CALCULO Y TRAZADO DE RUTAS AEREAS ELIPTICAS

Por JOSE M.ª AYMAT
General de Aviación.

La Organización de Aviación Civil Internacional fija para las cartas de ruta una proyección cilíndrica conforme (ortomórfica), de escala variable entre $1/\overline{M}$ y $3/\overline{M}$, con un ancho mínimo de unos 200 kilómetros a cada costado del eje de la ruta, recomendando que los errores de escala no excedan del 1 por 100.

No obstante, las compañías de navegación suelen emplear cartas en proyección Mercator, que si bien es cilíndrica conforme y constituye tira de papel alargada en dirección de la ruta, no pueden cumplir la condición de mantener la variación de escala dentro de los límites fijados, ni permite, por tanto, vaciar directamente en su trazado los detalles de las hojas del Mapa del Mundo o de las Cartas Aeronáuticas al $1/\overline{M}$, y en las que se da el más grave inconveniente de que las ortodrómicas de alguna longitud presentan curvatura muy considerable.

La razón es que si se toma como línea de tangencia la ortodrómica que define la ruta, una de dos: o se admite la hipótesis de esfericidad de la Tierra, o se sigue la realidad de su elipticidad.

En el primer caso es fácil el cálculo aplicando directamente las fórmulas de la Trigonometría esférica; pero la falsedad de esta hipótesis inicial desplaza los puntos en cuantía intolerable, ya que uno situado a la latitud media de 45°, que debería partir el cuadrante de su meridiano en dos partes iguales, dista del Ecuador 32 kilómetros menos que del Polo.

Si se pretende considerar la forma real del elipsoide, son las fórmulas precisas tan complicadas, que el problema ni ha sido considerado, que sepamos, por los cartógrafos.

Sin embargo, si se tiene en cuenta que nuestro problema es trazar cartas a escala tan pequeña que la precisión de sus medidas a través de dibujos e impresión tipográfica alcanza apenas el orden del milímetro, que representa de uno a tres kilómetros, es aceptable despreciar los errores que no excedan del medio kilómetro.

Pues bien, si en las fórmulas de la Geodesia, que para facilidad de cálculo se desarrollan en serie, en vez de despreciar tan sólo los términos en e^6, potencia sexta de la excentricidad, que no llega al tercio de la millonésima, operamos no ya sobre las longitudes de las coordenadas rectangulares cartográficas, sino sobre las reducidas correcciones que no llegan a 17 kilómetros, diferencia de cuadrantes, ecuatorial y meridiano, que hay que aplicar a las sencillas de calcular, en hipótesis esférica, podemos permitirnos la facilidad de prescindir de los términos en $e^4 = 1/22.000$ y hasta extremar las facilidades aplicando la Nomografía al cálculo gráfico de estas correcciones.

Estas libertades que nos atrevemos a tomar con el preciosismo en los cálculos, vienen justificadas por razones de realidad práctica. Las medidas que se dieron para el elipsoide internacional adoptado en Madrid, 1909, el propio Hayford, al fijar el aplanamiento terrestre en 1/297, manifiesta que el error probable de este denominador es del orden de media unidad, con lo que, si se varía en esos límites la precisión, que se lleva al milímetro en la tabulación de longitudes naturales, no a escala, y la de las ocho y más cifras en los logaritmos, es completamente ilusoria. El error probable, mucho menor que el posible, de 1/600 en el achatamiento, trasciende al de 1/150 para e^4.

Además, la real forma del geoide no es la del elipsoide, como demuestran las comprobadas desviaciones de la vertical, que alcanzan muchos segundos hasta acercarse al minuto, con lo que la situación real y verdadera de los puntos mejor determinados astronómicamente puede discrepar de la de los mejores planos en magnitud superior a la tolerancia que nos hemos permitido fijarnos.

* * *

Ante todo, para referir los puntos al eje de nuestra ruta hemos de hacer un cambio de coordenadas angulares de los ejes fundamentales del Mundo, latitud y longitud geográficas, a las del plano de la elipse que sobre el elipsoide determina nuestra ruta. Sólo podemos hacerlo considerando una esfera concéntrica a la Tierra, de radio arbitrario, igual a la unidad mientras nos movamos en el mundo de las coordenadas esféricas, y que tan sólo al reducirlas a longitudes lineales de la realidad, como hemos dicho, de aproximación primera, tomaremos como semieje mayor del elipsoide internacional reglamentario $a = 6378388$ m., prescindiendo del error probable de $\pm$ 18 m. de que está afectado.

