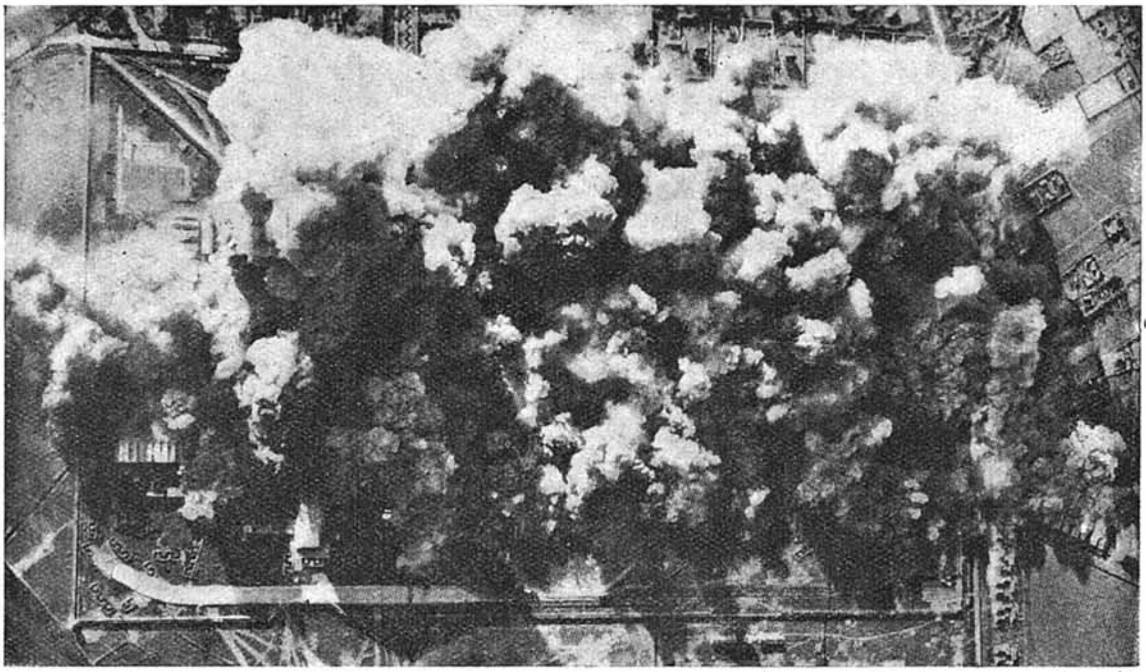

Estadística y bombardeo de precisión

Por DOMINGO RAMOS ALEGRE
Capitán de Ingenieros Aeronáuticos.

El gran avance experimentado, tanto por los métodos de navegación aérea, localización de objetivos, elementos y aparatos de a bordo, visores, etc., que hacen posible el bombardeo desde cualquier altura de vuelo, así como el hacer independiente la trayectoria del avión del lanzamiento de las bombas, ya que esto puede hacerse en posiciones de viraje, planeo, etc., además de los sistemas de blancos auxiliares empleados ya en la última guerra, así como la eficacia balística en lo referente a precisión, ha hecho que el bombardero pueda ser empleado en misiones que habían estado vedadas para él anteriormente.

Nos vamos a referir a varios problemas que pudiéramos incluir dentro de la acepción de bombardeo de precisión, ya sobre objetivos puntuales, ya sobre objetivos normales (entendiendo por bombardeo de precisión lo concerniente al tiro solamente, pues suponemos que la navegación de precisión necesaria para efectuar el bombardeo, tanto de día como de noche, y con cualquier tiempo, está conseguida por medio de las ayudas a la navegación por radar empleadas actualmente).

El primer caso a que nos vamos a referir de bombardeo sobre objetivos puntuales es un problema análogo al que se presenta en artillería al hacer una preparación analítica de tiro sobre un objetivo dado por sus coordenadas geográficas; aquí sabemos que la preparación, con todas las correcciones posibles, debidas a la influencia de la atmósfera, incremento de peso del proyectil, carga de proyección, etc., puede hacerse perfectamente, y por tanto entrar en eficacia desde el primer disparo.

