Campos de ascendencia utilizables para el vuelo a vela. Ascendencia orográfica hidrodinámica.

Por JOSE MARIA JANSA GUARDIOLA, Meteorólogo.

La teoría del vuelo sin motor no difiere esencialmente de la del simple vuelo planeado ordinario, pues todo aparato aislado en la atmósfera participa del movimiento de conjunto del estrato de aire, donde se encuentra y reacciona exactamente del mismo modo que si se hallase en el seno del aire en reposo. En ésta clase de vuelo actúa como motor el propio peso del aparato, y por consiguiente el movimiento producido es simplemente una caída. Es claro que gracias al perfil especial del ala que cae, que hace intervenir en forma conveniente la resistencia del aire, o lo que es igual, las condiciones de circulación del mismo a su alrededor, la trayectoria resultante no es puramente vertical, sino inclinada. Precisamente todo el éxito del planeo depende de una acertada elección de perfil que permita obtener trayectorias casi horizontales, y con ello pequeñísimas componentes verticales de la velocidad y largas duraciones de vuelo. No es nuestro objeto exponer la teoría del vuelo planeado, que puede estudiarse en cualquier tratado de Aerodinámica, y si hacemos esta ligera referencia es tan sólo para que sirva de introducción y enlace a nuestro tema. Cuando el aire que rodea el aparato que planea está en reposo, el aparato, naturalmente, va descendiendo con más o menos lentitud, pero desciende siempre. En cambio, si el aire, como ya hemos dicho, posee un movimiento de conjunto cualquiera, sensiblemente uniforme y homogéneo, el aparato participará de dicho movimiento, es decir, se moverá *con relación al aire* exactamente igual que antes, y por consiguiente se comportará con respecto a la Tierra de modo distinto. En particular, siempre que la componente vertical del movimiento propio del aire sea ascendente e igual o superior en valor absoluto a la velocidad de descenso del planeador, *éste no caerá*, o al contrario, se elevará. He aquí resumida toda la teoría del vuelo a vela, que queda reducida a un problema meteorológico: determinar la componente vertical del movimiento del aire y ver en qué casos excede el límite crítico característico de cada tipo de *velero*. Los mejores veleros serán, naturalmente, los que gocen de un valor límite pequeño, es decir, que admitan pequeñas velocidades de planeo, y los mejores pilotos serán los que sepan aprovechar esta propiedad hasta su límite, es decir, los que sepan colocar en todo momento su aparato *en forma* que su pérdida de altura por planeo (con relación al aire, no con relación al suelo) sea mínima. Una componente vertical ascendente del aire, aprovechable para el vuelo a vela, se llama en el *argot* del oficio una *ascendencia,* y se llaman lugares de *ascendencia* aquellos donde ésta se localiza. Ordinariamente las ascendencias no constituyen un campo continuo, sino que están distribuídas en zonas más o menos extensas, aisladas entre sí y con frecuencia separadas por zonas de *descendencia.* Estas zonas de descendencia interesan tanto al piloto como las de ascendencia por el peligro, o cuando menos, por la pérdida que para él significan.

Existen cuatro tipos de ascendencia, conocidos de antiguo y aprovechados sucesivamente por los pilotos, a saber: la *ascendencia orográfica,* debida a la inflexión de las trayectorias de una corriente de aire primitivamente horizontal por efecto del relieve del suelo, al cual tiende a adaptarse; la *ascendencia ondulatoria,* provocada por la tendencia al restablecimiento del equilibrio perdido, que suele localizarse a sotavento de un obstáculo fijo o móvil; la *ascendencia térmica* (llamada simplemente *térmica),* debida a la convección establecida a consecuencia del calentamiento del suelo; y por último, la *ascendencia frontal* sobre todo el frente frío tormentoso, llamada ascendencia de frente tormentoso, que se produce en la superficie de contacto de dos masas de aire heterogéneas, una de ellas activa. Por hoy nos limitaremos a considerar los dos casos más sencillos de ascendencia orográfica hidrodinámica.