Para pasar del elipsoide terrestre a la esfera hay que transformar las latitudes geográficas, referidas al horizonte de cada lugar, en las geocéntricas que determinan los radios de las elipses meridianas o vectores de origen en el centro común del elipsoide y esfera de referencia intermedia.

El paso de la horizontal l_h a la central l_c se halla, con toda precisión, mediante la fórmula

$$\cot \frac{l_c}{2} = \cot \frac{l_h}{2} \left(\frac{1 + e \operatorname{sen} l_h}{1 - e \operatorname{sen} l_h} \right)^{\frac{e}{2}},$$

en que e es la excentricidad del elipsoide $e = 0{,}081992$.

Más fácil de calcular es, en segundos, por los términos de su desarrollo en serie:

$$l_c = l_h - i,$$

$$i'' = \frac{\operatorname{sen} 2l}{p \operatorname{sen} 1''} - \frac{\operatorname{sen} l \cos 3l}{p^2 \operatorname{sen} 1''} \ldots = i''_1 + i''_2,$$

$$\log i''_1 = \log \operatorname{sen} 2l + 2{,}84167,$$

$$\log i''_2 = \log \operatorname{sen} l + \log \cos 3l + 0{,}36891$$

en que p es el denominador 297 del achatamiento terrestre, $\frac{1}{p}$.

Por ella hemos calculado la tabla I para las latitudes de 4 en 4°, que limitan las hojas del Mapa a la millonésima.

Para otro valor cualquiera damos una escala del término primero, forzando el coeficiente en 1″ para absorber los valores que se desprecian del segundo término, reduciendo así al segundo la diferencia, que queda menor que la producida por la inseguridad probable de media unidad en la inversa del aplanamiento.

TABLA I

Latitud geocéntrica correspondiente a la geográfica.

Elipsoide internacional de Madrid, 1909.

LATITUD		LATITUD	
Geográfica	Céntrica	Geográfica	Céntrica
4°	3° 58′ 24″	48°	47° 48′ 28″
8°	7° 56′ 49″	52°	51° 48′ 44″
12°	11° 55′ 18″	56°	55° 49′ 14″
16°	15° 53′ 52″	60°	59° 49′ 57″
20°	19° 52′ 34″	64°	63° 50′ 51″
24°	23° 51′ 24″	68°	67° 51′ 56″
28°	27° 50′ 24″	72°	71° 53′ 10″
32°	31° 49′ 36″	76°	75° 54′ 33″
36°	35° 48′ 59″	80°	79° 56′ 02″
40°	39° 48′ 35″	84°	83° 57′ 35″
44°	43° 48′ 25″	88°	87° 59′ 11″
45° máx.	44° 48′ 26″	90°	90°

Cálculo del eje de la ruta.

Definida la ruta por sus extremos, cuando lo sean de un vuelo único o por la ortodrómica que menos se separe del conjunto de las que suponemos ligeras inflexiones, hay que calcular sus determinantes, a saber: longitud en que corta al Ecuador y ángulo con que lo hace, o, lo que es igual, máxima latitud en que ese círculo máximo de la esfera alcanza, con diferencias de 90° de longitud.

Para cualquier punto M, el triángulo rectángulo en L, LMA, da:

$$\operatorname{tg} l = \operatorname{tg} \beta \operatorname{sen} (L - L_o).$$

Las dos ecuaciones correspondientes a los dos puntos que fijan la ruta, nos permite despejar la longitud L_0 del corte y el ángulo β.

Si llamamos L y l, L' y l' las coordenadas geocéntricas de los puntos determinantes de la ruta,

$$\operatorname{tg}\left(\frac{L+L'}{2} - L_o\right) = \operatorname{tg} \frac{L'-L}{2} \frac{\operatorname{sen}(l + l')}{\operatorname{sen}(l' - l)} \text{ y},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} l'}{\operatorname{sen}(L' - L_o)},$$

tomando la latitud mayor, y que se comprueba aplicando la segunda igualdad al otro punto, l, L, despejan los valores buscados.

