

# LA FLEXIÓN en las PÁLAS ARTICULADAS

de hélices sustentadoras y modo de anularla.

CTE. BLANCO PEDRAZA.  
INGENIERO AERONAUTICO

(Primer premio bis de nuestro Concurso de artículos, en el tema de "Aerotecnia".)

Los esfuerzos y sacrificios de diversa índole que en la actualidad se dedican en varios países, más o menos activa y ostensiblemente, a resolver el cúmulo de problemas que en suma exige la realización del vuelo vertical, nos han hecho pensar sobre un problema básico del mismo. Se trata concretamente de un aspecto del cálculo estático de las palas de las hélices sustentadoras, que constituyen uno de los elementos fundamentales del autogiro y del helicóptero, y para puntualizar más el problema, anticipamos que nos limitaremos a estudiar los esfuerzos de flexión que se originan

ma velocidad, "tirón" a la máxima velocidad de vuelo horizontal, vuelos picados, vuelos en viraje y toma de tierra con motor parado (1), casos en los que, por lo menos, deberán ser analizadas las cargas sobre las palas. Aunque fácilmente se comprende que los casos citados son más exigentes que el de vuelo "estático", estudiamos éste, ya que, por su menor complicación en la determinación de las cargas, nos permite no hacer demasiado extenso este trabajo, cuya principal finalidad es deducir la deformación inicial que debemos dar al eje longitudinal de una pala conocida para que solamente trabaje a tracción, o, también, deducir la forma en planta que debemos dar a una pala para que, conservándose dicho eje siempre recto, éste solamente trabaje a tracción.

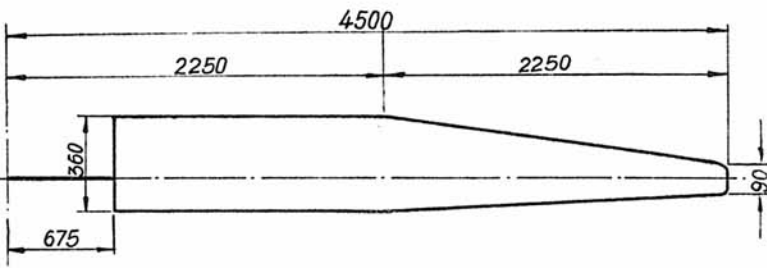


Figura 1.

en dichas palas y la forma que debemos dar a éstas para tratar de eliminarlos.

Consideraremos como fuerzas principales a soportar por cada pala de una hélice sustentadora, la fuerza centrífuga y la reacción del aire, originadas al girar ésta, despreciando por el momento las fuerzas de inercia motivadas por las variaciones de su velocidad de giro, e incluso de su puesta en marcha, ya que estando generalizado el empleo de amortiguadores de diversos tipos—destinados a neutralizar en gran parte los efectos de tales fuerzas—, su influencia sobre las palas queda muy reducida.

Vamos a estudiar las fuerzas en el caso de vuelo "estático" (1) que, entre los más pesados que el aire y sin viento en contra, solamente el helicóptero ha podido realizarlo hasta el presente. El procedimiento de cálculo que vamos a seguir es, con ligeras modificaciones, aplicable en líneas generales a los casos de despegue vertical, vuelo vertical a la máxima velocidad ascensional, vuelo horizontal a su máxi-

No nos detendremos en las consideraciones que deben tenerse presentes al hacer la elección del perfil de la pala, así como al fijar la forma y dimensiones de ésta, circunstancia que, como veremos, influye grandemente en que predominen fuerzas de una u otra naturaleza sobre la pala. Haremos el estudio sobre la pala de una hélice sustentadora trípala, cuya forma y dimensiones se indican en la figura 1, que en el caso de vuelo "estático", para suministrar una sustentación total de 900 kilogramos, ha de girar a 6 r. p. s., con un ángulo de ataque que suponemos constante a lo largo de la pala y al que corresponde un coeficiente de sustentación que, para simplificar la presente exposición, también suponemos constante,  $c_{L1} = 0,53$ .

En estas condiciones, las palas, supuestas convenientemente articuladas en su arranque e indeformables, bajo el efecto de su fuerza centrífuga y del peso del helicóptero, tomarán una posición de equilibrio dinámico que puede apreciarse en la figura 2, donde

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{3} \cdot \frac{G}{F},$$

siendo G el peso del aparato y F la fuerza centrífuga de cada pala.

En cada sección transversal  $p$  de la pala existe la fuerza centrífuga local  $f$ , perpendicular al eje de rotación y la sus-

(1) Llamamos vuelo "estático" al que permite mantenerse libremente en el aire, a altura invariable sobre la vertical de un punto de la superficie terrestre, mediante el accionamiento apropiado de dispositivos que proporcionen la sustentación necesaria.

