Aerotecnia

Aviones cohetes

ESTUDIO ELEMENTAL DE LA SUBIDA

Por MANUEL BADA VASALLO

Comandante de Aviación, ingeniero militar y aeronáutico, diplomado de la E. S. A. de París

SEGÚN cálculos que en el estado actual de la cuestión pueden suponerse verosímiles, un avión-cohete que volase a 60 kilómetros de altura estaría dotado de una cantidad total de energía, cinética y potencial, del orden de $2,6 \times 10^6$ kilográmetros sobre la energía inicial que poseía en el momento del despegue por cada kilogramo de peso en vuelo.

Como cada kilogramo del combustible utilizado sólo sería capaz de suministrar próximamente 1×10^6 kilográmetros, dado el poder calorífico de estas sustancias, únicamente podría llegarse a alcanzar la energía específica referida mediante la disminución del peso en vuelo, lo que es perfectamente factible, dado el deslastre que corresponde al considerable consumo de combustible durante el camino recorrido antes de llegar a alcanzar la referida altura de vuelo.

Si la estratonave contiene a la partida una energía térmico-química de unos $0,8 \times 10^6$ kilográmetros por kilogramo de peso en vuelo inicial y al llegar a la rama horizontal de la trayectoria dicha energía sólo hubiera de afectar aproximadamente a la quinta parte del peso inicial, se llegaría a $5 \times 0,8 \times 10^6$ kilográmetros por kilo, es decir, a 4×10^6 kilográmetros por kilogramo de peso en vuelo, con lo cual, teniendo en cuenta las pérdidas inevitables en todo movimiento, sería alcanzado el valor antes mencionado de $2,6 \times 10^6$ kilográmetros por kilogramo.

La subida tiene por objeto llegar a la altura final de vuelo deseada, que deberá ser la necesaria para obtener, según hemos visto en trabajos anteriores, la energía total (cinética y potencial) indispensable, correspondiente a dicha altura, que será la suma de las energías de movimiento y de posición que entonces poseerá el móvil.

En el curso de la trayectoria ascendente, el combustible deberá suministrar, como es lógico, un exceso de energía para llegar a conseguir la final deseada en la trayectoria de altura, pues han de tenerse en cuenta las pérdidas inherentes a todo mecanismo.

La relación entre la energía consumida en forma de energía químico-térmica del combustible y la energía de posición y de movimiento existente en el avión-cohete puede designarse con la denominación de *rendimiento ascensional* o de la subida, considerando el camino recorrido anteriormente por la estratonave.

Con el auxilio de este rendimiento, puede calcularse la cantidad total de combustible por kilogramo de peso en vuelo necesaria a cada altura, para una trayectoria de altura determinada.

Para obtener el rendimiento ascensional, será preciso evaluar las pérdidas de todo género a que está sometida la energía suministrada por el poder calorífico del combustible, siendo la diferencia entre ambas, la parte utilizada para obtener el efecto útil de la elevación y aceleración del vehículo aéreo.

Las pérdidas a que nos estamos refiriendo son, principalmente, debidas a las siguientes causas:

1.ª Imperfecciones del motor de reacción considerado como máquina, cuya expresión es el rendimiento interno η_i.

2.ª Energía cinética de los gases de escape, siempre que éstos estén dotados de una cierta velocidad, después de su efecto útil de propulsión, con relación al punto de salida; estas pérdidas se caracterizan por el valor del rendimiento externo η_e.

3.ª Energía potencial de los gases de escape, ya que antes de su expulsión, el combustible es transportado con el avión-cohete durante una parte del recorrido en la trayectoria ascendente.

4.ª Efectos permanentes del campo gravitatorio terrestre, que son proporcionales a la duración de la subida.

5.ª Resistencia del aire a la penetración, variable durante el curso de toda la trayectoria.

La figura 1 representa esquemáticamente la trayectoria ascensional de un móvil que parte de un punto a de la superficie terrestre, y trata de alcanzar un punto b situado a una altura de vuelo determinada, así como las fuerzas a que resulta sometido el avión-cohete en una posición cualquiera de su movimiento ascendente. En esta figura suponemos que:

R_z = sustentación aerodinámica.
P = fuerza propulsora del avión-cohete.
G = peso en vuelo instantáneo.
R_x = resistencia al avance.
F_i = resultante de las fuerzas de inercia que se oponen a las cuatro anteriores, según D'Alembert.

Para obtener la ecuación de la trayectoria, suponemos que el móvil parte del punto a en reposo, y se desplaza sobre la curva marcada de trazo y punto en la figura 1, hasta alcanzar el punto b, situado ya en la trayectoria de altura o rama horizontal de la trayectoria total, representada de puntos en la referida figura.

