

# Las matemáticas en la vida de un piloto militar

LUIS MIGUEL LLANOS MORAN  
Teniente Coronel de Aviación

**A**l igual que muchos, al cumplir los trece años tuve que enfrentarme a una de las decisiones más importantes de mi vida, ¿bachillerato de ciencias o de letras?, afortunadamente me decidí por el de ciencias, lo que posteriormente me serviría para ser piloto militar. Todavía están vivas en mi memoria las asignaturas estudiadas para ingresar: análisis matemático, geometría analítica, trigonometría, cálculo, etc. , entonces me preguntaba si tantas matemáticas me iban a servir para algo.

Ahora, una vez transcurridos 25 años y colaborando con este dossier, con el que la Revista Aeronáutica ha querido celebrar el año mundial de las matemáticas, he encontrado la respuesta a aquella pregunta. Puesto a calcular el número de veces que, a lo largo de mi vida profesional, las matemáticas habían entrado en contacto conmigo (que no al revés) y al igual que os pasaría a cualquiera de los que ahora estáis leyendo este artículo, pude observar que habían sido muchas más de las que yo

creía. Tras desechar las que no tenían que ver con las operaciones aéreas (como aquellas veces que entrábamos de inspectores de cocina y había que cuadrar las cuentas), hice una pequeña pero importante lista y casi sin darme cuenta tenía escrito un artículo en el que, partiendo de las etapas de formación de un piloto militar, llegaba, tras la preparación de unas operaciones aéreas, a la conducción de la Batalla.

El título del artículo es el de "las matemáticas en la vida de un piloto militar", pero es extensible a todos los profesionales que formamos parte del Ejército del Aire ya que muchos seguramente habrán hecho más y mejor uso de esta herramienta de trabajo.

## LAS ESCUELAS

**S**uperado el examen de ingreso, los años de Academia fueron unos años de formación tanto



humana como científica, las asignaturas como Electrónica, Motores, Física Nuclear, etc. se alternaban con otras como, Sociología, Historia del Arte, Filosofía, etc. Las famosas tablas de logaritmos dejaron paso al calculador MB2A, una especie de regla de cálculo que servía para conocer, vientos, derivas, velocidades... Más tarde, en los cursos de navegación y transporte que se efectuaban en Salamanca, aprendimos a interceptar radiales, a calcular distancias a la estación... y, posteriormente, a utilizar la trigonometría esférica para poder navegar sin ningún tipo de ayuda radioeléctrica. Este tipo de navegación, denominado navegación astronómica y que ha sido, hasta hace poco, el sistema más preciso de navegación, nos enseñaba como, con un sextante y un astro, se podía no solo navegar sino hasta calibrar los diferentes instrumentos del avión. En Salamanca también aprendimos a resolver los problemas de distribución y centrado de cargas en los aviones de transporte.

Posteriormente, sería en la Escuela de Caza y Ataque donde pasaríamos gran parte de nuestras horas efectuando cálculos. Allí, aprendimos a manejar las tablas del avión para calcular las velocidades, las alturas y los regímenes de motor con los que obtener los máximos alcances o las máximas permanencias. En las tablas se introducían variables que incluían los factores climatológicos, vientos, temperaturas, presión atmosférica, etc., y los factores estructurales del avión. Después, llenábamos las cartas de navegación con los datos obtenidos y, posteriormente, durante la misión, teníamos la oportunidad de ver como todos esos cálculos realizados sobre la mesa coincidían con los desarrollados durante el vuelo.

La campaña de tiro era una de las épocas más esperadas. Las teorías de bombardero eran estudiadas profundamente y cuando llegaban las prácticas todos los alumnos ansiábamos conseguir los mejores resultados. El problema era conseguirlos. A la dificultad de llevar las velocidades y alturas en tráfico, de mantener todos los aviones a la vista, de utilizar la radio, de escuchar las correcciones del profesor y de prestarle atención, se sumaba la de conseguir colocar el avión en un punto exacto, con la velocidad y ángulo de picado idóneos. Pero, una vez que lo conseguíamos, el viento y otros imponderables hacían su aparición y así, durante los escasos segundos que se tenían para efectuar la puntería, las operaciones matemáticas se sucedían rápidamente en la mente del piloto... como llevo más ángulo tengo que disparar antes, pero como tengo menos velocidad tengo que disparar después, pero como estoy un poco alto se me va a ir corta y encima el viento que es de 15 nudos y viene de las tres, me está echando fuera así que tendré que colocar la "piper" entre el círculo central y el segundo..., en fin, correcciones, sumas, restas, cálculos y mucha suerte.