En nuestro caso también podemos situarnos en una posición de tiro tal, que, introducidas las correcciones aerológicas y balísticas pertinentes podamos entrar también en eficacia (por tratarse de un tiro, llamémosle dinámico, existe la desventaja de la dificultad de poder conocer las coordenadas exactas de la posición del avión).

Por similitud con el tiro artillero, el objetivo puntual puede venir definido por sus coordenadas terrestres, e introducidas las correcciones oportunas aerológicas y balísticas, el problema puede quedar resuelto sin más que definir el punto de lanzamiento, según una cierta ruta a seguir; ahora bien, esto habrá que hacerlo para cada caso particular, según sea la citada ruta, altura de vuelo, velocidad del avión, etc., pudiendo construirse tablas o ábacos de tiro que, en función de esos datos, den el punto de lanzamiento.

Así como en artillería podíamos hallar el número de disparos necesarios para batir un blanco, o sea el número de piezas precisas para con una cadencia de fuego batirle en un cierto tiempo, aquí el problema se complica, pues además de que si el bombardeo se efectúa por formaciones de aviones, cuya variación de posición con respecto al avión directriz es distinta, es preciso contar con la probabilidad de que los aviones que salgan a efectuar el servicio lleguen a la posición de tiro; de ahí que sea preciso conocerla para saber el número de ellos capaces de efectuar la operación.

En efecto, por métodos estadísticos podemos deducir que la probabilidad P, de fallo de un avión sea, para un cierto tipo y en función del poder aéreo enemigo y de la duración del vuelo o distancia a recorrer (en p está incluído averías, derribos enemigos, defensa antiaérea, etc.; es decir, todas las causas que hacen que el avión no pueda cumplir su misión); obtenidas las frecuencias deduciremos los parámetros necesarios para el estudio matemático de la cuestión:

Si empleamos n aviones, la probabilidad de que falle ningún avión será:

$$P_A = (1 - p)^n = q^n.$$

La probabilidad de que haya algún fallo será, por tanto,

$$P_B = (1 - q^n).$$

Las probabilidades de que fallen 2, 3 ..., h aviones, serán, respectivamente:

$$P_2 = \binom{n}{2} p^2 q^{n-2},$$

$$P_3 = \binom{n}{3} p^3 q^{n-3},$$

....

....

....

$$P_h = \binom{n}{h} p^h\, q^{n-h};$$

y, por tanto, tendremos los valores de P_i. $i = 1,2, \ldots, h$. Y el valor probable del número de fallos será la esperanza matemática de la función

$$\varphi(t) = (pt + q)^n;$$

para el valor de la derivada $\varphi'(t)$, con $t = 1$.

$$\varphi'(1) = E(x) = np.$$

De esta forma podemos saber, "a priori", la probabilidad de ejecutar una operación y el valor probable del número de fallos. Conociendo el valor del coeficiente de precisión balística λ para el tipo de bomba empleada, y, por tanto, los desvíos y valor de la zona del 50 por 100 y demás detalles de dispersión, podemos resolver el problema de hallar el número de bombas y el número de aviones necesarios, pues por balística de efectos podemos saber la cantidad de proyectiles necesarios para la destrucción del objetivo, según la naturaleza de éste. Considerando que el centro de impactos coincide con el centro geométrico del objetivo, y teniendo también en cuenta los valores de anchura y longitud del mismo y los de la zona del 50 por 100, los factores de probabilidad nos darán el número de bombas, y de ahí, teniendo en cuenta la capacidad de los aviones y el valor probable de las pérdidas, tendremos el número efectivo para conseguir batir el objetivo.