Las ecuaciones de equilibrio de las fuerzas que actúan en cada punto sobre el móvil, aplicadas al centro de gravedad del mismo dan, llamando F_t y F_n a las componen-

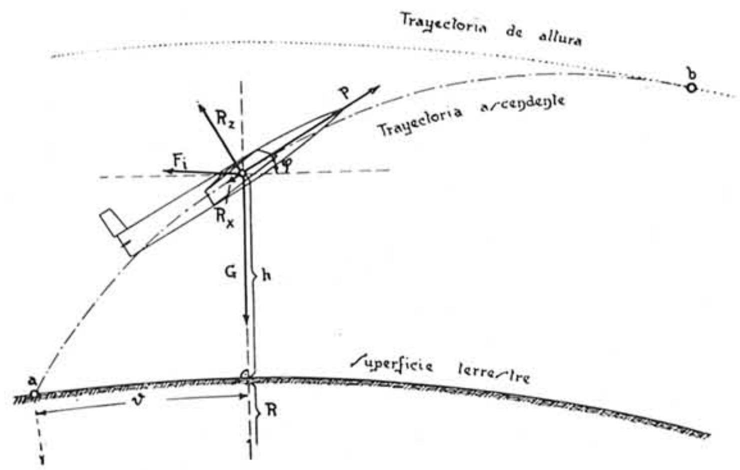

Fig. 1. — Fuerzas exteriores en el avión-cohete durante la trayectoria ascensional.

tes tangencial y normal a la trayectoria de la resultante de las fuerzas de inercia F_i :

$$\left.\begin{aligned} -F_t &= P - G \operatorname{sen} \varphi - R_x \\ -F_n &= G \cos \varphi - R_z \end{aligned}\right\}$$

La resultante total de las fuerzas exteriores será, pues:

$$-F_i = \sqrt{(-F_t)^2 + (-F_n)^2} =$$

$$= \sqrt{R_z^2 + P^2 + G^2 - 2\,(R_z\, G \cos \varphi + P\, G \operatorname{sen} \varphi - \overline{- R_x\, G \operatorname{sen} \varphi + P R_x)}.}$$

La ecuación diferencial de la trayectoria ascendente se deduce ahora de las igualdades fundamentales de la dinámica:

$$-F_i = M \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2},$$

o del sistema de ecuaciones constituído por la aplicación de aquéllas a las componentes tangencial y normal de F_i, de donde resulta:

$$\left.\begin{aligned} -F_t &= M \frac{dv}{dt} \\ -F_n &= M \frac{v^2}{\rho} \end{aligned}\right\}$$

De estas ecuaciones se deduce:

$$R_z^2 + P^2 + G^2 - 2\,(R_z\, G \cos \varphi + P\, G \operatorname{sen} \varphi -$$
$$- R_x\, G \operatorname{sen} \varphi + P R_x) = M^2 \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + M^2 \left(\frac{v^4}{\rho^2}\right).$$

Si llamamos h a la altura de vuelo y c_z al coeficiente de sustentación a la altura considerada y afectamos del subíndice O a los signos representativos de los diversos elementos cerca del suelo, podremos establecer entre las fuerzas exteriores que actúan sobre el avión-cohete en función de los elementos de la trayectoria, referido todo a la unidad de peso en vuelo en el despegue, la relación

$$\frac{R_z}{G_o} = \frac{c_z\, v^2}{c_{zo}\, v_o^2} \left(1 - \frac{h}{4 \times 10^5}\right)^{49} \text{(1)}.$$

Cuando se trata de velocidades de vuelo subsonoras c_z es constante e igual a c_{zo}, mientras que para las velocidades hipersonoras se tendría:

$$c_z = \frac{165300}{v^2} + 0{,}01.$$

El valor de la propulsión específica del cohete, que trabaja de una manera permanente y constante, resulta de la expresión

$$\frac{P}{G_o} = \frac{k_o}{g} \cdot c,$$

en cuya fórmula k_o es la parte alícuota del peso en vuelo inicial G_o utilizado por segundo para la propulsión, y c es la velocidad de eyección de los gases de escape.

El peso correspondiente vendría dado entonces por

$$\frac{G}{G_o} = 1 - k_o t.$$

Con el decrecimiento sucesivo de la masa del avión, si se supusiese que la acción del cohete se conservase invariable, llegaría la aceleración real del móvil a ser tan grande que sobrepasara los límites admisibles fundados en consideraciones de orden biológico.

En la técnica del cohete ha tomado carta de naturaleza el sistema de cálculo que se basa en suponer que la aceleración se conserve constante durante toda la rama ascendente de la trayectoria y de una magnitud igual al valor límite biológico.

En este caso no se puede suponer ya $\frac{P}{G_o}$ constante, sino que $\frac{P}{G}$ deberá tener un valor constantemente igual a $\frac{kc}{g}$, para lo cual se deberá reducir la propulsión del cohete (cortando los gases progresivamente) de manera que k_o tome el valor variable dado por la ecuación

$$k_o = k e^{-kt}.$$

La variación del peso unitario por segundo es constantemente igual a k, así que la variación de peso por segundo de todo el avión será igual a Gk, es decir, que disminuirá con G. La disminución elemental de peso de todo el avión, dG, durante el intervalo dt, sería entonces

$$-dG = G k dt$$

(1) Eugen Sänger, *Raketen-Flugtechnik*.

de donde se deduce integrando,

$$\frac{G}{G_o} = e^{-kt}.$$

La propulsión del cohete vendrá expresada, igualmente, por la igualdad

$$\frac{P}{G_o} = \frac{kc}{g} \cdot e^{-kt}.$$

Pero tampoco es utilizable esta hipótesis para los fines que se persiguen en la aerotecnia de los cohetes, ya que no es prácticamente posible lograr una trayectoria ascensional sobre la cual, con una aceleración constante del avión, no crezcan las fuerzas aerodinámicas más allá de los límites soportables, después de un tiempo cortísimo.

