Generalización del empleo de círculos de altura astronómica

Por el General del Arma de Aviación JOSE M.ª AYMAT

Desde que Saint Hilaire, aprovechando la inspiración náutica de Summer, ideó el empleo del elemento del círculo de altura del astro observado en forma de recta tangente en el extremo del radio correspondiente a la estima, o punto en que aproximadamente creemos encontrarnos, su método de las que se llaman "rectas de altura", y siguen los anglosajones llamando de "línea de Summer", ha venido a tomar carácter de Método de Navegación astronómica casi universalmente exclusivo, compartido únicamente por la determinación de latitud por la Polar, que en sí mismo viene a ser realmente un caso, singularmente fácil, de recta de altura.

Sin embargo, la simplificación de los métodos de cálculo, estimulada, de modo especial, por la premura y la incomodidad material y moral que trae consigo la navegación aérea, ha venido a salirse de la premisa que hacía aceptable la sustitución de un arco de círculo por su tangente, cual es que la situación del punto de estima estaba muy próximo al punto de tangencia, condición que se cumplía dentro de los estrechos límites de las 15 ó 20 millas que un barco podía llegar a separarse de su presunta posición, llevada en la mar cuidadosamente por estima.

El vuelo, por su velocidad enormemente mayor y porque el viento puede soplar con fuerza y de direcciones insospechadas, hace que los errores de estima en dos o tres horas, solamente alcancen uno, y hasta el par de centenares de kilómetros.

La tabulación de los valores de altura y azimut, en función de tres variables: latitud, declinación y horario, consecuente el último de la longitud geográfica, obliga a tomar el argumento de ésta, como el de la latitud, por saltos de grado en grado, que en el valor de su mitad vienen a sumarse al error de estima.

El cómodo sistema de llevar calculados desde tierra los valores de la altura del astro, no sólo del Sol, la mayor parte de las veces único, acompañado otras de la Luna, durante el día, sino de otros astros durante la noche, para distintos puntos de la ruta, harto laborioso para varios de ellos; si ha de hacerse para cada uno una curva que comprenda varias horas, viene a simplificarse, al calcularlo en función del tiempo, de modo continuo, a lo largo de toda ella, pero, en este caso, para cada momento único referido a un punto singular de la ruta.

Si se acude al primer sistema de curvas de altura para puntos escalonados, la distancia entre ellos habrá de ser en seguida del orden de los varios centenares de kilómetros, y nuestra estima podrá alejarse de ellos en más de su mitad.

Si la ruta se ha jalonado en alturas calculadas para el astro a todo su largo, cualquier retraso en la hora de salida o variación de la de paso por los puntos de la ruta, ocasionados por circunstancias meteorológicas, originará desplazamientos en la estima a razón de 300, 400 ó más kilómetros por hora.

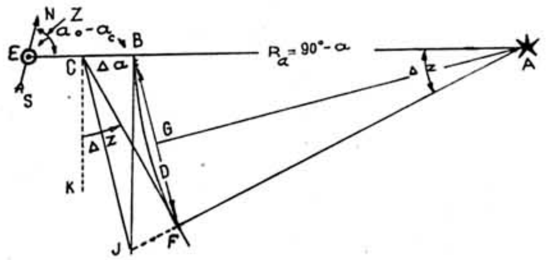


Fig. 1

Finalmente, la navegación polar aconseja, por las facilidades que reporta, el que se tome el propio Polo como estima para el cálculo de alturas y azimutes, que aquí vienen a ser, precisamente, la declinación y el horario en Greenwich del astro en cuestión. Y, claro está, ahora la distancia del punto de tangencia de la recta de altura puede alcanzar la longitud del radio del casquete esférico que consideremos como "región polar", es decir, del orden del millar largo de kilómetros.

Pudo en todas las hipótesis, hasta en la última, advertirse que no deben aprovecharse rectas de altura más allá del centenar de millas, ni astros cuya altura pase de 60°, limitando con ello las ventajas del cálculo previo de rutas, o en tiempo cubierto, la posible observación fugaz de astros por los claros que precisamente suelen aparecer en la región del Zenit; pero, la consideración del Polo como punto de estima hacía insobornable la cuantía considerable, fuera, muy lejos de tolerancia, de la distancia a nuestra auténtica posición estimada.