A pesar de que este bombardeo de precisión tiene hoy gran importancia, por los adelantos antedichos, debido al gran poder destructor de las bombas, tiene, a nuestro juicio, en los momentos actuales, más importancia el bombardeo que vamos a considerar ahora, que siendo de precisión no se refiere a objetivos puntuales, sino a zonas o recintos, en el que emplearemos el método de "bombardeo en reguero" o en ráfagas. Para este tipo de bombardeo consideraremos que el objetivo es un recinto, tal como se ve en la figura 1, y que como las formaciones de aviones pueden seguir un rumbo cualquiera para el bombardeo, pues ya hemos dicho que la trayectoria es independiente del blanco a batir, interesa, pues, saber la probabilidad de alcanzar los objetivos, tales como el B, o sea objetivos parciales dentro de una zona o recinto considerada, en la cual, por su dimensión, sabemos que han de caer las bombas.

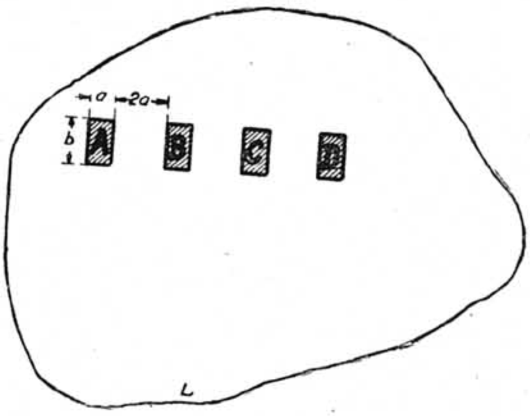

Fig. 1.

Considerando que el número de aviones es n, los problemas que pueden plantearse son infinitos, de los cuales vamos a abordar los más importantes, como ejemplo de cálculo de probabilidades.

a) Probabilidad para que todas las ráfagas o regueros alcancen a un objetivo tal como B.

b) Probabilidad para que h ráfagas o regueros alcancen a B.

c) Probabilidad para que una ráfaga alcance a B a todo lo largo.

d) Probabilidad para que ninguna ráfaga alcance a B (de impacto directo se entiende).

Vamos a hacer la hipótesis de que las ráfagas o regueros son rectas, o al menos se las puede considerar así en su proyección sobre el plano horizontal. O sea, que una recta genérica en el plano del objetivo será de la forma

$$x \cos \alpha + y \operatorname{sen} \alpha - p = 0.$$

Y vamos a considerar que como las ráfagas son rectas que cortan al recinto dado, habrá que introducir el concepto de medida de tal conjunto de rectas, y sabemos que éste se define como

$$m = \iint_c dp \cdot d\theta.$$

Pero tratándose de dos contornos cerrados, contenidos uno en otro, la probabilidad de que una secante corte al exterior y al interior es:

$$p = \frac{L'}{L} \qquad \begin{array}{l} L' = \text{longitud interior.} \\ L = \quad \text{»} \quad \text{exterior.} \end{array}$$

Por tanto, para resolver los problemas antedichos tendremos:

a) Sea B el objetivo dado en la zona cuyo recinto exterior tiene la longitud L (en casos de precisión tomaremos como recinto exterior el que corresponde a la dispersión); L tiene suficiente extensión para suponer que el recinto de dispersión está contenido en él, que es, por ejemplo, una zona industrial que interesa batir, y B es el objetivo particular a que nos referíamos; a y b las dimensiones que se ven en la figura (lo suponemos rectangular para mayor facilidad); la probabilidad de que una ráfaga o reguero que alcance a L y a B será:

$$P_a = \left[\frac{2a + 2b}{L}\right];$$

y si el número de aviones que intervienen es n, cualquiera que sea la dirección del ataque la probabilidad de que todas las ráfagas alcancen al objetivo será

$$P_{a'} = \left[\frac{2a + 2b}{L}\right]^n,$$

que es, pues la probabilidad de que n rectas trazadas al azar corten a L y a B.

El caso b se resuelve de la siguiente forma:

La probabilidad pedida será

$$P_h = \binom{n}{h} \left[\frac{2a + 2b}{L}\right]^h \left[1 - \frac{2a + 2b}{L}\right]^{n-h}.$$

Respecto a la proposición c, la probabilidad para que una ráfaga a lo menos corte a B a lo largo del recinto (fig. 2) será que corte a AB y CD.