## EL CEREBRO DEL PILOTO

**P**ero, ¿todo ese entrenamiento matemático recibido servía de verdad?. Esta pregunta me la hice un día cuando siendo profesor pude comprobar que las situaciones de estrés bloquean y llegan a anular esa parte del cerebro que se dedica al cálculo matemático. Todo sucedió en una de esas tardes que los pilotos llamamos de "sol y moscas", mi alumno, en plena clase de instrumentos y totalmente concentrado, se encontraba realizando una "S vertical", no tenía nada que corregir, todo iba desarrollándose de forma idónea, descendíamos a 200 nudos, el ajuste de los gases había sido perfecto, la inclinación era de 30 grados, el régimen de descenso de 1.000 pies por minuto y, justo al llegar a la altura, alcanzábamos el rumbo solicitado, entonces, el alumno, metió motor con suma suavidad, cambió el alabeo con habilidad y lentamente tiró de la palanca hasta conseguir los mil pies por minuto, esta vez en ascenso, entonces, se me ocurrió entonces preguntarle, ¿19 por 17?, algo que al principio no entendí, que luego se negó a contestar, pero que finalmente, al ver que la cosa iba en serio se puso a resolver.

Lo que vino a continuación es fácil de imaginar, fue la demostración palpable de que alguien no puede andar y mascar chicle al mismo tiempo. Todo aquel paraíso de perfección creado por el alumno desapareció en un instante y, al ser los resultados idénticos a cuando se vuela en medio de un cumulonimbo, tuvimos que dejar las matemáticas para mejor ocasión. Quizás alguien pueda pensar que el alumno pidió cambio de profesor, pero no, en todos los vuelos de instrumentos y cuando las cosas iban bien, dábamos una vuelta de tuerca y dedicábamos unos minutos a efectuar "cálculo matemático" en pleno vuelo.

De los experimentos efectuados con mis alumnos se debieron enterar en el CIMA, ya que durante el "entrenamiento fisiológico", una de las pruebas consistía en quitarse la máscara de oxígeno dentro de la cámara hipobárica y a una altura determinada intentar resolver unos sencillos problemas, la falta de oxígeno en el cerebro actuaba como el profesor y nunca se podían finalizar los cálculos.

## POR FIN, LAS UNIDADES

**U**na vez que dejamos las escuelas y fuimos destinados a las unidades comprobamos que las matemáticas seguían siendo, si cabe, más útiles. Enseguida empezamos a trabajar con la geometría de las interceptaciones. El problema consistía en "acometer una traza" que al seguir una ruta determinada representase un peligro. Independientemente del tipo de interceptación utilizado, había que finalizar la misma a una distancia en la que el "target" estuviese dentro del dominio de tiro de

nuestras armas. Las dificultades empezaban cuando las interceptaciones se realizaban sin "bloquear" el blanco, impidiendo que los calculadores del sistema pudiesen dar las instrucciones necesarias al piloto, la mente de éste se convertía entonces en un calculador que recibía los datos de la pantalla radar y de los instrumentos del avión, había que estar ágil para evitar cruzarse por delante o, por el contrario, quedarse a una distancia excesiva donde nuestras armas no fuesen letales.