Ellsworth ideó para sus vuelos polares todo un sistema realmente genial de navegación, y hubo de considerar la necesidad de poder valerse del círculo de altura, que con su real curvatura es la línea de posición que se deduce de la altura observada de un astro, y ha publicado unas tablas en las que aparece el ángulo que forman las tangentes en el radio del punto singular, ahora el Polo, que tomamos como estima para calcularla, y en las proximidades del punto en que creemos encontrarnos, distancia entre ellos que viene a ser la cuerda del arco.

Llama Δ a (Δ *H* en inglés) incremento de altura al pasar de la tangente al arco, acercándonos al astro, y Δ *Z*, diferencia de azimut, al ángulo entre las tangentes, que es igual al de los radios que definen los azimutes. Son argumentos en la tabla, al menos tal como la conocimos por la tercera edición, 1943, de la Air Navigation de Weems, horizontalmente las distancias de 100 en 100 millas (náuticas, desde luego, no itinerarias) hasta 700, y verticalmente las alturas observadas, de 5 en 5°, desde los 10 hasta sólo 35°.

Aparte de la incomodidad que representa toda interpolación doble, encontramos muy limitada la altura tabulada, y aunque comprendemos la inconveniencia de observar por debajo de 10°, donde la refracción comete excesos de irregularidad, ni es aventurado bajar más, donde las fuerzas de inercia han de producir errores mayores, ni es cosa de contentarse con un 40 por 100 de la extensión de la bóveda celeste cuando bajando algo el límite inferior y aproximándose a alturas de los 70° se extiende a más del 80 por 100.

No se nos oculta la razón de la limitación de alturas a observar. Es la fuerte curvatura que va tomando el círculo, y que hace más trascendentes los errores de estima, valor de la distancia entre tangencias; pero, aparte de que cabe emplearlos sólo cuando ésta no sea muy grande, los errores no son tan importantes si se los compara con los propios de la observación aérea que difícilmente bajan de los 10'.

Tanto para evitar aquellos inconvenientes de interpolación como para extender la zona de aplicación de esta corrección, hemos trazado un monograma de puntos alineados que acompañamos, y vamos a dar una idea de su fundamento, que puede no coincidir con las hipótesis previas que sólo creemos adivinar que sirvieran a Ellsworth para el cálculo de su tabla, a la que, desde luego, en su más reducida amplitud vienen a adaptarse los nuestros.

Hay que sustituir (fig. 1.ª) la tangente *BJ* por la *FC*, cuyo trazado logramos determinando el punto *C*, que ha recibido en la navegación polar el nombre de "punto Ellsworth", en que corta la dirección *EA* del punto *E*, estima para el cálculo, que en su caso es el Polo, al astro *A*, y la dirección *CF*, ya no a 90° del azimut *EA*, sino aproximándola hacia el astro en

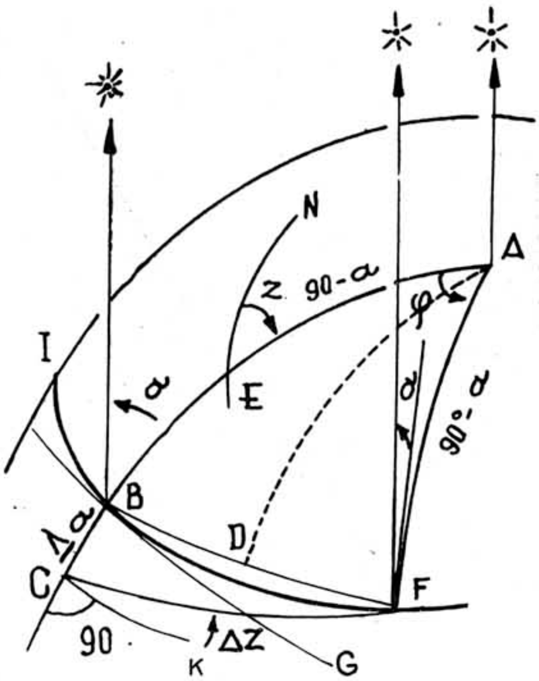


Fig. 2

un ángulo *KCF*, que llamamos ΔZ por ser igual a la diferencia de azimutes *BAF*.

Ya hemos visto que a la distancia *BC* la llamamos Δa, porque equivale a la diferencia de alturas con que observaríamos el astro desde *C* o desde todo el círculo *BF*, y de sentido *BC*, alejándose siempre del astro, cualquiera que sea la posición de *E*.