(1) Suponemos al helicóptero provisto de los dispositivos necesarios para que durante el vuelo, si el motor se para, la hélice pueda seguir girando por autorrotación y proporcionar una sustentación que le permita descender sin riesgo. En el autogiro, durante el vuelo, la hélice sustentadora siempre gira libremente, sin conexión mecánica con el motor.

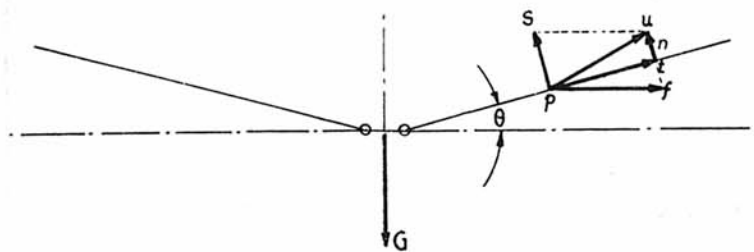


Figura 2.

tentación local  $s$ , perpendicular al eje longitudinal de la pala en ese punto; la resultante local  $u$  podemos descomponerla en una fuerza  $n$ , normal a la pala, y otra  $t$ , según la dirección del eje de la misma, provocando la primera de éstas, flexión, y la segunda, tracción en la citada pala.

En un elemento de pala, de envergadura  $dr$ , situado a la distancia  $r$  del eje de giro, la sustentación vale ( $\Gamma$ ) al nivel del mar,

$$ds = \frac{C_L}{16} (2\pi \cdot r \cdot 6)^2 \cdot c(r) \cdot dr \approx 0,47 r^2 \cdot c(r) dr \text{ ,,}$$

siendo  $c(r)$  el valor de la cuerda de la sección transversal de la pala a la distancia  $r$  del eje de giro, y por consiguiente, la ley de variación de la sustentación a lo largo de la pala es, como puede comprobarse fácilmente, la de la curva  $s = s(r)$ , que aparece en el diagrama de la figura 3; por otra parte, la fuerza centrífuga del mismo elemento, supuesto de masa  $dm$ , valdrá:

$$df = (2\pi \cdot 6)^2 \cdot r \cdot dm \approx 1420 r \cdot dv \text{ ,,}$$

y cuya ley de variación a lo largo de la pala aparece representada por la curva  $f = f(r)$  del diagrama de la figura 3.

La integración de las funciones  $s = s(r)$  y  $f = f(r)$ , entre los límites correspondientes, nos dan la sustentación y la fuerza centrífuga totales de la pala respectivamente, que valen  $S = 306 \text{ kgs.}$  y  $F = 1.575 \text{ kgs.}$

Por tanto, volviendo a la figura 2, tenemos que

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{3} \cdot \frac{900}{1575} = 0,1894 \text{ y } \theta \approx 10^\circ 40'$$

También se tiene que

$$G = 3S \cdot \cos \theta = 3 \cdot 306 \cdot 0,982 \text{ kgs.} \approx 900 \text{ kgs. ,,}$$

y por consiguiente, en primera aproximación, la posición de equilibrio dinámico de las palas es aquella en que  $\theta = 10^\circ 40'$ .

Para calcular el efecto que producen sobre las palas las fuerzas que acabamos de

obtener, es necesario proceder por aproximaciones sucesivas, y en primera aproximación determinaremos en cada punto, a lo largo de la pala, la resultante de la fuerza centrífuga—dirigida, como es natural, perpendicularmente al eje de giro de la hélice—y de la sustentación—supuesta dirigida perpendicularmente a la recta que hemos admitido como posición de equilibrio dinámico de la pala y, precisamente, en el plano definido por esta recta y el eje de giro de la hélice—; esta resultante la descomponemos como dijimos al hablar de la figura 2. La ley de variación de las fuerzas normales al eje de la pala, del ejemplo que nos ocupa, está representada en la figura 4, así como la de los momentos de flexión que dicha ley de cargas origina. Después de dedu-