Una vez finalizada la interceptación había que efectuar el disparo. Para ello conocíamos perfectamente el armamento que equipaba a nuestro avión. Empezábamos con lo más simple, el cañón, y lo sencillo que parecía al principio colocar la "piper" del visor por delante del blanco, esperar y apretar el gatillo, resulta que al efectuar la aproximación y cuando estábamos a punto de llegar a la distancia de disparo todo se complicaba, la piper comenzaba a retrasarse respecto al blanco, el número de "ges" tenía que aumentar y generalmente se producía un "overshoot". Pero allí estaban los

manuals para recordarnos los diferentes errores que afectaban a nuestras armas. En lo relativo al tiro con cañón, observábamos como la fuerza de la gravedad se juntaba a la resistencia de la atmósfera para conseguir que el proyectil fuese cayendo a medida que se alejaba del cañón. La velocidad de salida del proyectil, su peso, la altura o la distancia respecto al blanco, eran las variables de un problema al que había que añadir la posición relativa entre los aviones. Con los misiles sucedía algo parecido y lo peor era que el avión enemigo solía estar

pilotado por alguien que quería sobrevivir y que si se veía atacado se revolvía buscando el enfrentamiento, de esta forma pasábamos a la misión que más nos gustaba realizar, la de combate.

Las misiones contra otros aviones se preparaban meticulosamente. Lo primero que hacíamos era comparar las ecuaciones de energía de los contendientes. De las tablas obteníamos las características de viraje de los aviones y de nuevo aparecían las matemáticas para poder calcular: bien los radios de viraje del avión, que dependían de la velocidad, del ángulo de alabeo y de la gravedad, bien los regímenes de viraje o velocidad angular que dependían de los mismos factores o, bien el número de "ges" o "factor de carga" resultado de dividir la sustentación por el peso. De ahí pasábamos a estudiar los diferentes tipos de virajes, así, era distinto un régimen de viraje sostenido, en el que no se perdían ni velocidad ni altura, a uno máximo instantáneo o viraje de máximas características, en el que el avión sí que perdía energía, o en forma de velocidad, o en forma de altura, pero, en cambio, ga-

naba ángulo de cruce. Llegábamos así al concepto de "velocidad de esquina", que era aquella en la que podíamos obtener el máximo régimen de viraje con el mínimo radio lo que nos ayudaba a comprender como un atacante con una velocidad de esquina menor que un atacado podría continuar con su "tracking" indefinidamente al mantenerse siempre por dentro del viraje.

En fin, se intentaba que todos estos conceptos, extraídos de las ecuaciones y tablas de energía, estuviesen en la mente del piloto, ya que sacar pro-



vecho de los mismos supondría una ventaja sobre el oponente.

Pero el de armamento no era el único sistema que existía en el avión, había otros como el de Guerra Electrónica que consistía en diversos elementos de autoprotección, perturbadores y dispensadores de "chaff" y bengalas que había que programar en tierra. Para calcular los programas se partía de las firmas radar e infrarroja del avión y por supuesto del conocimiento de la amenaza al que se llegaba a través de misiones especiales. Para adquirir y registrar las señales radioeléctricas de comunicaciones existentes en una zona determinada se empleaban las misiones COMINT. Los operadores tenían que efectuar, entre otros, los complicados cálculos de pérdida de potencia que dependían de las características de las antenas, de la propagación de las ondas por el espacio, de la temperatura y del ancho de banda del ruido del receptor. También determinaban la dirección de llegada de las ondas, para lo cual empleaban diversos métodos, entre ellos, el de "Goniometría Interferométrica" que utiliza las medidas de diferencia de fase de la señal al ser recibida en dos antenas diferentes, y así, mediante ecuaciones matemáticas podíamos determinar el ángulo de llegada (AOA) con el que posteriormente ubicar la estación.

También aprendimos que las matemáticas no solo servían para acometer trazas, preparar ataques y destruir objetivos, también eran útiles para salvar vidas cuando eran utilizadas por las tripulaciones SAR que trabajando con el Omega calculaban, según el tiempo transcurrido y mediante las tablas de deriva, el lugar donde buscar las tripulaciones que habían caído en el mar y cuyas vidas dependían de la rapidez de su salvamento. Casi sin darnos cuenta, habíamos ido adquiriendo una serie de conocimientos que nos capacitaban para preparar y realizar cualquier tipo de misión.

## EL CONTROL DEL ESPACIO AÉREO

Que la misión fundamental del Poder Aéreo era obtener el control del espacio aéreo y que el enemigo utilizaría su Poder Aéreo para ser él, el que consiguiese dicho control, estaba en la mente de todos. También sabíamos, que sería a través de la Batalla Aérea como llegaríamos a obtener dicho control y que lo haríamos lanzando nuestro armamento contra puntos, que formando parte del potencial enemigo, hubiesen sido seleccionados previamente.