ASCENDENCIA OROGRAFICA.—Una corriente de aire horizontal regular y homogénea que tropieza con un obstáculo montañoso, se desvía hacia arriba para remontarlo. El caso más sencillo es el de una rampa de longitud infinita, de sección constante y de eje perpendicular a la dirección de la corriente. Entonces el problema cinemático puede reducirse a dos dimensiones, bastando estudiar el movimiento en un plano vertical paralelo a la velocidad de la corriente. La causa de la desviación es el rozamiento del aire con el suelo, que obliga al filete inferior a abandonar la horizontal y a adaptarse al propio perfil del obstáculo. Mientras no sobrevienen fenómenos de condensación el proceso es puramente hidrodinámico, y salvo la variación de densidad, no difiere esencialmente del que se produce en un líquido. Si además el régimen es permanente, las trayctorias de las partículas flúidas y las líneas de corriente instantánea coinciden entre sí. Una de ellas se confunde al mismo tiempo, como decimos, con el perfil orográfico; a gran distancia de éste todas son rectas horizontales, y a partir de cierta altura, por encima dejan de sufrir desviación alguna. Las ecuaciones de estas trayectorias deberían obtenerse integrando las ecuaciones fundamentales de la Hidrodinámica bajo las citadas condiciones límites; pero cuando el perfil del obstáculo es dado arbitrariamente, las dificultades analíticas se hacen enormes. Por esto se ha optado por invertir en cierta manera el problema: se construyen *a priori* campos de velocidades, combinando traslaciones con manantiales y sumideros, y se comparan las trayectorias obtenidas con el perfil dado; si éste puede confundirse con algunas de ellas, el problema está resuelto, pues si en un campo estacionario de velocidades se suprime una parte cualquiera del mismo, limitado por una línea de corriente, el campo restante subsiste sin variación.

Tomemos un sistema de coordenadas cartesianas con el eje x horizontal y el eje y vertical. El campo de velocidades vendrá dado por ecuaciones de la forma

$$v_x = f_1(x, z),$$
$$v_z = f_2(x, z),$$

y una línea de corriente, que por definición es tangente a la velocidad en cada uno de sus puntos, quedará definida siempre que se cumpla la condición $div.\ v = o$ (campo conservativo) por una ecuación de la forma $F(x, z) = K$, siendo K un parámetro cuyo valor cambia de una línea de corriente a otra, y puede, por tanto, servir de característica o cota para cada una de ellas. A lo largo de una línea de corriente se verificará:

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_z},$$

y también

$$\frac{dz}{dx} = \frac{f_2}{f_1},$$

o sea

$$f_1 \,.\, dz - f_2 \,.\, dx = 0,$$
$$F'_x \,.\, dz + F'_z \,.\, dx = 0.$$

La primera ecuación se integra fácilmente, pues la condición supuesta $div.\ v = o$ equivale a la condición de integrabilidad:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = -\frac{\partial f_2}{\partial z},$$

obteniéndose una solución de la forma

$$\psi(x, z) = C.$$

Como por otra parte es evidente la relación

$$\frac{F'_x}{F'_z} = \frac{\psi'_x}{\psi'_z},$$

se obtendrá

$$F(x, z) = G(\psi),$$

siendo G una función arbitraria. La ecuación deseada será, pues,

$$G\big(\psi(x, z)\big) = k.$$

Ahora bien; para que G sea constante es preciso y basta que lo sea ψ; o dicho con otras palabras: las ecuaciones $G = k$, y $\psi = k'$ representan la misma curva, siendo $k' = H(k)$, donde H designa la función inversa de G; por consiguiente, podemos prescindir de la función arbitraria y escribir sencillamente suprimiendo el acento

$$\psi(x, z) = k$$

como ecuación de la línea de corriente. La función ψ es la llamada por este motivo función de corrientes. La constante k se determina por la condición de pasar la curva por un punto dado de coordenadas x_o, z_o. El flujo a través de un segmento $A\,B$ cualquiera será:

$$\int_A^B (v_z \,.\, dx - v_x \,.\, dz),$$

o sea

$$\int_A^B \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial z} dz = \psi_B - \psi_A .$$

De aquí se deduce que si el flujo que circula entre cada dos líneas de corriente consecutivas ha de ser constante en todo el campo, bastará tomar valores sucesivos de k que formen progresión aritmética; entonces las curvas pueden acotarse con los números enteros de la sucesión natural, y la velocidad en cada punto resulta inversamente proporcional a la separación entre dichas líneas de corriente.