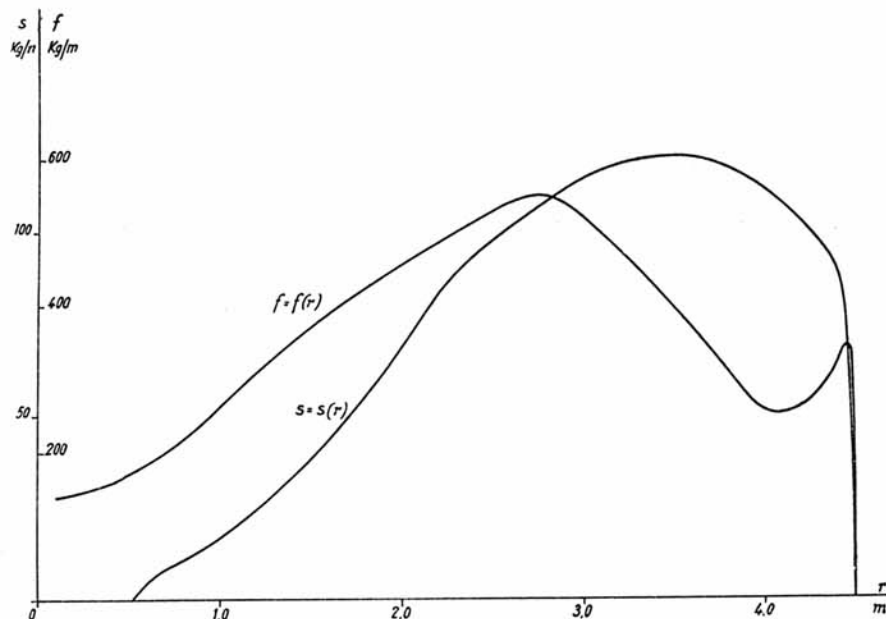


Figura 3.

cida la elástica repetiríamos los cálculos con la nueva dirección que corresponda en cada punto a la sustentación, ya que la fuerza centrífuga seguirá siendo normal al eje de giro de la hélice. Dado el valor relativamente pequeño de  $\theta$ , la

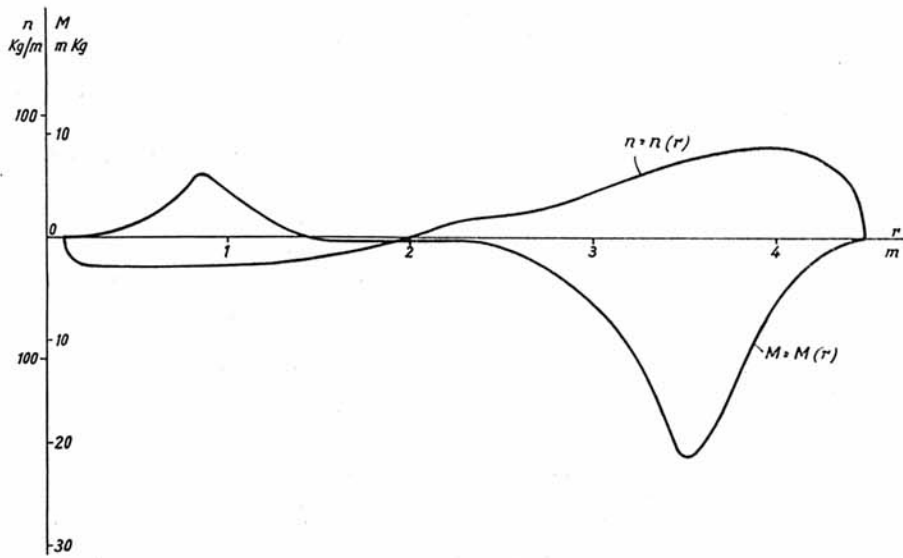


Figura 4.

(1) Prescindimos de la corrección del coeficiente de sustentación que habría de efectuarse para cada sección transversal de la pala por efecto del alargamiento y del número de Reynolds.

convergencia obtenida por este procedimiento es grande, y seguramente la segunda aproximación daría valores aceptables.

En el ejemplo que nos ocupa, el momento de flexión a que se ve sometida la pala no es despreciable, ni mucho menos, y en casos como éste se nos ocurre, para anular el citado momento, deformar inicial y permanentemente la pala, de modo que en cada punto la resultante de las fuerzas locales (1), sea tangente al eje de la misma. El problema analítico planteado en estos términos es sencillo, pues se reduce a resolver, como fácilmente puede comprobarse, la siguiente ecuación diferencial de primer orden:

$$y' \sqrt{f^2 - s^2} - s = 0 \quad ..$$

ya que, según las condiciones impuestas al eje de la pala, se tiene que

$$y' = \frac{s}{\sqrt{f^2 - s^2}} \quad ..$$

siendo, como ya sabemos, s y f la sustentación y fuerza centrífuga en cada punto de dicho eje, y por tanto tendremos que