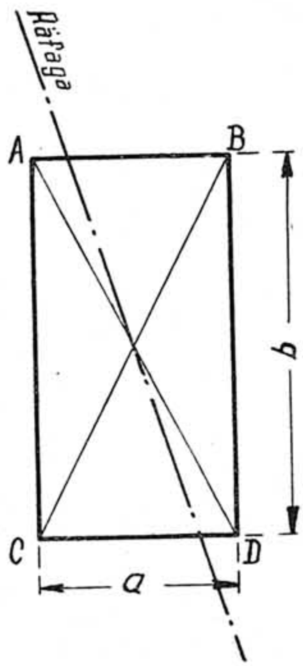

Fig. 2.

Llamando λ_1, λ_2 y λ a las medidas parciales

$$\lambda_1 = a + \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$\lambda_2 = a + \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$\lambda = 2(a + b);$$

luego

$$\rho = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda = 2\left[(a + \sqrt{a^2 + b^2})\right] - 2\left[(a + b)\right].$$

Es decir, que la probabilidad P_3

$$P_3 = \frac{2(\sqrt{a^2 + b^2} - b)}{L};$$

y, por tanto, la probabilidad de que ninguna ráfaga alcance al objetivo será

$$P_{3'} = (1 - P_3)^h.$$

Y, por tanto, el que alguna, a lo menos, lo haya conseguido

$$P_c = 1 - [1 - P_3]^h.$$

Para resolver la proposición d volvamos a la figura 1.ª, y considerando que nos referimos a los objetivos A, B, C, y D.

La probabilidad de que una ráfaga o reguero no haya alcanzado ninguno de los objetivos antedichos, será igual que si consideramos que pasó entre dos consecutivos. Supongamos que los intervalos entre objetivos son iguales. La probabilidad que tiene una ráfaga de pasar entre los objetivos A y B será la tercera parte de la que tiene de pasar entre cualquiera de los edificios;

$$\frac{4a + 2b}{L}$$

será la probabilidad de que pase entre A y B; luego,

$$P_{D'} = \frac{3(4a + 2b)}{L},$$

y la probabilidad pedida será:

$$P_D = \left[\frac{3(4a + 2b)}{L}\right]^n.$$

Estos ejemplos podíamos haberlos resuelto con toda la generalidad refiriéndonos a objetivos dados según plano, sin más que sustituir las medidas aplicadas a estos recintos.

El recinto L a que nos hemos referido es sobre el cual sabemos que han de caer las bombas. Ahora bien, para resolver el problema con todo rigor había que sustituir ese recinto por el que corresponde a la superposición de todos los rectángulos de dispersión correspondientes a cada lanzamiento del reguero, y así, por ejemplo (fig. 3), si un avión vuela con rumbo R constante y altura de vuelo también constante y empieza el lanzamiento del reguero en la posición tal que el rectángulo es $ABCD$ y termina el lanzamiento en otra posición a la que corresponde el rectángulo $EFGH$, el rectángulo total es la zona en la cual con seguridad han caído las bombas; luego el recinto L, a que nos hemos referido, es el $ABHG$, y su longitud será el perímetro total, que sustituiremos en las fórmulas anteriores.

Si el avión varía de rumbo durante el ataque, el recinto L será una figura cuyo eje será la proyección normal de la ruta sobre el plano del objetivo y de anchura variable si también varía en altura el avión.