Calculados los determinantes de la ruta, se obtienen las latitudes en que corta a cual-

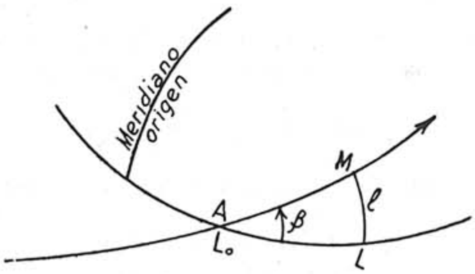


Figura 1.

quier meridiano, o, inversamente, la longitud con que lo hace a un cierto paralelo de latitud geocéntrica l, por las fórmulas derivadas de la segunda:

$$\operatorname{tg} l = \operatorname{tg} \beta \operatorname{sen} (L - L_o) \quad \text{ó} \quad \operatorname{sen} (L - L_o) = \frac{\operatorname{tg} l}{\operatorname{tg} \beta},$$

podremos trazar, dentro de cada hoja del Mapa del Mundo o Aeronáutica al $1/\overline{\text{M}}$, el trozo de ruta que en su campo se desarrolla, sin olvidar, claro está, volver la latitud geocéntrica obtenida a la aparente que figura en los mapas.

Pero lo que realmente nos interesa es trazar el conjunto de la Carta fijando las coordenadas rectangulares referidas al eje de la ruta rectificada y a sus perpendiculares, las cuatro esquinas de esas hojas y sólo, excepcionalmente, algún punto singular.

Paso a coordenadas angulares esféricas itinerarias.

Constituye un cambio de orígenes para transformar las coordenadas, latitud l y longitud L, de un punto M a las x = arco AN e y = arco MN, perpendicular al círculo máximo AB de la ruta, definida por la longitud $L_0 = OA$ de su cruce con el Ecuador y el ángulo β con que lo hace; ángulo β igual a los arcos EB, latitud máxima de la ruta en su vértice B, y al arco PQ, que separa los polos terrestres y de la ruta.

Esto es, resolver el triángulo PQM. Para lograrlo podemos emplear cualquiera de los métodos con que se resuelve el de situación de un astro M, de declinación LM y horario DPM, sobre el horizonte ANB. La altura NM equivale a la ordenada y, y el azimut $PQM = BN$, el complemento de la abscisa $x = AN$ que buscamos.

La mayor longitud de los recorridos x sobre la ruta, que el semiancho y del itinerario, hace más conveniente la determinación previa, y más precisa, del ángulo en $Q = 90 - x$ (similar al azimut), y deducir de él el lado QM, que nos dará y, y por ser oblicuángulo el triángulo PQM, nos auxiliaremos de los rectángulos que se forman al proyectar el punto M en D sobre el meridiano del polo Q, que es el del vértice B de la ruta.

Llamaremos φ al arco PD, proyección de la colatitud $PM = 90 - l$, y hemos de recordar que las latitudes de que tratamos son geocéntricas.

En el triángulo rectángulo en D, el arco auxiliar

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} PM \,.\, \cos DPM = \cot l \operatorname{sen} (L - L_o).$$

Téngase en cuenta que cuando el punto M quede por debajo de A, el signo negativo de cot l, hace mayor que 90° el arco φ; $L - L_0$ dentro del arco AE, será siempre po-

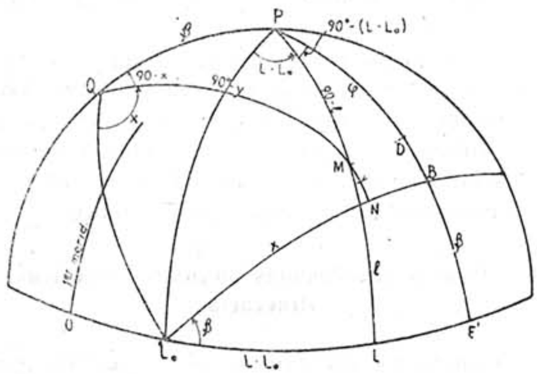


Figura 2.

sitivo y menor de 90°. Más allá de B, este ángulo tendrá la forma $(L_0 + 180) - L$, que reunirá las mismas condiciones.