Las dos formas típicas de una rampa son el acantilado y la playa. Supondremos el campo no perturbado horizontal y con gradiente vertical de velocidad uniforme, por ser estas las condiciones que más se aproximan a la realidad; en cambio, prescindimos del movimiento de traslación homogéneo, renunciando con ello a la ventaja de tratar sólo con movimientos irrotacionales, porque en la práctica carecería de aplicación. Cuando se trata de movimientos u obstáculos de pequeña escala, como en la teoría de la sustentación, puede admitirse, y corrientemente se admite, la homogeneidad del campo no perturbado; pero cuando se trata de problemas de gran escala, como ocurre siempre en Meteorología, esto ya no puede hacerse, siendo este uno de los motivos que hacen la Hidrodinámica meteorológica más difícil que la Hidrodinámica aplicada.

COSTA ACANTILADA.—Sea en primer lugar un desplazamiento horizontal y un manantial. El campo de velocidades del desplazamiento horizontal sea dado por las ecuaciones

$$v_x = -(v_o + \beta z),$$
$$v_z = 0.$$

El torbellino de este movimiento es constante, pues

$$\text{Rot}_y . v = \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} = \beta,$$

y la constante β representa a la vez dicho torbellino y el gradiente vertical de la velocidad. El campo de velocidades de un manantial puntiforme de gasto $2\pi\alpha$ vendrá expresado a su vez por las ecuaciones

$$v_x = \alpha . \frac{x}{x^2 + z^2},$$

$$v_z = \alpha . \frac{z}{x^2 + z^2},$$

siendo α el valor absoluto de la velocidad a la unidad de distancia del manantial, y suponiendo que éste coincide con el origen de coordenadas. El movimiento es irrotacional, y por consiguiente admitirá un potencial de velocidades, propiedad que no podremos utilizar, porque, según ya hemos dicho, no la posee el otro movimiento con el cual queremos combinarlo. La función de corrientes del desplazamiento horizontal será

$$\psi_1 = \left(v_o z + \frac{\beta}{2} z^2\right) + C,$$

y la del manantial,

$$\psi_2 = \alpha . \text{arctg} . \frac{z}{x} + C'.$$

Por otra parte, el principio de la conservación del torbellino de Helmholtz exige que el rótor de la velocidad a lo largo de una línea de corriente sea constante, es decir:

$$\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} = \Delta^2 \psi = C'';$$

y para que esto se verifique, tanto en el movimiento resultante como en los componentes, esta constancia debe valer para todo el plano. Dicho con otras palabras: cuando esta condición se cumple, la superposición de dos movimientos da lugar a otro movimiento, cuya función de corrientes se obtiene simplemente sumando las de los movimientos parciales. Hemos visto que el desplazamiento horizontal posee rótor constante igual a β; el manantial produce un movimiento irrotacional, es decir, de rótor nulo, y por tanto también constante; luego podemos sumar las dos funciones de corrientes y obtener así la función de corrientes del movimiento compuesto:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \left(v_o z + \frac{\beta}{2} z^2\right) + \alpha . \text{arctg} . \frac{z}{x},$$

prescindiendo de las constantes arbitrarias. La línea de corriente $\psi = o$ se descompone en el eje de abscisas $z = o$ y una curva de aspecto parabólico que corta a dicho eje en el punto neutro (de velocidad nula), donde se equilibran la velocidad debida a la traslación con la debida al manantial. La abscisa de este punto se obtendrá mediante la condición

$$v_o = \frac{\alpha}{x},$$

o sea

$$x_o = \frac{\alpha}{v_o}.$$

Esta es la única curva que corta el eje de abscisas, pues dos líneas de corriente de distinta cota no pueden cortarse. La marcha de los filetes flúidos en las inmediaciones de esta línea de corriente singular está esquematizada en la figura 1, donde se ha desdoblado para mayor claridad. Si ahora tomamos la repetida línea como perfil de costa acantilada, las restantes líneas de corriente representarán la circulación del aire por encima de ella en condiciones muy próximas a la realidad. Para dibujarlas puede seguirse un sencillo método de superposición: las líneas de corriente del desplazamiento