Tanto la curvatura con que aparezcan en los mapas, el arco del círculo de altura y el máximo, representante de las tangentes, como la no rigurosa escala con que vengan distancia y desplazamiento lineal de la tangente, dependen del sistema de representación de la Carta a emplear, y, por ello, hemos de considerar, con toda generalidad, la esfericidad del Globo.

Ahora *A* es el polo de iluminación del astro, la circunferencia IBF el círculo de altura de radio $90° - a$, correspondiente a los puntos *B*, extremo del radio *AE* del punto *E* de cálculo y del de verdadera estima *F*. *BG* y *FC* las tangentes, debiendo definirse la *CF* por la distancia $BC = \Delta a$, y el ángulo *KCF* que forma con la normal *CK* al radio *AC* fijado por el azimut *Z*.

En el triángulo rectángulo en *F*, *FAC*, se tiene

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{tg} AF}{\operatorname{tg} AC} = \frac{\operatorname{tg} (a - \Delta a)}{\operatorname{tg} a}$$

y

$$\cos FCA = \cos FA \operatorname{sen} \varphi$$

o

$$\operatorname{sen} \Delta Z = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} \varphi.$$

El ángulo φ en el polo de iluminación *A*, es, en el triángulo rectángulo *DAF*,

$$\operatorname{sen} \frac{2}{\varphi} = \frac{\operatorname{sen} DF}{\operatorname{sen} AF} = \frac{\operatorname{sen} D/2}{\cos a}.$$

Del conjunto salen por su orden las fórmulas del cálculo:

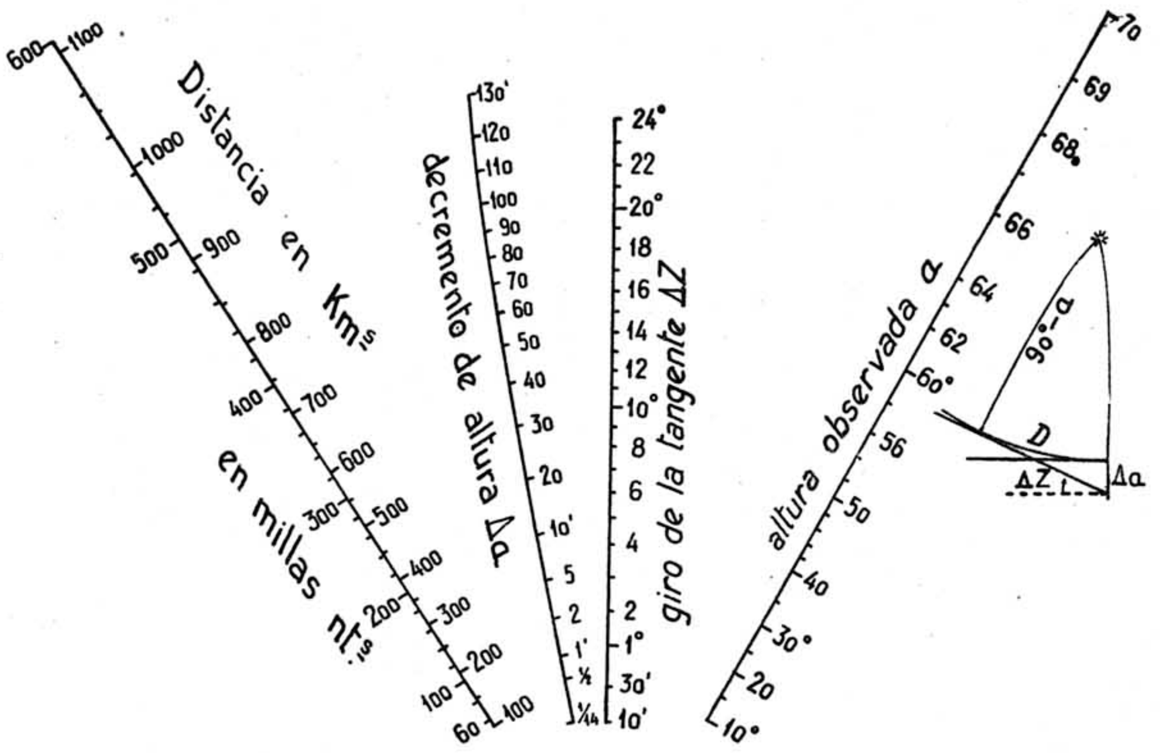
$$\sec a \,.\, \operatorname{sen} \frac{D}{2} = \operatorname{sen} \frac{\varphi}{2},$$

$$\operatorname{tg} a \,.\, \cos \varphi = \operatorname{tg} (a - \Delta a),$$

$$\operatorname{sen} a \,.\, \operatorname{sen} \varphi = \operatorname{sen} \Delta Z.$$