Una vez realizada la selección y ordenados los objetivos por orden de importancia, comenzaba el verdadero planeamiento de la misión. Para ello se estudiaba el objetivo, se seleccionaba el armamento y se estimaba la fuerza requerida. En el análisis del objetivo se tenían en cuenta sus características físicas y el daño que se quería causar (estructural,

ocupantes, etc.). En la selección del armamento influían factores que iban desde las condiciones meteorológicas del objetivo a las defensas que se esperaba encontrar, pasando por el daño que se quería infringir al enemigo. Para la estimación de la fuerza necesaria, se partía de la existencia de un gran número de factores, que influyen en el resultado y son de difícil control.

También aprendimos que, en la dirección de la batalla se encontrarán los analistas y estrategas que decidirán la forma de empleo de los medios disponibles y qué tanto por ciento de superioridad aérea será necesario alcanzar para operar con un cierto grado de libertad, que existirán diversas líneas de acción y que, al tener que tomar decisiones con escaso margen de tiempo, la información será su herramienta más importante. De ahí la necesidad del uso de las matemáticas, concretamente de la estadística y del cálculo de probabilidades. La base de datos que se utilizará habrá sido obtenida previamente en los ejercicios, experiencias y mediante los cálculos teóricos.

## RECOLECCIÓN DE DATOS E INTELIGENCIA

Como hemos dicho, la principal herramienta de los analistas y estrategas es la información, que procesada se convierte en inteligencia. Lo que se procesan son los datos y para hacernos con ellos lo primero es saber qué vamos a hacer con los mismos, lo segundo será recolectarlos y, por último, analizarlos, interpretarlos y difundirlos. Durante el conflicto del Golfo, se obtuvieron muchos más datos que en la Guerra de Vietnam, a pesar de la diferencia de duración entre ambas y, si no hubiese sido por la gran revolución de la microelectrónica, todavía se procesarían algunos de ellos.

Los análisis de los datos obtenidos permiten mejorar la actuación de las fuerzas, así en la II GM los analistas observaron que cuando efectuaban bombardeos por oleadas, bien por saturación de tráfico sobre el objetivo, bien por oscurecimiento del mismo debido a los bombardeos anteriores, la efectividad de los bombardeos bajaba de un 22% de la primera oleada a un 5% de los de la quinta, entonces los estudiosos decidieron cambiar los intervalos, que pasaron de uno a cinco minutos, logrando de esta forma que la efectividad de la 5ª oleada llegase a un 20%.

Otra clara aplicación de la recopilación de datos y uso de la estadística la tenemos cuando, al interpretar los resultados obtenidos, vemos que no coinciden con los esperados, entonces es fácil deducir o que el enemigo cuenta con nuevos equipos o nuevas tácticas o que nuestros sistemas no funcionan. Un ejemplo podría ser el siguiente: Nuestras fuentes de inteligencia nos aseguran que en una zona de mar, cuya superficie es A, existen N buques enemigos, N/A representará la densidad me-

dia. Si la detección efectiva lateral, en NM, de nuestros P-3 es R y, su velocidad media de búsqueda, en NM/h, es V, el índice de rastreo teórico obedecerá a la fórmula  $Q_t = 2RV$  (millas cuadradas/horas), si tenemos a un P-3 trabajando en la zona durante T horas, el número C de contactos que se espera encontrar será de  $C = Q_t T / (N/A)$ . Si resulta que el número de contactos observados es  $C_{ob} = Q_{ob} T / (N/A)$ ; de la comparación de ambos  $Q_{ob}$  y  $Q_t$  se puede conocer la efectividad operacional y si  $Q_{ob}$  es bastante menor que  $Q_t$  la lógica hace pensar o en nuevas tácticas o en nuevos equipos.

A través de este proceso de comparación entre lo observado y lo teórico, y de solucionar problemas que tienen unos patrones semejantes se llega al desarrollo de teorías científicas que se denominan: teoría de búsqueda, teoría de bombardeo, etc. Estos modelos se usan por los analistas para estimar recursos, indicar zonas preferidas de localizaciones, determinar tácticas y calcular esfuerzos requeridos.