Mucho más real es suponer que la aceleración del avión y con ella la propulsión del cohete, sea una función tal del tiempo que, dentro de determinados límites sobre la trayectoria ascensional prevista, las fuerzas aerodinámicas, especialmente la sustentación del ala, se mantengan en una relación determinada con el peso del avión, o mejor aún, con las fuerzas que efectivamente actúan hacia abajo.

En lo que se refiere a la resistencia al avance del aire, se obtiene

$$\frac{R_x}{G_o} = \frac{\varepsilon c_z v^2}{c_{zo} v_o^2} \left(1 - \frac{h}{4 \times 10^5}\right)^{49}$$

en cuya fórmula ε es el coeficiente de planeo del avión dotado de motor de reacción.

La ecuación diferencial de la trayectoria ascensional se deducirá de las anteriores fórmulas por su doble integración; teniendo en cuenta todas las limitaciones parciales necesarias, se llegaría a la ecuación misma de la referida trayectoria, pero las dificultades de cálculo de dicha integración serían de tal importancia, y aun una vez superadas, las fórmulas resultantes serían tan poco manejables, que es preferible contentarse con la aproximación que nos proporcionan ciertas hipótesis, que bastan actualmente para nuestros fines.

Y para no cansar excesivamente la benévola y paciente atención de nuestros no menos hipotéticos y amables lectores, dejaremos por hoy estas cuestiones y reservaremos para trabajos sucesivos el desarrollo del estudio de la trayectoria ascendente de nuestro avión-cohete en los dos casos que hay que considerar, según se trate de las *ínfimas* velocidades subsonoras, o de las riquísimas en posibilidades velocidades superiores a las del sonido.

Autorrotación

Por RICARDO VALLE

Ingeniero Aeronáutico en A. I. S. A. y C. A. P. y Auxiliar en la E. S. A.

SUPONGAMOS un ala rectangular de profundidad l y envergadura $2b$ con un perfil cuyas características nos son conocidas: $[C_z = f_1(i) \; C_x = f_2(i)]$ y que puede girar alrededor de un eje que está contenido en el plano de simetría y es paralelo a la dirección del viento.

Llamaremos i_1 al ángulo de ataque del perfil central y

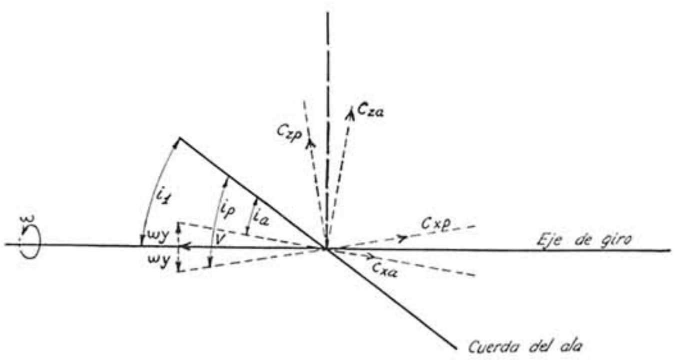

Fig. 1

supongamos que por cualquier procedimiento se ha animado al ala a girar con velocidad angular ω.

El perfil que está a una distancia y delante del plano de la figura, tendrá un ángulo de ataque

$$i_a = i_1 - \frac{\omega y}{V}.$$

y el simétrico respecto al plano de la figura:

$$i_p = i_1 + \frac{\omega y}{V}.$$

En ambos la velocidad relativa al viento es

$$\sqrt{V^2 + \omega^2 y^2},$$

por lo que el perfil que está delante producirá un momento respecto al eje de giro:

$$(V^2 + \omega^2 y^2) \frac{a}{2g} l dy \left(C_{za} \frac{V}{\sqrt{V^2 + \omega^2 y^2}} - C_{xa} \frac{\omega y}{\sqrt{V^2 + \omega^2 y^2}} \right) \cdot y =$$

$$= \frac{a}{2g} l y dy \sqrt{V^2 + \omega^2 y^2} \, (C_{za} V - C_{xa} \omega y)$$

En la que

$$C_{za} = f_1 \left(i_1 - \frac{\omega y}{V} \right) \quad \text{y} \quad C_{xa} = f_2 \left(i_1 - \frac{\omega y}{V} \right).$$

De la misma manera, el perfil simétrico del que acabamos de considerar, producirá un momento:

$$\frac{a}{2g} l y dy \sqrt{V^2 + \omega^2 y^2} \, (C_{zp} V + C_{xp} \omega y).$$