Para determinar el arco $x = AN = AQM$, recorrido sobre la ruta, pasaremos por su complemento $PQM = 90 - x$.

Considerando el arco proyectante MD como altura común de los triángulos rectángulos DPM y DQM.

$$\operatorname{tg} MD = \operatorname{sen} DP \operatorname{tg} DPM = \operatorname{sen} DQ \operatorname{tg} DQM;$$

o bien

$$\operatorname{sen} \varphi \cot (L - L_0) = \operatorname{sen} (\varphi - \beta) \cot x;$$

de donde,

$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} (\varphi - \beta)}{\operatorname{sen} \beta} \operatorname{tg} (L - L_0).$$

La ordenada $y = NM$ se determina por el lado QM igual a su complemento $90 - y$ en el rectángulo DQM.

$$\operatorname{tg} QM = \frac{\operatorname{tg} DQ}{\cos DQM};$$

o bien

$$\operatorname{tg} y = \operatorname{sen} x \cot (\varphi + \beta).$$

Este cálculo se hace sólo para las cuatro esquinas de cada hoja del Mapa al $1/\overline{M}$ que ha de servirnos para el relleno.

Elipticidad de la ruta.

Determinadas las coordenadas angulares referidas al eje de la ruta, hay que llevar los puntos calculados al papel que hemos de suponer, por de pronto, tangente al elipsoide a todo su largo.

Por la excentricidad de la elipse que constituye la ruta real, ya no hay proporcionalidad entre las longitudes sobre ella y los ángulos x que hemos calculado referidos al centro de la esfera.

Cada oblicuidad β con que el plano de la ruta corta al Ecuador produce elipses, cuyo eje mayor, correspondiente a los puntos de corte, es siempre el diámetro ecuatorial del elipsoide terrestre, pero su semieje menor, que corresponde a los puntos de máximo valor absoluto de la latitud geocéntrica, vienen a ser los radios vectores correspondientes al ángulo β de esa máxima latitud, y su longitud, variable con β, desde un máximo constante, igual al radio ecuatorial para $\beta = 0$ (propio Ecuador), hasta el mínimo del eje polar terrestre para una ruta meridiana, $\beta = 90°$,

La expresión del radio vector es

$$\rho = a \sqrt{\frac{1 - e^2}{1 - e^2 \cos^2 \beta}},$$

en que e, es la excentricidad del elipsoide terrestre, y $e^2 = 0{,}00672267$.

La excentricidad e de una elipse es, por definición:

$$e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2},$$

en que c y b son, respectivamente, la distancia del centro a los focos y el semieje menor que hemos visto corresponde al radio vector ρ, cuyo cuadrado

$$b^2 = \rho^2 = \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \cos^2 \beta},$$

valor que llevado al de e^2, y considerando unidad al radio de la esfera, nos da

$$e^2_\beta = 1 - \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \cos^2 \beta};$$

cociente que desarrollado en serie, da:

$$e^2_\beta = 1 - 1 - (1 - \cos^2 \beta)\, e^2 + \\ + (1 - \cos^2 \beta) \cos^2 \beta\, e^4 \ldots;$$

y despreciando el término en e^4:

$$e^2_\beta = e^2 \operatorname{sen}^2 \beta = 0{,}006723 \operatorname{sen}^2 \beta.$$

Podemos, pues, afirmar que los cuadrados de las excentricidades de las elipses oblicuas son proporcionales a los cuadrados de los senos de sus ángulos con el Ecuador.

Hemos calculado una tabla expresiva del valor de esa excentricidad, pero como su trascendencia se limita a calcular la longitud de los arcos de la elipse a partir de un origen extremo del eje mayor, va al gráfico que describiremos más adelante.

Longitud elíptica de arcos sobre la ruta.