Con estos valores hemos construído el gráfico, que da las correcciones sobre una sola alineación de las graduaciones de distancia y altura observada, gracias a una discreta variación de los valores altos de la graduación de Δa, para remediar la falta de rigurosa proporcionalidad entre los valores de Δa y tg *a* dentro de la apreciación de los 5′ necesaria en navegación aérea.

Los límites de 100 kilómetros a 10° en la distancia y de 10 a 70 en la altura se han tomado, en su sentido superior, dentro de lo que no conviene sobrepasar, so riesgo de error considerable, por gran curvatura en el círculo de altura y de trascendencia en el error de distancia, y, respecto al inferior, por el escaso y despreciable valor de los resultados. Sin embargo, como cuando la altura es muy grande no se pueden despreciar, aún para el centenar de kilómetros, entonces se pueden tomar los valores, fáciles de calcular, doblando o duplicando las distancias y reduciendo en igual proporción el ΔZ y al cuarto, o céntimo, el Δa. Hasta los 40° se puede ampliar la distancia hasta los 1.600 kms., aplicando el mismo artificio con el divisor 2, como veremos luego al desarrollar el empleo del Spitzberg.



El día de Navidad de 1948 preparamos un vuelo de Sevilla (l = 37° 25 N, L 5° 02′ W Gr.) a la Habana (l = 23° 05 N, L = 62° 23 W), proponiéndonos salir a las seis de la mañana, hora oficial de Greenwich (5^h del reloj oficial), para llegar, a razón de unos 350 kilómetros por hora, 16^h después, guiándonos por el Sol. Con las declinaciones del Sol, variables de 23° 26 de partida a 23° 23 para media noche 25/26, se calculan las alturas y azimutes del Sol para trazar las curvas correspondientes a las horas de paso de puntos elegidos de hora en hora sobre la ruta que tienen el aire que indica la figura 3.

Debido a retrasos imprevistos, salimos a las ocho horas. Dos horas después, 10^h de Greenwich, debemos estar próximos al punto *B*; tomamos la altura del Sol, que resulta ser de 29° 40. El previsto para el cálculo, a esa hora, es el *A*, que nos dió azimut de 158° y 26° 58′ de altura. A escala mayor tomamos el punto *A*, y trazamos el azimut al Sol en dirección 158°, y en su dirección el segmento *AC* igual a 162 millas, que son los minutos de 3° 42 en que resultó superior (acercarse al astro) la altura observada 29° 40 sobre la calculada 26° 58′. Medimos en el mapa la distancia *CB*, que resulta ser de 354 millas ó 660 kilómetros. Con esa distancia y la altura observada entramos en el gráfico corrector, y hallamos $\Delta a = 10$ millas y $\Delta Z = 3°$. Tomamos *CD*, alejándonos del Sol 10′ por el punto *D*, un ángulo $ADX = 93°$, y *DX* resulta la recta de altura que viene a pasar por el SE. a unas 29 millas o 54 kilómetros del punto *B* de nuestra real estima, y corta nuestra ruta unos 126 kilómetros antes de *B*, y que representando una mengua excesiva de 63 kilómetros por hora en la prevista, indicará más bien una deriva de unos 50 kilómetros a la izquierda, que a los 700 recorridos viene a ser de sólo 4° y más explicable. Y es que la dirección 71°, que resulta para la tangente al círculo de altura, es para nuestro rumbo Oeste más línea de posición de deriva que de velocidad.