Como final, vamos a resolver otro problema más general, combinación de los anteriores, y es el siguiente:

Si para batir un objetivo hemos deducido que son necesarios h regueros o ráfagas, y

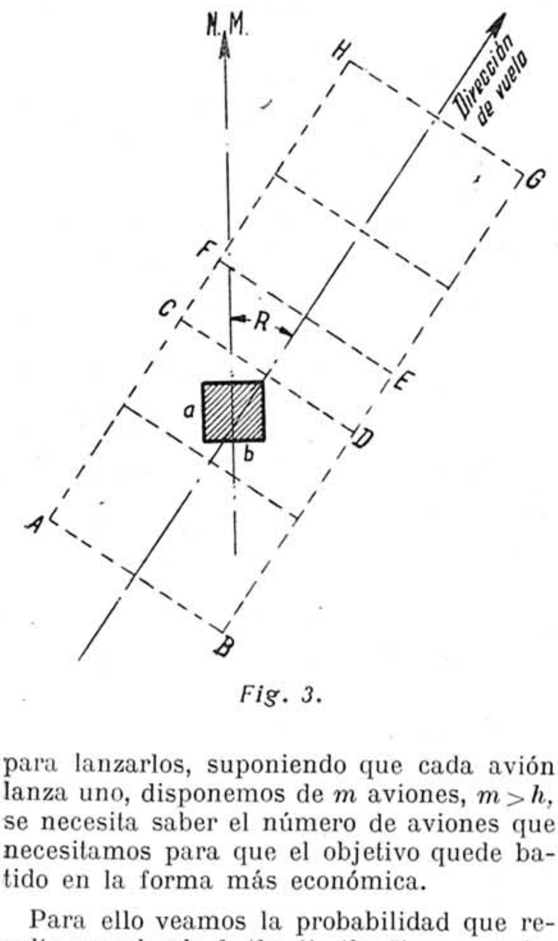

Fig. 3.

para lanzarlos, suponiendo que cada avión lanza uno, disponemos de m aviones, $m > h$, se necesita saber el número de aviones que necesitamos para que el objetivo quede batido en la forma más económica.

Para ello veamos la probabilidad que resulta mandando h $(h+1)$, $(h+2)$..., m aviones y el valor probable de fallos de los mismos en los distintos casos (el suponer que cada avión lanza una ráfaga no tiene otro objeto que el facilitar el problema, pues se pueden resolver todos los casos imaginables de lanzamiento).

a) Consideremos h aviones con probabilidad de fallo p; el problema puede resolverse suponiendo que no falle ningún avión ni ninguna ráfaga; la probabilidad valdrá:

$$P_h = (1-p)^h \left(\frac{2a+2b}{L}\right)^h,$$

y el número probable de fallos es $V_h = h \cdot p$.

Con $(h+1)$ aviones habrá que tener en cuenta que el problema puede quedar resuelto no fallando ningún avión ni ninguna ráfaga, no fallando ningún avión y sí una ráfaga, y fallando un avión y ninguna ráfaga.

Entonces el valor de la probabilidad de batir el objetivo será:

$$P_{h+1} = (1-p)^{h+1} \left[\left(\frac{2a+2b}{L}\right)^{h+1} + \right.$$

$$+ \binom{h+1}{1} \left(\frac{2a+2b}{L}\right)^h +$$

$$\left. + 1 - \left(\frac{2a+2b}{L}\right)\right] + \binom{h+1}{1} p\,(1-p)^h \left[\frac{2a+2b}{L}\right]^h.$$

El valor probable de fallos será:

$$V_{h+1} = (h+1)\,p.$$

Por el mismo razonamiento calculamos todos los casos hasta m, y llamando a

$$\left(\frac{2a+2b}{L}\right) = S.$$

Con m aviones tendremos que con las mismas hipótesis anteriores el problema puede quedar resuelto, no fallando ningún avión y ninguna, una, dos... K $(m-K = h)$ ráfagas; fallando un avión y ninguna, una... $K-1 = h$; etc.