$$\begin{aligned} y' = \frac{dy}{dr} &= \frac{\frac{C_L}{16} (2\pi r n)^2 \cdot c(r) \cdot dr}{\sqrt{[(2\pi n)^2 \cdot r \cdot dm]^2 - \left[\frac{C_L}{16} (2\pi r n)^2 \cdot c(r) \cdot dr\right]^2}} = \\ &= \frac{\frac{C_L}{16} (2\pi r n)^2 \cdot c(r) \cdot dr}{\sqrt{[(2\pi n)^2 \cdot r \cdot k [c(r)]^2 \cdot \frac{\rho}{g} \cdot dr]^2 - \left[\frac{C_L}{16} (2\pi r n)^2 \cdot c(r) \cdot dr\right]^2}} = \\ &= \frac{\frac{C_L}{16} \cdot r}{\sqrt{\left[k \cdot c(r) \cdot \frac{\rho}{g}\right]^2 - \left[\frac{C_L}{16} \cdot r\right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{16\rho}{g}\right)^2 \left(\frac{k \cdot c(r)}{r}\right)^2 - 1}} \quad .. \end{aligned}$$

donde  $\rho$  es la densidad del material de la pala supuesta maciza,  $c(r)$  la consabida cuerda del perfil de la pala a la distancia  $r$  del eje de giro, y  $k$  un coeficiente de reducción por el que ha de multiplicarse el área del cuadrado que tiene por lado la cuerda de dicho perfil, para obtener el área encerrada por éste.

Por tanto, la ecuación de la curva que debe adoptar el eje de la pala para que trabaje solamente a tracción, referida al eje de rotación como eje  $y$ , y a la perpendicular a éste en su unión con la pala, como eje  $r$ , será:

$$y = \int \frac{dr}{\sqrt{\left(\frac{16\rho}{g}\right)^2 \left(\frac{k \cdot c(r)}{r}\right)^2 - 1}} + C, \quad (*)$$

pudiendo obtenerse el valor de la integral, exacta o aproximadamente, según la expresión que adopte  $k \cdot c(r)/r$ , y de-

(1) Sustentación y fuerza centrífuga, pues ya veremos más adelante que el efecto de la resistencia al avance es de reducida importancia.

terminándose el valor de la constante  $C$  por las condiciones en los límites.

Ahora bien: la dificultad de dar expresión analítica a dm en casos como el que nos ocupa, que suponemos la pala constituida heterogéneamente, nos obliga a atacar el problema gráficamente y proceder por aproximaciones sucesivas.

Para obtener una primera aproximación de la forma que debemos dar al eje de la pala, procederemos del siguiente modo:

A partir siempre de un punto  $O$  (fig. 5), llevamos horizontalmente las fuerzas centrífugas locales  $1_f, 2_f, 3_f, \dots, v_f$ , correspondientes a secciones transversales de la pala, que dista cada una de la siguiente la longitud  $\delta$  (1), y a partir del mismo origen, y en la dirección que forma un ángulo  $\frac{\pi}{2} + \theta$  con la horizontal, llevamos las sustentaciones locales  $1_s, 2_s, 3_s, \dots, v_s$  correspondientes a los mismos puntos, y posteriormente determinamos el haz de resultantes  $1_r, 2_r, 3_r, \dots, v_r$ , las cuales deben ser paralelas a las tangentes, a la curva que tratamos de dar al eje de la pala, en los puntos correspondientes. Por el punto  $e$  tracemos una paralela a  $1_r$  y tomemos en ella, a partir de dicho punto, la longitud  $\delta/2$ , y obtendremos el punto  $m$ , por el que trazamos la paralela a  $2_r$ , sobre la que llevamos a partir de  $m$  la longitud  $\delta$ , obteniéndose el punto  $n$ , por el que trazamos la paralela a  $3_r$ , sobre la que llevamos la longitud  $\delta$ , y así sucesivamente. La curva tangente al contorno poligonal obtenido, en  $e$  y en los puntos medios de los lados de dicho contorno, será una primera aproximación a la que debe tener el eje de la pala, para que la resultante de las fuerzas en cada punto sea tangente a él en dicho punto y, por tanto, no trabaje a flexión, sino exclusivamente a tracción. Una segunda aproximación la obtendremos repitiendo las construcciones anteriores, pero tomando las sustentaciones  $1_s, 2_s, 3_s, \dots, v_s$ , normales, en los puntos correspondientes a la curva que acabamos de obtener, en lugar de estar todas orientadas en la dirección de la recta que forma el ángulo  $\frac{\pi}{2} + \theta$  con la horizontal. Reite-