Para transformar los ángulos x, geocéntricos, obtenidos en el cálculo esférico, en longitudes sobre la elipse oblicua que constituye el eje de nuestra carta, consideremos

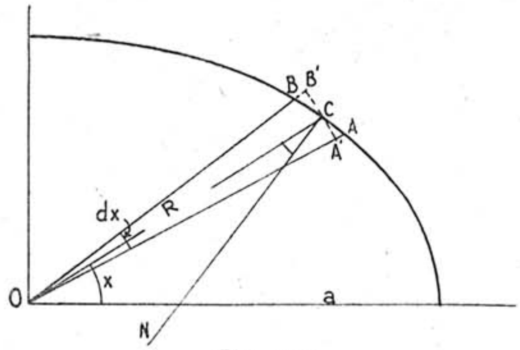


Figura 3.

el arco elíptico elemental $AB = dx$. Si trazamos el radio vector $OC = R$, de su centro C, su perpendicular $A'B'$ formará, con AB, un ángulo pequeñísimo que, como vimos, no llega nunca a $12'$, cuyo coseno difiere de la unidad tan sólo en 7 millonésimas. Podemos, pues, escribir $dx = R\,dx'$, expresado en radianes, dx', el incremento angular y dx su longitud lineal, o en minutos $dx = R\,dx'$ sen $1'$.

El valor del radio vector R tiene, en función del ángulo geocéntrico x, un valor

$$R = a\sqrt{\frac{1 - e^2}{1 - e^2 \cos^2 x}},$$

que desarrollado en serie y despreciando los términos en e^4 y menores, toma la forma:

$$R = a - \frac{1}{2}\, a e^2 \operatorname{sen}^2 x,$$

con lo que

$$dx = a\,dx' - \frac{1}{2}\, a e^2 \operatorname{sen}^2 x\, dx'.$$

El arco elíptico a partir del Ecuador, integrando, resulta ser:

$$x = \int_0^x dx = a\,x - \frac{1}{2}\, a e^2 \int_0^x \operatorname{sen}^2 x\, dx =$$

$$= a\,x - \frac{1}{2}\, a e^2 \left[\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{sen} 2\,x\right],$$

y el acortamiento del arco, debido a la excentricidad e, sobre los arcos ecuatoriales, de radio constante a, igual a

$$C = \frac{1}{4}\, a e^2 \left[x - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\,x\right];$$

lo que nos indica que tales acortamientos son sensiblemente proporcionados a los cuadrados de las excentricidades, variables, como hemos visto, con la oblicuidad de la ruta, y decimos sensible, y no exactamente, por el desprecio que hicimos de los términos en e^4.

$$C = \frac{1}{4}\, a e^2 \left[x - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\,x\right] \operatorname{sen}^2 \beta;$$

y calculadas estas reducciones sobre valores x, en minutos sexagesimales, a razón de 1855,40 ms., resulta ser:

$$C = 10{,}720 \text{ kms.} \left[\frac{290{,}89\, x'}{10^6} - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\,x\right] \operatorname{sen}^2 \beta =$$