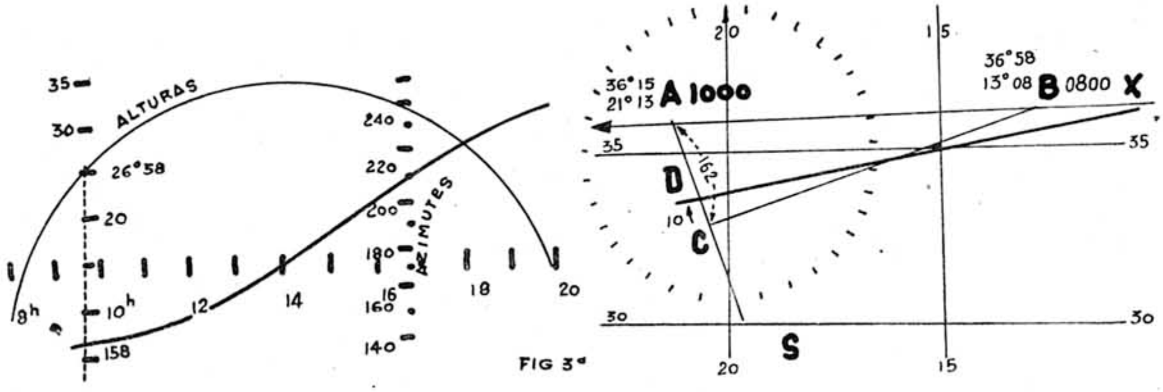


FIG 3ª

El 1 de enero de 1943, en vuelo de Reykjavik (Islandia), en demanda del Spitzberg, creemos encontrarnos en latitud 77° N. 20° E. de Greenwich, y a las 12^h 39, por un claro al W., logramos atisbar los caballos del Carro, identificar por su jinete Alcor, la estrella Mizar, de declinación boreal 55° 13′, y de ángulo sidéreo $(2\pi - AR) = 159° 35$, con altura de 53° 05. El azimut para el Polo se deduce de la hora sidérea o $H\gamma$ del momento en Greenwich, que da el Almanaque 290° 07′, que sumado al AS 159° 35, de Mizar, da 449° 42 ó $H = Z =$ $= 89° 42'$. Ese es el azimut a partir del Sur, y la altura los 55° 13′ de declinación de Mizar.

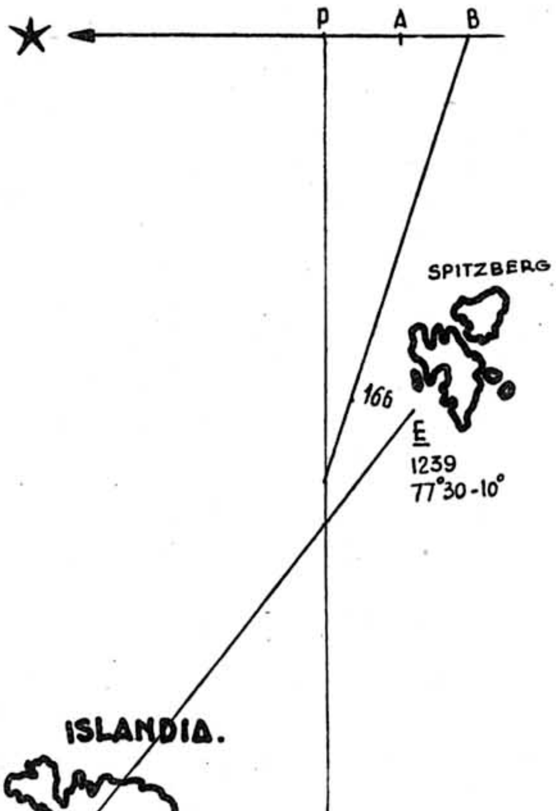


FIG 4.