## PLANEAMIENTO DE LAS MISIONES

Con todos los datos y conocimientos obtenidos nos encontrábamos capacitados para preparar cualquier misión. En cierta ocasión, teníamos que inutilizar la pista de una base para impedir que los aviones allí desplegados pudieran despegar. Aunque se trataba de una pista larga, aquellos aviones, no necesitaban una gran carrera de despegue. Calculamos que era necesario efectuar, por lo menos, tres cortes, para que los trozos remanentes no pudieran ser utilizados. Los cálculos obtenidos nos decían que si la probabilidad de conseguir cada corte era de un 60% la probabilidad de inutilizar la pista sería:  $0,6 \times 0,6 \times 0,6 = 0,216$  es decir de un 21,6%, ya que se trataba de sucesos independientes. ¿Porqué un 60%?

En el planeamiento de la misión, cuando se calcula la Fuerza necesaria para atacar la pista, hay que tener en cuenta una gran cantidad de factores que empiezan con la posibilidad de que alguno de los aviones aborte en el suelo, o que los aviones sean alcanzados por las defensas enemigas, o que

falle el "refuelling", o que no se localice el objetivo, o que una vez localizado, falle el armamento, o que el tiempo existente entre la suelta de las bombas no sea el idóneo quedando unas bombas cortas mientras otras van largas. Todos estos factores se traducen en cálculos, cálculos y más cálculos. Pero, también hay otro factor, ¿qué unidad hará la misión?

Con anterioridad citábamos que el piloto, a la hora de efectuar un disparo se ve afectado por una serie de parámetros como son la velocidad, el ángulo de picado, el viento, la visibilidad, las maniobras necesarias para defenderse, etc. Para ayudarle a efectuar la puntería los aviones disponen de sistemas automáticos que introducen una serie de

parámetros en los ordenadores de a bordo y representan en el visor el lugar donde la bomba hará impacto. Se supone que el piloto con solo colocar dicho indicador sobre el blanco y apretar un botón conseguirá alcanzar el objetivo, pero la realidad es muy diferente, de hecho no todos los pilotos se encuentran igualmente calificados para efectuar una misión, existen pilotos más expertos que otros y por supuesto ocurre lo mismo con las unidades, es por eso que entre los factores que se deben introducir en los estudios preparatorios de una misión se encuentra un factor, una cifra, que de algún modo representa la habilidad media de

una unidad, éste factor, se denomina "error probable circular" y su valor matemático es el resultado de multiplicar la desviación estándar por 1,177, mientras que su representación geométrica es la del radio de un círculo cuyo centro estaría en el objetivo y cuyo interior contuviese el 50% de todos los impactos.

## LA GUERRA Y LOS ANALISTAS

Al vivir en un mundo en el que no pueden esperarse los acontecimientos, en el que si se quieren obtener ventajas, hay que adelantarse, y en el que la toma de decisiones depende muchas veces de los movimientos que efectúen nuestros contrincantes, es fácil comprender que la estadística, el



cálculo de probabilidades y la lógica, sean asignaturas de obligado estudio en los cursos que efectuamos de Inteligencia, Mando y Control, Analista, etc.. También aprendimos, en los estudios de Economía, que el término coste/eficacia tenía más importancia después de la Guerra, ya que durante la misma los costes tienen muy poco significado, entre otras cosas porque ni se podrán comprar más medios ni desarrollar nuevos sistemas, así que habrá que atenerse a lo que tengamos.

También aprendimos que existían cinco etapas y que el cumplimiento en tiempo de guerra de dichas etapas dependía en gran medida de los métodos de trabajo de los analistas. Trabajo que empieza con la percepción de la existencia del problema y de las alternativas para solucionarlo. Después viene la formulación, parte en la que entran las medidas y las hipótesis (incluyendo los modelos), y donde decidir qué utilizar como medida de eficacia (MOE) es crucial. Una vez el MOE es formulado, se procede a construir una hipótesis y se intenta que dicha hipótesis tome la forma de un modelo matemático simplificado en el que la medida de la efectividad se exprese por medio de una función con los factores más influyentes. Luego, la hipótesis es probada y según los resultados será utilizada en la práctica. La etapa de observación, aunque sea a menudo peligrosa (territorio hostil), casi siempre onerosa y además saque al analista de su despacho, es, sin embargo, indispensable, dado que los datos deben ser a menudo chequeados y complementados. En la etapa de análisis, estrictamente hablando, se cotejan las hipótesis con los datos observados y si el resultado es bueno se estima el valor de los parámetros opcionales, esta fase sirve para simplificar fórmulas y para comprobar la necesidad de otros parámetros. La presentación, es la parte final del trabajo y en ella, más que informar, lo que hacen los analistas es dar recomendaciones para la acción.