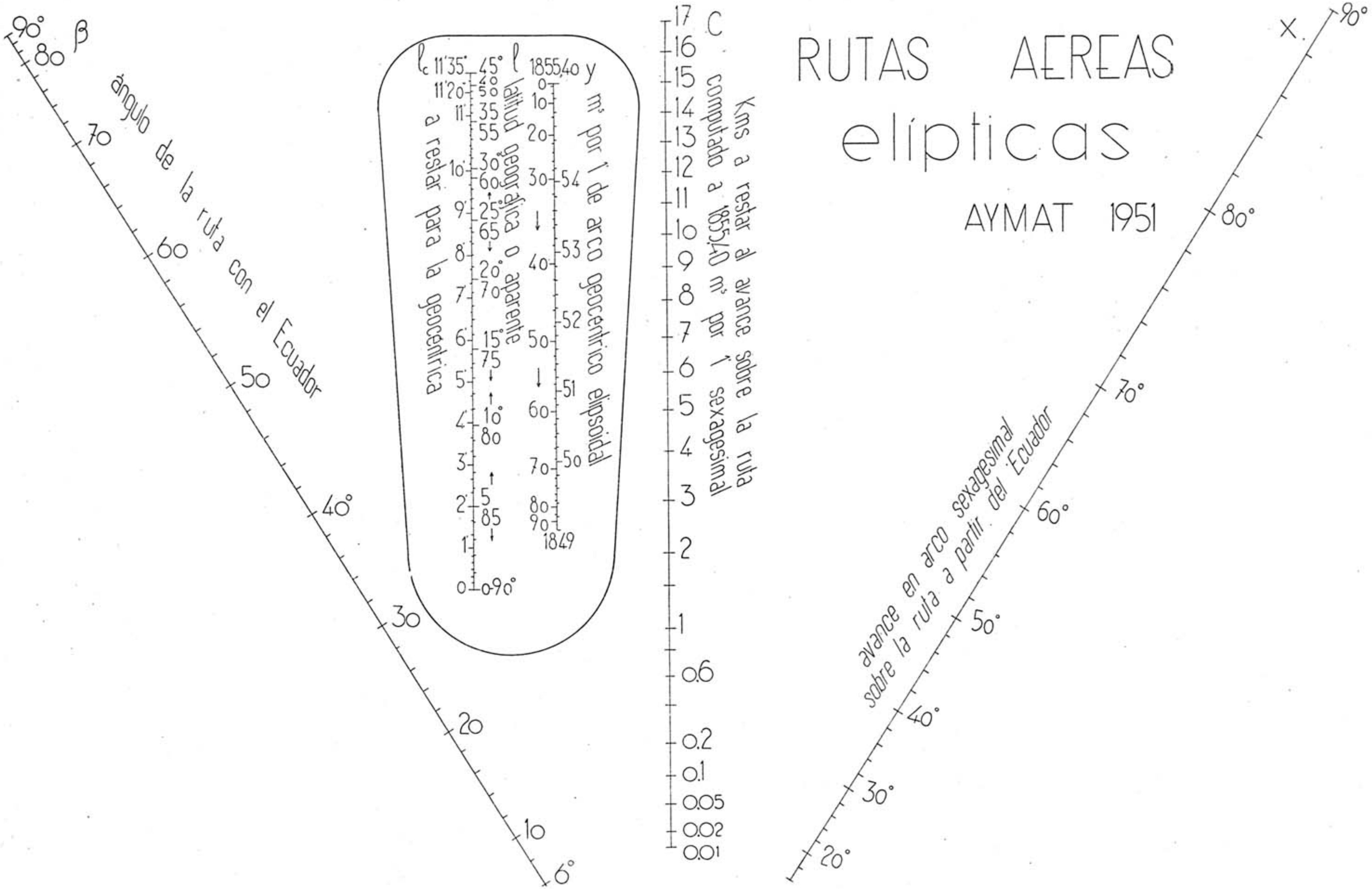
$$= f(x) \operatorname{sen}^2 \beta.$$

Esta función de x es el valor preciso en la elipse meridiana $\beta = 90°$, tomada de las Tablas del elipsoide internacional (*), que hemos llevado a la escala de nuestro Nomograma de puntos alineados, suficientemente preciso en la práctica, ya que esa corrección no llega nunca a alcanzar los 17 kilómetros.

Distancias transversales.

Para llevar los arcos geocéntricos, y, con que los puntos aparecen apartados del eje de la ruta, los tomaremos, como acabamos de ver, con un radio igual al vector, que al no tener que aplicarse a arcos mayores que la mitad de la anchura de la carta, no hemos de integrar, pudiendo prescindir ahora de la oblicuidad de la ruta, sino considerarlos, simple y directamente, función de

(*) Tables de l'Ellipsoide de référence international de Madrid; 1924, calculadas por E. Hasse, bajo la dirección del General Perrier. Publicadas por la Unión Geodésica y Geofisica Internacional. París, 1928.



RUTAS AEREAS
elípticas
AYMAT 1951
β ángulo de la ruta con el Ecuador
ℓ_c a restar para la geocéntrica
ℓ latitud geográfica o aparente
y m^s por 1' de arco geocéntrico elipsoidal
C Kms a restar al avance sobre la ruta computado a 1855,40 m^s por 1' sexagesimal
X avance en arco sexagesimal sobre la ruta a partir del Ecuador

la latitud geográfica o aparente de su punto medio.

$$R = a \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \operatorname{sen}^2 1\right),$$

y en minutos

$$y = \left[1855^{m},40 - 6^{m},2376 \operatorname{sen}^2 1\right] y'.$$

Para ello, damos una escala gráfica definidora de la longitud de los minutos lineales de y, desde 1855,40 metros en el Ecuador, a 1849,16 para los Polos.