El valor de la probabilidad será:

$$P_m = (1-p)^m \left[S^m + \binom{m}{1} S^{m-1} (1-S) + \right.$$

$$+ \binom{m}{2} S^{m-2} (1-S)^2 + \ldots$$

$$\left. \ldots \binom{m}{k} S^{m-k} (1-S)^k \right] +$$

$$+ \binom{m}{1} (1-p)^{m-1}\, p \left[S^{m-1} + \right.$$

$$+ \binom{m-1}{1} S^{m-2} (1-S) \ldots$$

$$\ldots + \binom{m-1}{k-1} S^{m-k} (1-S)^{k-1} \Big] +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \binom{m}{k} (1-p)^h p^k \left[S^h\right];$$

y llamando Σ_i a los paréntesis parciales, queda:

$$i = m,\ (m-1) \ldots h,$$

$$P_m = (1-p)^m \ \Sigma_m + \binom{m}{1} (1-p)^{m-1} p\, \Sigma_{m-1} + \ldots$$

$$\ldots + \binom{m}{k} (1-p)^h p^k \ \Sigma_h .$$

Y el valor probable de fallos será:

$$V_m = mp.$$

Conocido, pues, el número de bombas necesarias, de la misma forma que lo explicamos anteriormente se puede deducir el número de regueros, y por tanto, el de aviones efectivos necesarios para tener la certeza de batir el objetivo y el número probable de fallos de avión en este tipo de bombardeo.

Resueltas estas fórmulas en cada caso particular y tomada la solución pertinente según los propósitos del Mando, vemos que por este procedimiento pueden resolverse los infinitos problemas que pueden presentarse, y de lo que sólo resolvimos los anteriores como guión, pues desarrollado en cada caso tendría la extensión de un texto.

Ahora bien: de este tipo de problemas podemos deducir el caso en que interese la probabilidad por impacto directo, estudiando en su caso cada ráfaga o reguero en particular, con otro concepto de medida de un conjunto puntual.

Y vamos, por último, a entrar en la parte más importante del problema actual del bombardeo, objeto del presente artículo e íntimamente ligada a los problemas anteriores, y que sirve de medio para resolverlos. Nos referimos a que, como consecuencia de todo lo expuesto, todo Mando de bombardeo debe tener en su Estado Mayor una Sección de Investigación Estadística Matemática, que es la que resolverá en último caso al Mando los problemas que pueden presentársele.

Para ello llevará un control exacto de todas las operaciones efectuadas, tanto por lo que se refiere a operaciones de tiro, navegación, instrumentos, personal, etc., e inclusive puede ayudarse por toda clase de procedimientos, ya fotográficos, analíticos o físicos, etc.

Por ejemplo, en sucesivos bombardeos con un tipo de avión y de bomba, visor, procedimiento de navegación, puede, además de todos los informes, tanto aéreos como terrestres, obtener por fotografías horizontales planos a escala de la situación de un objetivo auxiliar y de todos los resultados obtenidos, tanto en la repartición de impactos con destrucciones, etc.

Hoy, después de haber obtenido con fotografías situación de impactos en un número relativamente pequeño con relación a un blanco dado, pueden deducirse, por el sistema de "pequeños números", todos los datos de dispersión, desvíos y coeficiente de precisión balística a partir de estos datos, que pueden servir para la confección de las tablas de tiro de un tipo de proyectil, y que es un método de construirlas por procedimientos estadísticos, y sacar las consecuencias (en lo referente tanto a dispersión, táctica, etc.) pertinentes para atacar otro objetivo real (incluso el objetivo o blanco auxiliar puede ser otro objetivo de guerra secundario). Con los métodos estadísticos puede llegarse a tal precisión, dependiente ésta del número de datos e informes, que los resultados obtenidos son verdaderamente asombrosos en todos los problemas que al Mando pueden interesarle, tanto problemas de tiro aéreo, que son los principales, como en otros de tipo más particular, como son pericia y rendimiento de las tripulaciones, que nos servirán para seleccionarlas; igualmente respecto al material, etc.

En una palabra, que el concepto de economía de fuerzas y óptimo rendimiento exigible a un Mando, máxime teniendo en cuenta la importancia actual y futura del "Mando de Bombardeo", no puede por menos que dar existencia a esa Sección Técnica en su Estado Mayor a que hemos aludido, ya empleada en la pasada contienda con gran éxito por los beligerantes y no explotada al máximo todavía.