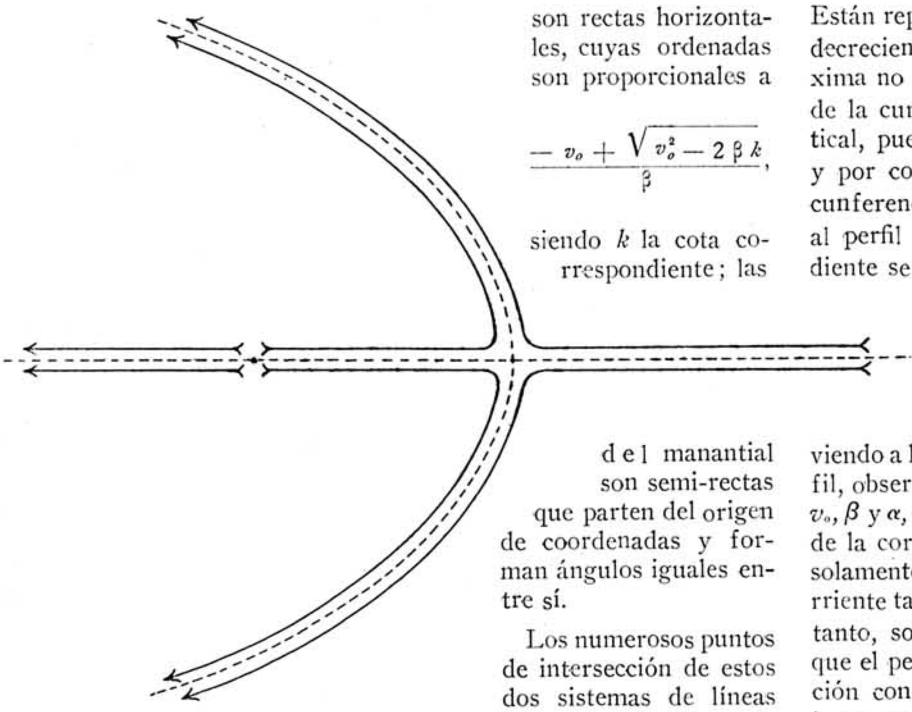

Figura 1.

son rectas horizontales, cuyas ordenadas son proporcionales a

$$\frac{-v_o + \sqrt{v_o^2 - 2\beta k}}{\beta},$$

siendo k la cota correspondiente; las del manantial son semi-rectas que parten del origen de coordenadas y forman ángulos iguales entre sí.

Los numerosos puntos de intersección de estos dos sistemas de líneas determinan las líneas de corriente del campo compuesto, cuyas cotas son la suma algebraica de las cotas de las líneas que se cortan. Los resultados obtenidos están representados en la figura 2.

El campo de ascendencias vinculado a esta distribución de corrientes se obtendrá utilizando la fórmula

$$v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\alpha x}{x^2 + z^2},$$

que depende solamente del manantial, como era de esperar, pues el desplazamiento horizontal carece por hipótesis de componente vertical. Las curvas $v_z =$ *constante* son circunferencias tangentes al eje de abscisas en el origen de coordenadas, cuyo radio, llamando m a la constante, vale $\frac{\alpha}{2m}$.

Están representadas en la misma figura 2 para valores de m, decrecientes en progresión aritmética. La ascendencia máxima no se encuentra, como pudiera pensarse, en el vértice de la curva de perfil del terreno, donde la tangente es vertical, pues cabalmente en dicho punto la velocidad es nula, y por consiguiente la ascendencia también. Entre las circunferencias de igual ascendencia hay una que es tangente al perfil del terreno, y en el punto de contacto correspondiente se encuentra la máxima ascendencia útil. Su posición puede obtenerse gráficamente con suficiente aproximación una vez dibujado el perfil del terreno; por tanto, como punto límite de las dos series de puntos de intersección de las demás circunferencias con dicho perfil. Volviendo a la curva $\psi = o$, que hemos asimilado al repetido perfil, observaremos que su ecuación contiene tres parámetros: v_o, β y α, de los cuales los dos primeros dependen del régimen de la corriente atmosférica, y por consiguiente disponemos solamente del tercero para adaptar un perfil dado a una corriente también dada. Teóricamente el problema no tiene, por tanto, solución en general; es decir, que aun suponiendo que el perfil dado sea representable por medio de una ecuación con tres parámetros del tipo supuesto, sucede que al imponer valores arbitrarios a dos de ellos, no es posible, en general, encontrar un valor apropiado para el tercero que reproduzca la misma curva, salvo un movimiento de traslación. Para el aprendizaje del vuelo a vela sería muy ventajoso construir artificialmente un talud en el terreno por encima del cual pudiese calcularse *a priori* y exactamente la distribución de las ascendencias. Pues bien: según lo que acabamos de decir, esto no puede lograrse con todo rigor, porque el perfil que serviría para un régimen determinado de la corriente atmosférica no serviría para ningún otro. Lo único que puede hacerse es acomodar el citado perfil lo mejor posible a las condiciones medias del viento en la región. Conocido el perfil y las características de la corriente atmosférica a la cual debe encontrarse expuesto, se puede proceder de la siguiente manera para dibujar en la práctica el campo hidrodinámico correspondiente con la mayor aproximación posible y su campo propio de ascendencias.