## LA SIMULACIÓN

**S**i quieres la Paz prepara la Guerra". En la preparación de las fuerzas y en la ayuda para la toma de decisiones tiene singular importancia el campo de la simulación. Ya no es necesario participar en un conflicto para obtener enseñanzas. Todo lo visto anteriormente podría representarse por una partida entre dos adversarios que pueden mover sus piezas libremente y, a medida que van apareciendo los resultados, pueden ir modificando sus decisiones. De su habilidad en la toma de decisiones dependerá el resultado final, es decir, estamos ante la Teoría de los Juegos que fue formulada en 1928 por el matemático J. von Neumann y posteriormente recogida en el año 1944 junto al economista Oskar Morgenstern en la *Teoría de los juegos y comportamiento económico*.

Los juegos TPZS "Two-person-zero-sum" son juegos con dos jugadores cuyos intereses son total-

mente opuestos y entre los que no hay cooperación. Forman parte de la Teoría de los juegos, siendo uno de los más conocidos el Juego del "Día-D" en el que un jugador concentra las defensas alemanas y el otro decide el lugar del ataque aliado. Para el desarrollo de este juego tiene gran importancia el teorema de Neumann que dice "que la clave no está en encontrar una forma inteligente de predecir la conducta del oponente sino más bien en conducirse de una manera impredecible". Las aplicaciones típicas de la teoría TPZS tanto en los EEUU como en los antiguos países de la URSS, incluyen diversos tipos de juegos entre los que destacan:

Juegos de búsqueda, parecidos al típico juego de los barcos o "hundir la flota". Juegos de ataque "Strike Games" en el que ambas partes tienen aviones a los que asignan diferentes "roles", la lucha puede durar varios días y a los aviones supervivientes se les pueden asignar nuevos "roles". Juegos de adivinanza en los que una parte trata de adivinar la opción de la otra antes de iniciar una acción hostil, como podría ser intentar adivinar la frecuencia del oponente con el fin de perturbarla. Los Juegos de eliminar que son parecidos a los de búsqueda, con la diferencia de que los asentamientos no permanecen quietos sino que pueden luchar; por ejemplo, una parte defendiendo unos silos ICBM mediante ABM's y la otra parte atacándolos con armamento nuclear; el fin del juego es determinar la probabilidad que tiene cada objetivo de sobrevivir. Juegos de persecución y evasión, en los que un vehículo, por ejemplo un avión, intenta alcanzar a otro. Juegos de tiempo en los que cada contendiente tiene que determinar el tiempo en el cual tomar alguna decisión importante, eso sí con la esperanza de hacerlo antes de la elección del oponente, los juegos de inspección, etc. El fin principal de todos estos juegos no es alcanzar y recordar la estrategia óptima sino optimizar el uso del hardware para su uso posterior y, por supuesto, mantener entrenadas las Fuerzas que participarán en el combate.

## CONCLUSIONES

**N**o hacía falta contar la vida de un profesional para darse cuenta de la importancia de las matemáticas y que éstas forman parte inherente de nuestra profesión. Hoy en día, los niños que apenas saben multiplicar sí que saben manejar una calculadora, y resulta gratificante ver que para resolver una raíz cuadrada o calcular una integral se siguen dirigiendo a sus padres para que le expliquen "eso" tan laborioso, así que las matemáticas también me sirvieron para ayudar a mis hijos en sus estudios, tanto es así que los dibujos que ilustran este artículo son de Cristina (la pequeña) y forman parte del pago de la deuda que contraí conmigo al obligarme a estudiar de nuevo las matemáticas para poderle ayudar a aprobar. ■