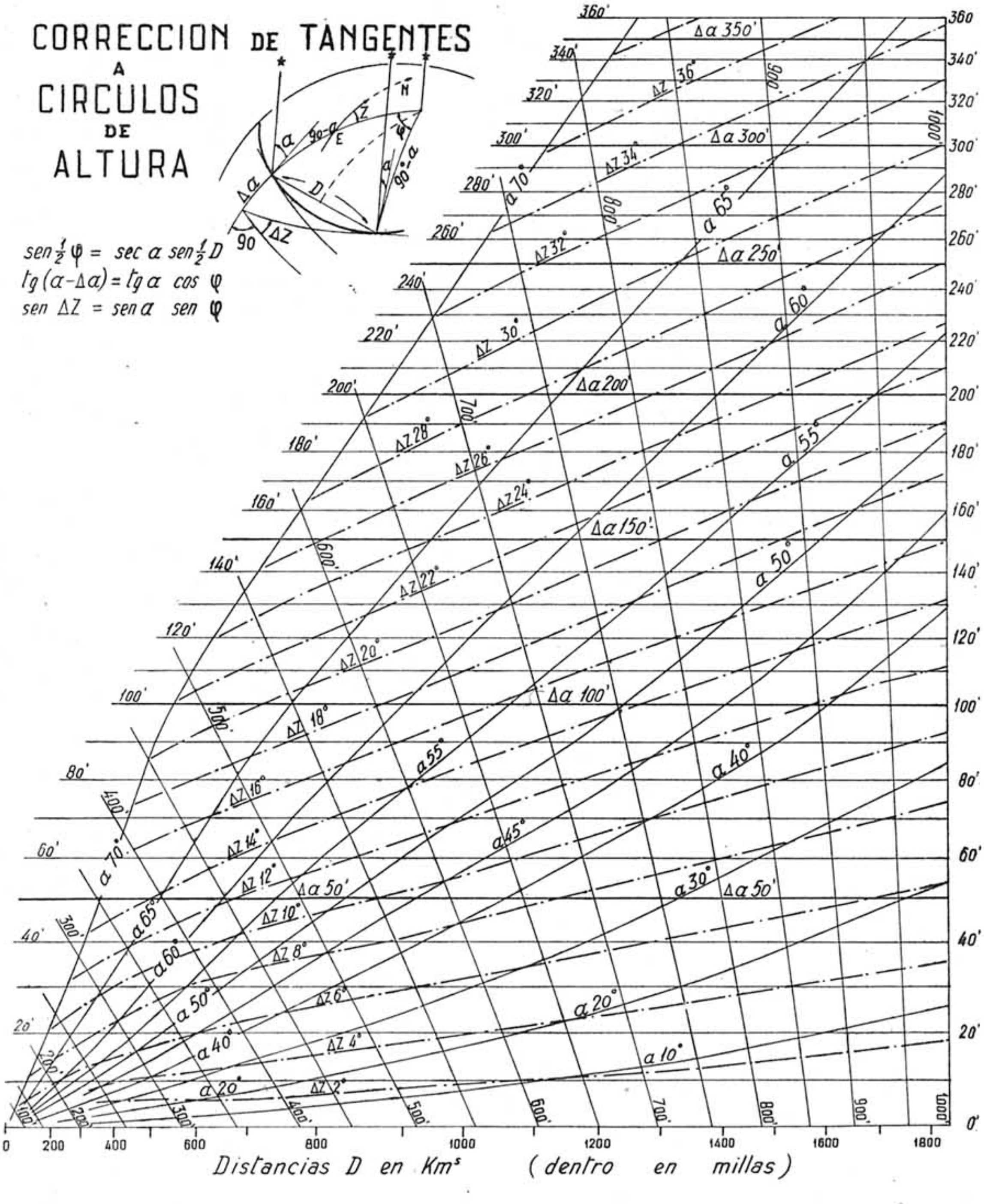
Como la observada 53° 05 es 2° 08′ = 128′, menor que la del Polo, tomaremos en PA las 128 millas hacia el Este, opuesto a la dirección del astro.

Este punto A dista de nuestra supuesta situación E 1.350 kilómetros. Alineamos en el gráfico 675 kms., mitad de los 1.350, a que no alcanza la escala, con la altura observada de 53°, y leemos $\Delta Z = 8°$ y $\Delta a = 27'$, cuyos doble y cuádruple son los valores $\Delta Z = 16°$ y $\Delta a' =$ $= 116'$ buscados.

Tomaremos AB en 116′, alejándonos de Mizar, y formando un ángulo Mizar $PBD = 90 -$ $- 16 = 74°$; trazamos la recta buscada de nuestra situación, que viene a pasar por D, a unos 166 kilómetros por el W. de nuestra supuesta estima.

Para quienes prefieran en vez de alineación de escalas, gráficos de redes de líneas cruzadas, que no requieren el empleo de la regla, hemos trazado otro gráfico, en el que se entra por abajo, con la distancia en millas o kilómetros, y se sube hacia la izquierda hasta cruzar la curva de altura, que son las de línea continua que suben hacia la derecha, o interpolando a ojo entre ellas.

El punto así determinado da Δa entre las



horizontales, y ΔZ entre las curvas de punto y trazo.

Esta construcción que se adapta a la representación de dependencias de cualquier ley matemática o empírica ha permitido extender, sin error fundamental, las distancias hasta las 1.000', más de 1.800 kilómetros.

Para valores pequeños que amontonan las líneas en el origen izquierdo debe emplearse la regla de doblar o decuplicar la distancia.