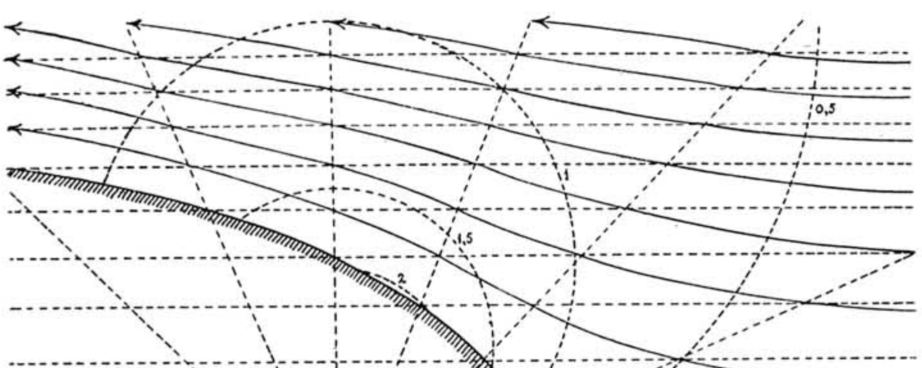

Figura 2.

Sea AB (fig. 3) el perfil; las rectas horizontales representan las líneas de coriente del campo no perturbado para valores enteros sucesivos de ψ; por consiguiente, el flujo entre cada dos de ellas consecutivas es el mismo y la velocidad en cada punto es inversamente proporcional a la distancia que las separa. Tomemos tres puntos del perfil tales que las cotas de las rectas horizontales que pasan por ellos formen progresión aritmética; por ejemplo, B, M y A. Ahora se trata de encontrar sobre la recta CD un punto desde el cual se vean los segmentos AM y BM bajo ángulos iguales, para servir de foco al manantial ficticio. El lugar geométrico de los puntos que gozan de esta propiedad es una curva de cuarto grado, que puede cortar a la recta CD en cuatro puntos o menos (uno de los cuales es siempre el punto B). Se construyen por puntos los trozos de curva que interesan (véase nota) y se dibujan las líneas de corriente y el perfil teórico que les corresponde para cada solución. Comparando estos perfiles con el perfil real dado, se verá si la solución encontrada es utilizable en la práctica.

Playa.—Consideremos ahora el mismo desplazamiento horizontal:

$$v_x = -(v_o + \beta z)$$

y un campo de deformación definido por la distribución de velocidades:

$$v_x = -k x,$$
$$v_z = +k z.$$

El movimiento es conservativo, y la función de corrientes correspondiente será:

$$\psi_2 = k x z + C'.$$

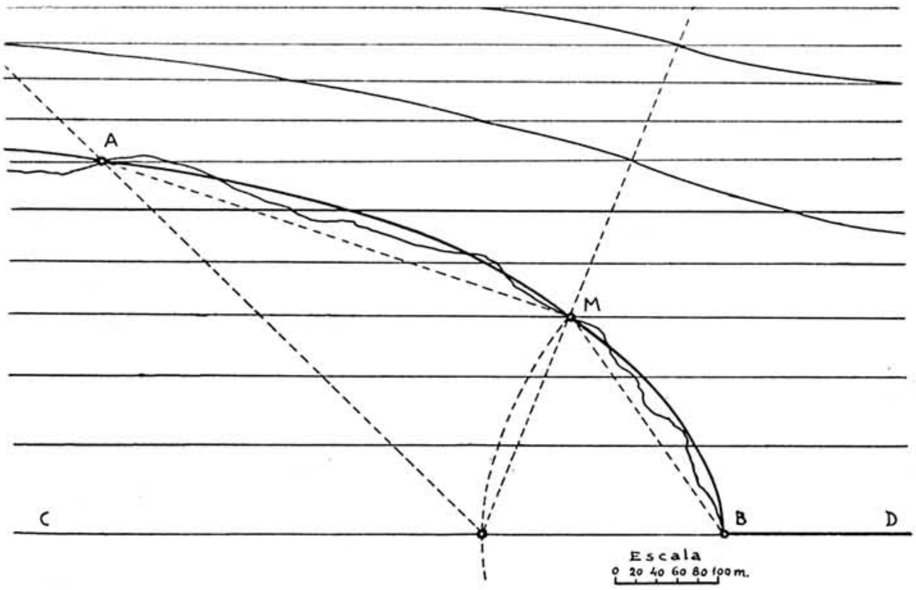

Figura 3.

Las trayectorias son, pues, hipérbolas equiláteras. Como además el torbellino es nulo, podremos aplicar el método de superposición. La función de corriente del movimiento compuesto será:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \left(v_o z + \frac{\beta}{z} z^2\right) + k x z,$$

prescindiendo de las constantes arbitrarias. La línea de corriente $\psi = o$ se descompone en el eje de abscisas $z = o$ y la recta

$$z = -\frac{2k}{\beta} \times - \frac{2 v_o}{\beta}.$$

Las demás líneas de corriente son hipérbolas que tienen estas dos rectas como asíntotas. Si ahora prescindimos de tres de los cuatro ángulos que las asíntotas forman entre sí, el campo restante representará el curso del aire por encima de una playa de perfil rectilíneo. El campo de ascendencias correspondiente vendrá dado por la fórmula

$$v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x} = k z,$$

que da rectas paralelas al eje de abscisas, equivalentes entre sí.

La ecuación del perfil contiene tres parámetros: v_o, β y k, de los cuales solamente el último es arbitrario, pues los dos primeros caracterizan el régimen de la corriente atmosférica, que hay que suponer dada *a priori*. Si se da también la pendiente del perfil θ, k quedará determinada siempre por la ecuación

$$-\frac{2k}{\beta} = \text{tg}\,.\,\theta;$$

es decir, que cuando el perfil es rectilíneo, el trazado de las líneas de corriente en todos los casos tiene solución exacta, cosa que no ocurría en el problema anterior.

Es curioso notar que mientras la acción de una pendiente acantilada es máxima en su inmediata vecindad y va decreciendo rápidamente con la distancia y con la altura, la acción de una pendiente plana se extiende a infinita distancia, sin disminuir, y crece con la altura más allá de todo límite. Naturalmente que en la práctica esto no puede ocurrir, y el motivo de tal anomalía debe buscarse en la hipótesis que hemos hecho de una pendiente ilimitada, condición irrealizable en la práctica. Esto no impide que la imagen de las líneas de corriente y de sus ascendencias correspondientes por nosotros trazada no tenga un positivo valor práctico en las inmediaciones de una pendiente, sin duda con mayor aproximación cerca de una pendiente acantilada que cerca de una pendiente plana.

Antes de terminar añadamos todavía una advertencia importante. Hay que guardarse de confundir la ascenden-