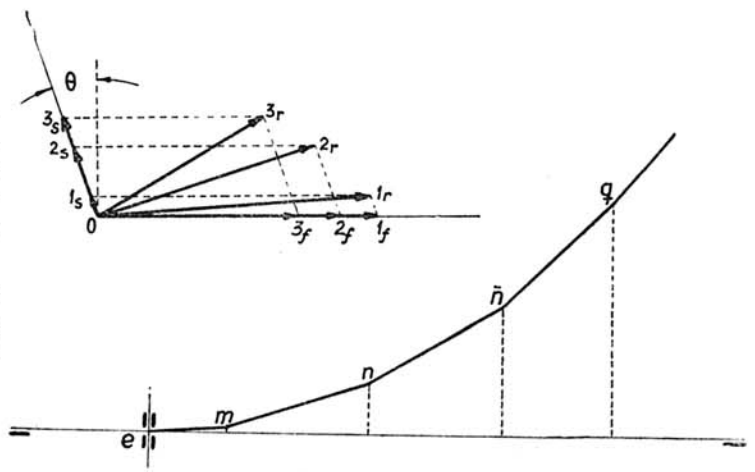


Figura 5.

rando el método tendremos sucesivas aproximaciones a la curva deseada.

En el caso concreto de la pala que nos ocupa, efectuadas

(1) Cuanto más pequeño se tome  $\delta$ , mayor aproximación tendremos.

por este método la primera y segunda aproximación, se deduce que la corrección efectuada a la primera para obtener la segunda, es del orden del 0,35 por 100 de la distancia de cada punto al eje de giro de la hélice. Una tercera aproximación apenas se diferenciaría de la segunda, ya que la nueva dirección de la sustentación en cada punto apenas varía con respecto a la que nos ha servido para determinar la segunda aproximación, que en la práctica puede considerarse, por consiguiente, como aceptable.

Con lo que antecede hemos deducido la configuración que debe tener el eje de la pala, considerando el efecto de la sustentación y de la fuerza centrífuga, y, por consiguiente, la curva obtenida estará toda ella situada en un plano que pase por el eje de giro de la hélice; pero para considerar la reacción del aire sobre la pala, hemos de tener en cuenta no solamente la sustentación, sino también la resistencia al avance de la misma, y superponer su efecto al ya calculado. La distribución de la resistencia al avance, a lo largo de la pala, nos la puede representar la curva  $s = s(r)$  de la figura 3, reduciendo las ordenadas en la relación  $c_R / c_L$  o, sencillamente, cambiando la escala en la proporción correspondiente.

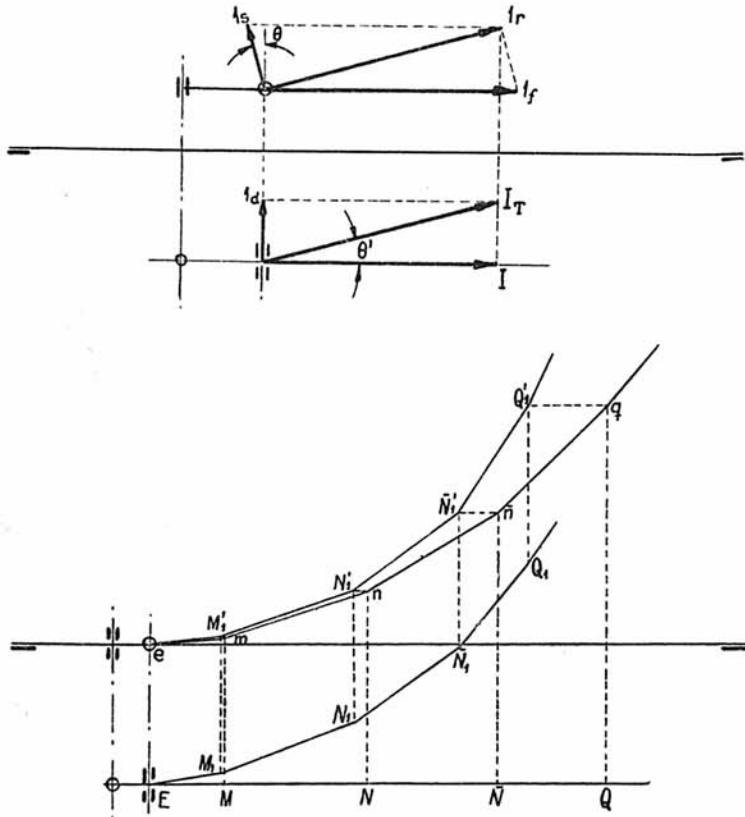


Figura 6.