Cuando el ancho de la carta sea considerable, 1.000 kilómetros, la conformidad de distancias a lo largo del eje y de transversales, trae consigo un estiramiento de los bordes laterales en proporción de la secante del apartamiento del eje y, por tanto, proporcional al cuadrado de esta separación. En los 500 kilómetros de aquel extremo supuesto, sólo de 3 metros por kilómetro, y de medio, a 200 kilómetros.

Cuando se quiera amenguar este pequeño exceso, basta reducir la escala general en la mitad de este exceso, con lo que el error máximo queda reducido a la mitad.

En la parte central de la carta, los ángulos se conservan rigurosamente, y en los bordes, en magnitud tolerable para el ancho total de 1.000 kilómetros, con error máximo de 5′ 20″, imposible de percibir en el transportador.

Sin embargo, las largas ortodrómicas que se separen fuertemente de la ruta adquieren curvaturas ya sensibles. Una marcación radio proveniente un punto del borde lateral a 500 kilómetros, y adelantada 4.000 llega al eje, 1° 20′ por fuera de la recta de la carta, con curvatura de 23 kilómetros de flecha; flecha, ésta, que alcanza también el de la ortodrómica entre dos puntos a 1.500 kilómetros, separados 400 a un mismo costado del eje de la carta. Achaque es éste, no obstante, que se da en cualquier otro sistema de representación que pretenda conservar la escala longitudinal dentro de límites tolerables. Recordemos que, en la hipótesis de la esfericidad, entre dos antípodas, por cualquier lugar intermedio que se vaya, las rutas todas son iguales: mínimas y máximas posibles en la Tierra, 20.000 kilómetros.

Relleno del detalle.

Una vez trazado el dibujo de la red de cruces paralelos, de 4 en 4°, y meridianos de 6 en 6, han de llevarse a ella los accidentes geográficos de las cartas aeronáuticas a escala 1/M̄.

Esta será, pues, la escala a que se dibujen las diferentes hojas o tiras de papel continuo que constituya el itinerario de la ruta, en una anchura mayor que la estricta que haya de tener la tirada tipográfica del mismo, porque así las hojas cuya extensión exceda de ella puedan ser encajadas sobre los vértices exteriores.

Cuando la extensión de la ruta exija su publicación a escalas menores, de 1/2 M̄ o 1/3 M̄, se mantendrá la del 1/M̄ para dibujo de la minuta, con lo que se facilita el reporte de los accidentes geográficos, beneficiándose, además, de la mayor precisión, claridad y belleza consecuentes a la reducción fotográfica con que se impresionen las planchas de la tirada.

Pueden emplearse para el reporte de detalles las cartas aeronáuticas, con la ventaja de tener en ella hecha ya la selección discreccional de accidentes. Si estas hojas fueran de las publicadas con arreglo a las normas de la O. A. C. I. de 1949, en que la proyección cónica conforme se hacía sobre tres zonas de latitud, separadas en los paralelos 28° y 48°, la coincidencia para el calco se hace poco perfectamente, porque en las hojas de latitudes medias, 13-14, 36 y 60°, la menor escala lo dificulta, porque en las que es exacta, 7, 20, 33, 45, 55, y 65°, aparece falseada la convergencia de meridianos, y en las extremas, esta mayor falsedad hace muy sensible la deformada curvatura de los paralelos.

Estos defectos se han reducido en mucho, al orden de 1/20, sobre las que sigan la enmienda que aparece en la segunda edición, septiembre de 1950, en que la proyección cónica conforme toma como paralelo central, regulador de la convergencia de meridianos, el de la propia hoja, y sólo en altas latitudes la ampliación de la extensión en longitud lo hace sensible.

El pequeño desajuste puede salvarse haciendo el reporte por cuadrículas de grado en grado, dividiendo los bordes de los cuadriláteros en partes iguales.