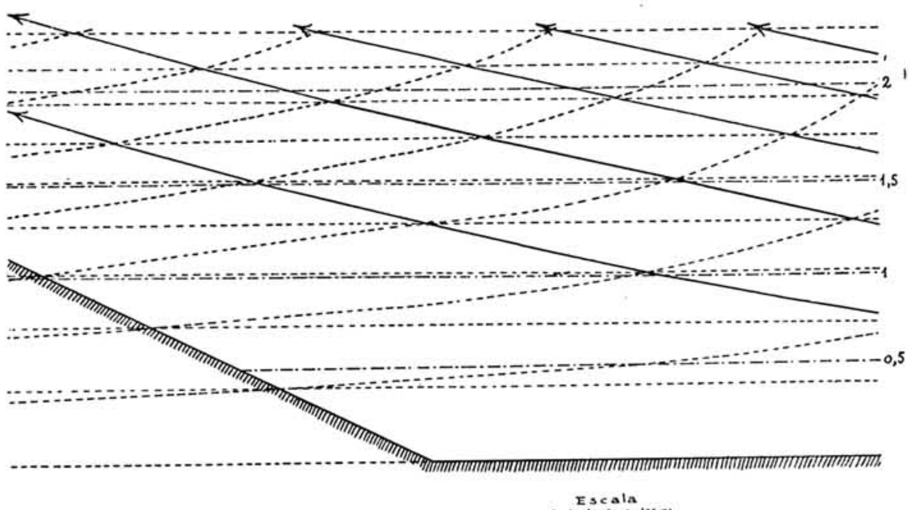

Figura 4.

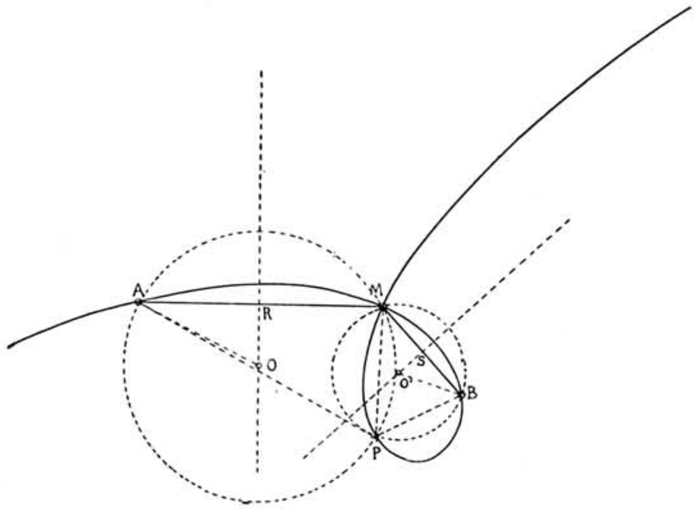

Figura 5.

cia con la pendiente de las líneas de corriente. La ascendencia es la componente vertical de la velocidad, que no solamente depende de dicha pendiente, sino también de la velocidad absoluta. Así puede ocurrir que una disminución de pendiente resulte compensada por un aumento de la velocidad; es lo que ocurre de una manera rigurosa en el caso de las líneas de corrientes hiperbólicas sobre una playa al recorrer una horizontal, pues a medida que nos alejamos, si bien la pendiente de la línea de corriente tiende á cero, la velocidad tiende a infinito, pues la sección de todos los tubos de flujo es infinitísima. Sería, también por la misma razón, gran error pensar que a lo largo de una pendiente a ras del suelo se va a encontrar una ascendencia constante, cuando en realidad se irá encontrando una ascendencia creciente a medida que se sube, pues si la inclinación en este caso permanece constante, la sección del tubo de flujo tiende a cero, y por consiguiente, la velocidad tiende a infinito.

Es sabido que las primeras enseñanzas de vuelo sin motor se dan aprovechando las ascendencias orográficas puramente hidrodinámicas de una larga ladera de perfil constante, en condiciones parecidas a las consideradas aquí por nosotros. El estudio teórico previo del problema proporciona un criterio fácil para decidir sobre las ventajas o inconvenientes en la elección de terrenos, e incluso, si es preciso, permite introducir racionalmente aquellas correcciones de perfil que quizá con poco trabajo podrían convertir un talud natural en otro perfectamente ajustado al perfil teórico necesario para obtener un régimen regular de ascendencias, circunstancia precisa para todo principiante.

Nota.—Sean A, M y B tres puntos y sea P un punto del lugar. Si O y O' son los centros de los círculos circunscritos a los triángulos PAM y PMB, los triángulos OAM y OMB serán semejantes. Luego tenemos la siguiente construcción: Se toma sobre la mediatriz de AM un punto cualquiera O, y haciendo centro en él se traza la circunferencia que pasa por A y M; después se busca el punto O' sobre la mediatriz de MB, tal que

$$\frac{O'S}{OR} = \frac{MB}{AM}$$

(o bien ang. $MBO' =$ ang. MAO), y se traza la circunferencia que pasa por M y B. El punto P, de intersección de ambas circunferencias, pertenece al lugar.