Para obtener el efecto de la resistencia al avance sobre la pala, procederemos prácticamente del siguiente modo (figura 6): En cada punto determinaremos la resultante de la proyección horizontal I, II, III, ..., V, de la resultante local  $I_r, 2_r, 3_r, \dots, v_r$ —que hallamos al hablar de la figura 5—y de la resistencia al avance local  $I_a, 2_a, 3_a, \dots, v_a$ , y tendremos la proyección horizontal,  $I_T, II_T, III_T, \dots, V_T$ , de la resultante total  $I_T, 2_T, 3_T, \dots, v_T$ . Tomando ahora de la figura 5 el contorno poligonal  $emn \dots v$ , que obtuvimos, y

proyectándolo horizontalmente obtenemos los puntos E, M, N, ... V; por E trazamos la paralela a  $I_T$ , y en ella tomamos a partir de E la longitud  $EM_1 = EM$ ; por  $M_1$  trazamos la paralela a  $II_T$ , y en ella tomamos la longitud  $M_1 N_1 = MN$ ; así sucesivamente procederemos con todos los lados del contorno poligonal, y teniendo presente que las proyecciones horizontales de los mismos no son todas de igual longitud, obtenemos los nuevos contornos  $EM_1 N_1 \dots V_1$  y  $eM'_1 N'_1 \dots v'_1$ , que serán las proyecciones horizontal y vertical, respectivamente, del contorno poligonal del espacio. Este contorno, en primera aproximación, es tangente a la curva que debe seguir el eje de la pala para no estar sometida más que a esfuerzos de tracción. Dicha curva en proyección horizontal será tangente a la proyección horizontal del contorno poligonal en E y en los puntos medios de los restantes lados del citado contorno; análogamente le sucede a la proyección vertical, y de ambas proyecciones podemos deducir los puntos reales de la curva.

Podríamos reiterar el método, incluso corregido el efecto del viento oblicuo, y obtener una segunda aproximación; pero preferimos poner de manifiesto que la proyección horizontal de la configuración, que debe tener el eje de la pala, exige muy poca deformación en ese sentido, y, para ello, vamos a calcular una cota superior de la proyección horizontal de la flecha en el extremo de la pala.

Si calculamos el valor máximo de  $\theta'$  y suponemos que las proyecciones  $I_T, II_T, III_T, \dots, V_T$  de todas las resultantes forman dicho ángulo máximo con la paralela a la línea de tierra, el valor de la proyección horizontal de la flecha en el extremo será  $\Delta_1 < P \cdot \cos \theta \cdot \text{tg } \theta'$ , siendo P la longitud inicial de la pala,  $\theta$  el ángulo que en la posición de equilibrio dinámico forma al eje de la pala, supuesto recto e indeformable, con la horizontal, y  $\theta'$  el que forma cada lado del contorno  $EM_1, N_1, \dots, V_1$  con la recta  $EQ$ ; pero tenemos que en cada punto

$$\text{tg } \theta' = \frac{d}{f - s \cdot \text{sen } \theta} = \frac{s/\varepsilon}{f - s \cdot \text{sen } \theta} = \frac{1}{\varepsilon \left( \frac{f}{s} - \text{sen } \theta \right)}$$

siendo d la resistencia al avance, en el punto que se considere;  $\varepsilon$  el rendimiento del perfil, correspondiente al ángulo de ataque a que están trabajando las palas de la hélice, teniendo los restantes elementos el significado que ya conocemos; por tanto, podemos escribir:

$$(\text{tg } \theta')_{\text{máx}} < \frac{1}{\varepsilon \left[ \left( \frac{f}{s} \right)_{\text{mín}} - (\text{sen } \theta)_{\text{máx}} \right]}$$

$$y \quad \frac{\Delta_1}{P} < \frac{\cos \theta}{\varepsilon \left[ \left( \frac{f}{s} \right)_{\text{mín}} - (\text{sen } \theta)_{\text{máx}} \right]}$$

En la pala del caso que nos ocupa tenemos que

$$\left\{ \begin{array}{l} P = 4,5 \text{ m} \\ \theta = 10^\circ 40' \\ \varepsilon = 20 \\ \left( \frac{f}{s} \right)_{\text{mín}} = 2,23 \\ (\text{sen } \theta)_{\text{máx}} = 0,424 \end{array} \right.$$



y por consiguiente,

$$\frac{\Delta_1}{P} < 0,983 \cdot \frac{1}{20(2,23 - 0,424)} = \frac{0,983}{20 \cdot 1,086} = 0,0272.$$

Vemos, pues, que en el punto de más desviación, a partir de la posición inicial, aquélla no llega al 2,72 por 100 del largo de la pala, y esta cota es extraordinariamente elevada, ya que en nuestro caso  $\theta$  varía de 0° a 25° y  $\dot{\theta}$  de  $\infty$  a 2,23, con gran predominio de los valores que están por encima de 5. Por las razones que anteceden, y teniendo además en cuenta que, debido a la forzosa configuración del perfil de la pala, el momento resistente de las secciones de ésta respecto a ejes neutros aproximadamente perpendiculares a su cuerda, excede generalmente con creces del que se necesita para soportar las fuerzas de que estamos tratando, la proyección horizontal del eje de la pala apenas se separa de la línea recta, y por tanto, la deformación de ésta, en sentido perpendicular al plano vertical, definido por el eje de giro y el de la pala, es despreciable.