Solución mejor, y a ella hay que acudir

en zonas que no tengan publicadas hojas aeronáuticas, es valerse de las hojas del Mapa del Mundo al 1/M, que por la mañor antigüedad del acuerdo internacional de Londres, de 1909, y la universalidad de los fines que inspiraron las normas de su trazado, están publicadas de casi el mundo entero. En ellas, además, cada paralelo tiene su curvatura y dimensiones justas, lo que, sobre ser verdad, permite su unión en dirección del huso de su longitud, lo que no ocurre con las cónicas aeronáuticas, no dejando por eso de hacerlo a lo largo de los meridianos por ser también rectilíneos.

El defecto de no ser rigurosamente conformes, no es un inconveniente grave, ya que la mayor deformación angular alcanza solamente, en el peor de los casos, a 6′, prácticamente inapreciable, ganando, en cambio, en uniformidad de escala.

Los encantos de mantener a todo trance el isomorfismo, si existe dentro de muy reducida extensión alrededor de un punto, resultan ilusorios en Navegación Aérea y radiodirigida, porque la variación de escala, servidumbre ineludible, incurva las ortodrómicas en cuanto tengan una longitud algo considerable, y es que la redondez de la Tierra impone una ineludible imposibilidad de conservar extensamente tanto la constancia de escalas como la semejanza de las formas.

Por eso, la equivalencia de áreas adoptada desde hace siglos en los grandes Atlas, discreto compromiso entre las deformaciones longitudinales y angulares, y que sabiamente presidió los acuerdos de Londres, no pudo por menos de ser solución acertadísima.

Cuando ni aun del Mapa del Mundo al 1/M se disponga, deberán llevarse a nuestra red de meridianos y paralelos, con reducción pantográfica, los detalles esenciales de cualquiera de los planos a escala mayor de que se disponga.

Para poder dibujar, caso preciso, la red, damos la Tabla II de valores correspondientes, tomada de la Memoria de Ch. Lallemand (*).

(*) Le carte du monde au millionième.—Notes et Mémoires de l'Association française pour l'avancement des Sciences. Paris, 1912.

Valores de las hojas del Mapa del Mundo a la millonésima.

Latitudes extremas.	Latitudes medias.	Altura central sobre 444,35 ms.	Flechas.	Medio ancho.	Alargamiento de meridianos extremos.	Acortamiento del paralelo medio.	Defecto angular al unir cuatro hojas.	Transcendencia lineal máxima.
		mms.	mms.	mms.	mms.	mms.	′	mms.
	90°	+ 2,2						
88°			0,3	11,7			0,9	0,1
	86	+ 2,2			0	0		
84			0,9	35,0			2,6	0,3
	82	+ 2,2						
80			1,5	58,15			4,4	0,6
	78	+ 2,0						
76			2,1	81,0			6,1	0,8
	74	+ 1,9				0		
72			2,6	103,5			7,8	1,0
	70	+ 1,7				0,1		
68			3,1	125,4			9,4	1,2
	66	+ 1,5			0			
64			3,5	146,8			11	1,4
	62	+ 1,2			0,1			
60			3,8	167,4			12,6	1,6
	58	+ 1,0						
56			4,1	187,15			14,1	1,8
	54	+ 0,7						
52			4,3	206,0			15,5	2,0
	50	+ 0,4			0,1			
48			4,4	223,85			16.9	2,2
	46	+ 0,1			0,2			
44			4,4	240,6			18,1	2,3
	42	— 0,2				0,1		
40			4,3	256,2			19,3	2,5
	38	— 0,5				0,2		
36			4,2	270,5			20,4	2,6
	34	— 0,8			0,2			
32			4,0	283,5			21,4	2,75
	30	— 1,1			0,3			
28			3,6	295,1			22,2	2,9
	26	— 1,4						
24			3,3	305,3			23	3,0
	22	— 1,6						
20			2,8	314,0			23,7	3,05
	18	— 1,8						
16			2,3	321,15			24,2	3,1
	14	— 2,1						
12			1,8	326.7			24,6	3,2
	10	— 2,1						
8			1,2	330,8			24,95	3,2
	6	— 2,2						
4			0,6	333,2			25,15	3,25
	2	— 2,2			0,35	0,2		
0			0	334,0			25,2	3.25

Finalmente, al disponer a la par de Mapa del Mundo y Carta Aeronáutica, una buena solución es calcar del Mapa, teniendo a la vista la Carta para escoger los accidentes.