (es decir, el cociente de los valores de  $L_0/L$  obtenidos según las dos alternativas descritas) como función de  $H/R$  en abscisas.

Como puede observarse, el citado error relativo oscila ligeramente en torno a un valor constante (normalizado a la unidad para preservar la confidencialidad de los datos usados) para todo el rango de valores de  $H/R$ , lo que significa que la fórmula hallada al final del punto anterior presenta una estructura esencialmente correcta (lo cual resulta sorprendente si se tienen en cuenta las fuertes simplificaciones introducidas durante el desarrollo del modelo analítico).

En consecuencia, la fórmula de la eslora efectiva queda del siguiente modo (el valor de la constante no se adjunta por motivos de confidencialidad):

$$L_0 = cteL \sqrt{\frac{R}{H} \left( 2 + \frac{R}{H} \right)}$$

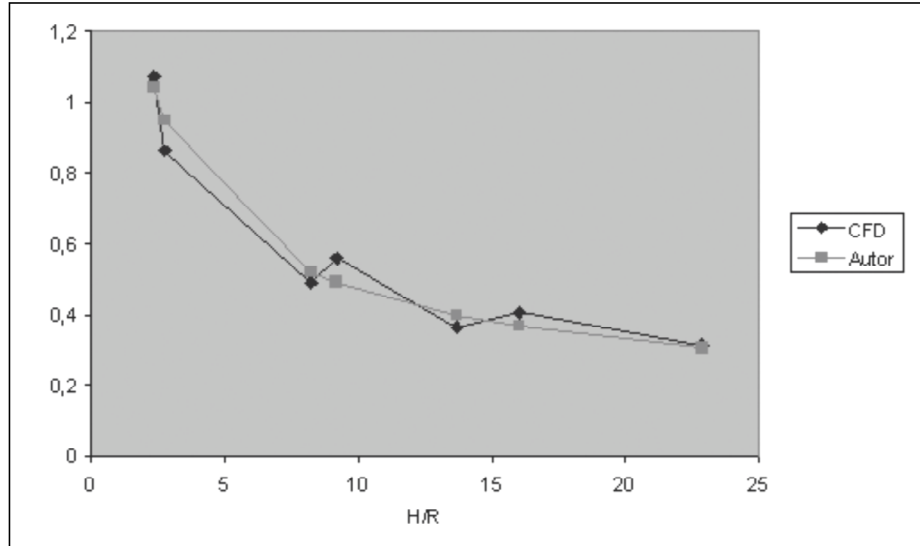


Figura 3. Comparación de valores  $L_0/L$ .

La figura 3 presenta una comparación entre los valores de  $L_0/L$  obtenidos mediante códigos CFD y los obtenidos mediante la fórmula arriba indicada, pudiendo observarse el excelente ajuste obtenido, a pesar, como ya se ha dicho, de las fuertes simplificaciones introducidas durante el desarrollo del modelo analítico (el error máximo es de un 10 por 100, aproximadamente, para todo el rango de valores de  $H/R$  usado en el eje de abscisas).

Los valores que aparecen en la figura 3 incorporan un factor de escala para preservar la confidencialidad de los datos usados. Además, se hace notar el uso de  $H/R$  en las gráficas en lugar de  $R/H$  tal y como aparece en las fórmulas, debido simplemente a que de esta forma el efecto de la distancia entre el fondo y la quilla del submarino resulta mucho más aparente.

### Generalización de la formulación

La fórmula hallada en el punto anterior para predecir la eslora efectiva de un submarino se ha deducido para una geometría muy específica.

Al objeto de generalizar su aplicación cuando se conocen parámetros menos específicos, resulta necesario transformarla para sustituir el radio de la carena (parámetro de difícil interpretación cuando la carena no es exactamente un cilindro de sección circular) por el volumen de la misma.

El volumen de la carena de un submarino puede considerarse proporcional

### TEMAS PROFESIONALES

al cuadrado de una dimensión transversal (a la que denominaremos radio equivalente) y a su propia eslora, lo cual nos permite escribir la siguiente expresión:

$$R = k\sqrt{\Omega/L}$$

Sustituyendo esta expresión en la deducida para la eslora equivalente al final del punto anterior, y dando a  $k$  un valor igual a 0,625 (para submarinos de diseño estándar este parámetro suele oscilar entre 0,6 y 0,65), llegamos al siguiente resultado, donde el valor de la constante no se adjunta por motivos de confidencialidad:

$$\left(\frac{L_0}{L}\right)^2 = cte \frac{\Omega^{1/2}}{HL^{1/2}} \left(1 + 0,305 \frac{\Omega^{1/2}}{HL^{1/2}}\right)$$



### BIBLIOGRAFÍA

Submersible vehicle systems design.

SNAME. 1990.

CASAS: *Análisis dimensional del comportamiento de equipos embarcados ante ondas de choque*. Revista de Ingeniería Naval. Junio 2003.

BURCHER/Rydill: *Concepts in submarine design*. Cambridge University Press. 1994

WHITE: *Mecánica de fluidos*. McGraw-Hill. 1986.