La gran ventaja que obtenemos dándole al eje de la pala la configuración inicial total que hemos deducido, se traduce, a consecuencia de no tener que trabajar a flexión el larguero de la misma, en una reducción de su sección transversal, con la consiguiente disminución de peso—cosa que es de importancia vital en aeronáutica—y en la posibilidad de emplear un perfil más delgado y, por tanto, de mayor rendimiento.

A primera vista tal vez pudiera objetarse que a velocidades de giro diferentes a aquella para la que se ha calculado la curva, la pala estará sometida a esfuerzos de flexión más o menos intensos. La realidad es que, debido a que la relación de las fuerzas en cada punto tiene el valor

$$\begin{aligned} \frac{dR}{df} &= \frac{c_R}{16} \frac{(2\pi n)^2 \cdot r^2 \cdot c(r) \cdot dr}{(2\pi n)^2 \cdot r \cdot \frac{\rho}{g} \cdot dv} = \frac{c_R}{16} \cdot \frac{g}{\rho} \cdot r \cdot c(r) \cdot \frac{dr}{dv} \\ &= \frac{c_R}{16} \cdot \frac{g}{\rho} \cdot \frac{r \cdot c(r)}{k[c(r)]^2} = \frac{c_R}{16} \cdot \frac{g}{\rho} \cdot \frac{r}{k \cdot c(r)}, \end{aligned}$$

independiente de la velocidad de giro, la inclinación de la resultante de la acción del viento y de la fuerza centrífuga, en cada punto, es constante, y únicamente varía en intensidad; por consiguiente, a todas las velocidades de giro, la resultante de las fuerzas en cada sección de la pala se conserva tangente en dicho punto a la curva que hay que dar al eje longitudinal de la pala para que trabaje solamente a tracción.

Pero no todo son ventajas por esta configuración especial dada al eje de la pala, ya que en el orden constructivo es más costosa la realización de una pala con curvatura en su eje que de eje recto; y no es este solo el inconveniente, sino que nosotros podemos construir la pala con el eje curvado, dándole a cada sección el ángulo de ataque que deba llevar al régimen de utilización; pero al cambiar dicho régimen, si fuera necesario cambiar el ángulo de ataque, éste no experimentaría en todas las secciones la misma variación, aunque la diferencia sea pequeña.

Lo que acabamos de ver se refiere a una pala cuya forma en planta es perfectamente conocida y determinada.

Para evitar los inconvenientes que anteriormente hemos citado, sería mejor solución encontrar una pala cuya forma en planta sea tal que, teniendo su eje longitudinal inicialmente recto, lo conserve, además, siempre recto bajo la acción de las fuerzas que actúan sobre ella. Esto no es posible de un modo absoluto y total, ya que, por ser la resistencia al avance en cada punto perpendicular a la fuerza centrífuga respectiva, la resultante total tendrá una componente normal al plano definido por el eje de giro y el longitudinal de la pala, que tiende a flexarla, aunque ya hemos dicho que la deformación en este sentido es de poca consideración. Vamos a hacer caso omiso de ella y limitarnos a tratar de conseguir que el eje de la pala esté todo él contenido en un plano que pase por el eje de la charnela, de que ya sabemos van provistas dichas palas, para anular el momento de empotramiento.

Para ello será necesario que en todo punto y momento las resultantes de la sustentación y fuerza centrífuga locales tengan la misma dirección, es decir,

$$\begin{aligned} \frac{ds}{df} &= \frac{C_L}{16} \frac{(2\pi n)^2 \cdot r^2 \cdot c(r) \cdot dr}{(2\pi n)^2 \cdot r \cdot \frac{\rho}{g} \cdot \frac{dv}{g}} \\ &= \frac{C_L}{16} \cdot r \cdot c(r) \cdot \frac{g}{\rho} \cdot \frac{dr}{dv} = \text{sen } \theta = k_1. \end{aligned}$$

Por tanto, si

$$r \cdot c(r) \frac{dr}{dv} = \frac{16 \rho \cdot \text{sen } \theta}{g \cdot C_L} = k_2,$$

el eje de la pala trabajará a tracción en toda su longitud, a cualquier ángulo de ataque a que funcione, y al variar éste únicamente variará la inclinación del eje de la pala—que sigue siendo recto—respecto al eje de giro de la hélice sustentadora.

Si consideramos la pala maciza y de material homogéneo y suponemos que todas las secciones transversales de la misma son semejantes, es decir, tienen el mismo perfil, aunque distinta cuerda, cuya ley de variación  $c(r)$  es precisamente lo que tratamos de determinar, tendremos que

$$\frac{r \cdot c(r) \cdot dr}{dv} = \frac{r \cdot c(r) \cdot dr}{k[c(r)]^2 \cdot dr} = k_2;$$

y admitiendo que  $c(r) \neq 0$ , tenemos que  $r = k_2 \cdot k \cdot c(r)$ ; y por tanto,

$$c = c(r) = \frac{r}{K}.$$

Lo que nos dice que la ley de variación de la cuerda, a lo largo de la pala, debe ser lineal; cosa que está de acuerdo con la ecuación (\*) que obtuvimos para la curva (en este caso, recta) que debemos dar al eje de la pala.  $K$  podemos determinarlo, ya que  $k$  es el coeficiente de reducción por el que hemos de multiplicar el área del cuadrado que tiene por lado la cuerda del perfil, para obtener el área encerrada por éste; finalmente, la forma en planta de la pala podemos determinarla calculando la superficie necesaria, para que

con esa ley de variación de la cuerda y con el ángulo de ataque supuesto nos dé la sustentación requerida.

Lo que acabamos de ver nos autoriza a pensar que seguramente las palas de las hélices sustentadoras podrán llegar a construirse de fina chapa de aleaciones ligeras como revestimiento resistente, que ha de soportar también la fuerza centrífuga, y sin necesidad de largueros que soporten flexión alguna.



Figura 7.

En la práctica, teniendo en cuenta la longitud que suelen requerir las palas y la densidad de los materiales disponibles en la actualidad para su fabricación, se impone la construcción de las mismas con estructura análoga a la de las alas de avión, por cuyo motivo sería complicado expresar analíticamente el valor de  $dm$ , y es recomendable resolver el problema gráficamente mediante tanteos y aproximaciones sucesivas. Con el fin de evitar tanteos infructuosos y conseguir aproximarnos de primera intención a la solución, debemos observar las leyes de la distribución de la sustentación y fuerza centrífuga, a cualquier régimen de funcionamiento, a lo largo de una pala de perfil igual al que vayamos a emplear, y de forma triangular en planta, con el vértice del ángulo menor en el extremo, de igual radio y produciendo igual sustentación que la de planta rectangular, de las dimensiones más convenientes para que con igual ángulo de ataque y revoluciones nos suministre la sustentación requerida con la potencia disponible. Determinamos en cada punto el cociente de la sustentación y fuerza centrífuga y representamos la ley de variación del mismo. Como tratamos que dicho cociente, en la pala definitiva, sea constante a lo largo de la misma, modificamos la ley obtenida para que así suceda. Veremos después la modificación que es necesario introducir en las leyes de variación de la fuerza centrífuga y sus-

tentación, para que la modificación que esta última lleva consigo sobre la forma en planta de la pala sea acorde con la que hemos hecho en la fuerza centrífuga—que podemos alterarla, dentro de ciertos límites, sin cambiar la forma exterior, variando el espesor del revestimiento, sección de largueros, etc.—. La solución se aproxima a la pala que, con forma triangular en planta (lado menor perpendicular al eje de la pala y vértice opuesto en el extremo de la misma), nos proporciona la misma sustentación que la rectangular de igual radio y ángulo de ataque. El dar esta forma en planta a la pala tiene, además, la ventaja de disminuir considerablemente el momento de inercia respecto al eje de giro, con la disminución consiguiente de las fuerzas de inercia correspondientes, resultando también muy conveniente esta forma para el aterrizaje.

Como comprobación de cuanto acabamos de decir, observemos la fotografía de la figura 7, en la que pueden contemplarse fuertemente curvadas las palas rectangulares del autogiro C-30, de nuestro glorioso compatriota don Juan de la Cierva y Codorniu; en cambio, en la figura 8 pueden verse casi rectas las palas triangulares del helicóptero VS-300, de Igor Sikorski. Los catorce años que median entre los dos prototipos abrillantan la genial creación de la Cierva y ponen, además, de manifiesto lo poco que progresó esta rama de la Aviación frenada, sin duda, por dificultades de orden técnico.

Hoy el problema acucia, y si se piensa que acabamos de examinar parcialmente uno de los numerosos problemas que en sí entraña la solución del vuelo vertical, no debe causar extrañeza que en los Estados Unidos se haya constituido una selecta Comisión de ingenieros dedicada exclusivamente al estudio de los problemas y cuestiones cuya solución requiere tal tipo de vuelo.



Figura 8.

